Mecánica 2

Bachillerato universitario

José Alberto Alvarado Lemus · Pablo Valdés Castro

UAS

Dr. José Alberto Alvarado Lemus
Dr. Pablo Valdes Castro

Mecánica 2

Bachillerato universitario

Diseño de Portada: Dr. José Alberto Alvarado Lemus
Diseño de interiores: Dr. José Alberto Alvarado Lemus
Revisión Técnica: Dr. José Bibiano Varela Nájera

Edición, 2008
Reimpresión, 2012
Servicios Editoriales Once Ríos, S.A. de C.V.
Río Usumacinta 821 Col. Industrial Bravo
Culiacán, Sinaloa, México
C.P. 80220

5000 ejemplares
Impreso en México
Printed in mexico

ÍNDICE

Ley de conservación de la energía.

Ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Equilibrio mecánico de los cuerpos.

Actividades prácticas.

A estudiantes y profesores

Este libro, Mecánica 2, forma parte de los materiales curriculares preparados para apoyar la introducción del *Plan 2009* en el bachillerato de la Universidad Autónoma de Sinaloa. Mientras que en *Mecánica 1* la atención se centra en la descripción del movimiento, las leyes de Newton y la aplicación de éstas, aquí se estudian dos leyes de conservación, las de la energía y la cantidad de movimiento, y también elementos básicos acerca del Equilibrio de los Cuerpos.

Las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento tienen excepcional importancia. Ellas trascienden el marco de la mecánica newtoniana, se aplican no solo en todos los campos de la Física, sino además, en múltiples ramas de las ciencias naturales y la ingeniería. Razonar desde la perspectiva de estas leyes facilita la comprensión y análisis de muchas situaciones. Por su parte, el tema Equilibrio de los Cuerpos es de gran interés para la ingeniería, así como para comprender el funcionamiento de numerosos dispositivos utilizados en la vida diaria.

Este segundo curso de Mecánica resulta, pues, esencial para ampliar la cultura general de los estudiantes y prepararlos para continuar carreras universitarias de diversos perfiles.

El enfoque didáctico del libro es consecuente con la tarea en que actualmente está enfrascada la Universidad Autónoma de Sinaloa, de reestructurar el currículo del bahillerato en base a *competencias*. De ahí que en la siguiente página relacionemos las competencias que se esperan lograr, o contribuir a lograr, en los alumnos.

Pero tan importante, o más, que declarar esas competencias, es que los alumnos realicen un sistema de actividades especialmente concebidas para alcanzarlas. Por eso, a lo largo del libro y acompañando al texto, se ha incluido un gran número de preguntas, actividades a realizar y ejercicios resueltos. Luego, al final de cada capítulo, aparece otra serie de actividades que complementan a las anteriores y ayudan a consolidar y sistematizar el material estudiado. El libro termina con un capítulo dedicado a actividades prácticas, el cual debe facilitar la labor de los maestros en esa dirección, y ayudar así a revitalizar un aspecto esencial de la formación de los alumnos, lamentablemente descuidado en los últimos años. Estas actividades se han agrupado en dos partes, la primera incluye actividades sencillas, que pueden ser realizadas en la casa o el aula y la segunda, seis prácticas de laboratorio, en las cuales se presta especial atención a la realización de mediciones, la construcción de gráficos y la evaluación de la incertidumbre de los resultados.

La idea central es que el libro sea, más allá de un *libro de texto*, un *material de trabajo*, pues solo reflexionando profundamente sobre lo leído, planteándose interrogantes y realizando numerosas actividades teóricas y prácticas alrededor del material, es decir, trabajando conscientemente, podrán los alumnos adquirir la competencias que se esperan.

Por último, nos parece necesario subrayar, que realizar con efectividad un enfoque del proceso de enseñanza-aprendizaje basado en la formación de competencias, no será posible si dicho proceso no es acompañado por un sistema de evaluación que esté en correspondencia con las competencias declaradas y las actividades desarrolladas.

Los autores

Introducción.

Con este libro continuarás el estudio de la Mecánica. Comenzaremos haciendo un breve recuento de lo aprendido hasta ahora y reflexionando sobre el interés que tienen los nuevos temas que abordarás.

Ya sabes que la Física investiga sistemas, cambios e interacciones **fundamentales**, que están en la base de otros más complejos, estudiados por diversas ramas de la ciencia y la tecnología. Y entre los cambios fundamentales sobresale el **movimiento**.

Nosotros hemos centrado la atención en un movimiento sumamente importante, aunque relativamente simple, el de **traslación**, en el cual el cuerpo puede ser considerado una partícula. Primeramente, mediante los conceptos y procedimientos básicos de la Cinemática aprendiste a describirlo y luego, al estudiar la Dinámica, a explicar o predecir las características de algunos de sus tipos a partir de las leyes de Newton y de las leyes de fuerza. A través de múltiples ejemplos pudiste apreciar, que si se conocen la posición y velocidad del cuerpo en cierto instante (las condiciones iniciales del movimiento) y las fuerzas que actúan sobre él, entonces utilizando la segunda ley de Newton es posible predecir su movimiento posterior, o sea, encontrar su posición y velocidad en función del tiempo.

Parecería que con lo anterior puede darse por terminado, en lo fundamental, el estudio del movimiento de traslación, y sin embargo no es así, ahora lo examinaremos desde una nueva perspectiva, desde la perspectiva de las **leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento**. ¿Por qué? Las razones para ello son diversas.

En primer lugar, hay situaciones en que no interesa encontrar las ecuaciones de la posición y velocidad del cuerpo en función del tiempo, sino solamente hallar éstos en determinado instante, y en tales casos razonar a partir de las leyes de conservación pudiera resultar más fácil y rápido que utilizar la segunda ley de Newton. Consideremos un par de ejemplos que ilustran esto.

Ejemplo 1.1. Se dispara una pistola de juguete de dos modos (Fig. 1.1): a) verticalmente hacia abajo y b) horizontalmente. En ambos casos la velocidad de salida del proyectil es la misma. ¿En qué caso su velocidad al llegar al suelo es mayor? La resistencia del aire puede despreciarse.

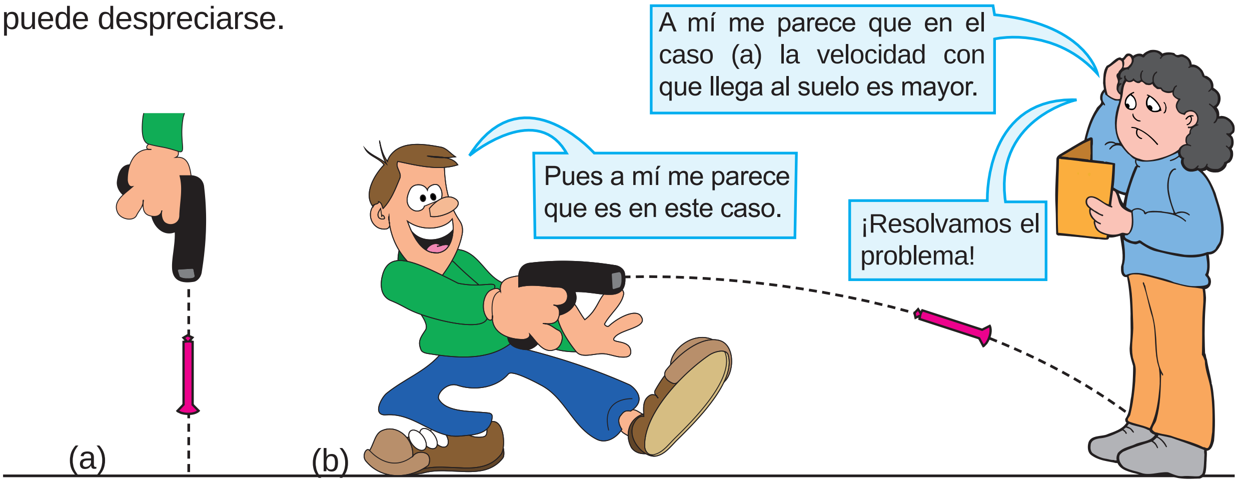


Fig. 1.1. Pistola de juguete que se dispara de dos modos: a) verticalmente hacia abajo, b) horizontalmente.

Analizar la situación planteada a partir de la segunda ley de Newton, requiere considerar en el caso (b) las componentes horizontal y vertical del movimiento parabólico del proyectil y luego determinar el valor del vector velocidad resultante al llegar al suelo. En cambio, como veremos en la primera unidad de este curso, razonar apoyándose en la ley de conservación de la energía mecánica permite obtener la respuesta a la pregunta planteada inmediatamente.

Ejemplo 1.2. Se tiene un cuerpo que cuelga de un hilo formando un péndulo (Fig. 1.2). Si lo desviamos de su posición de equilibrio, elevándolo una altura *h* y luego lo soltamos, ¿cuál es el valor de su velocidad al pasar por la posición de equilibrio?

Solo puedo utilizar las ecuaciones para el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, cuando la aceleración es constante. Pero la ley de conservación de la energía pudiera ayudarme a resolver el problema.

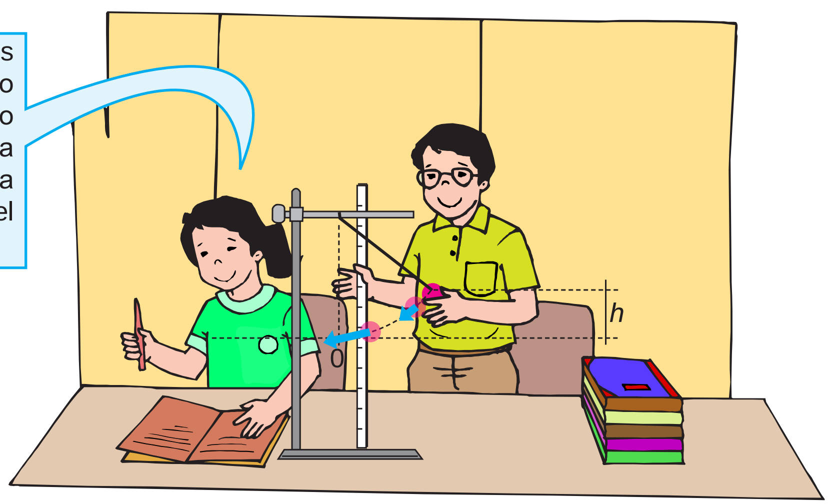


Fig. 1.2. Péndulo que se desvía de su posición de equilibrio y luego se suelta.

Si intentas resolver este problema empleando la segunda ley de Newton, verás que aún no dispones de los conocimientos necesarios. La componente de la fuerza de gravedad tangente a la trayectoria es la responsable de que aumente el valor de la velocidad del cuerpo. Sin embargo, ya que no es contante, la aceleración tampoco lo es, y no es posible emplear las conocidas ecuaciones para el movimiento con aceleración constante. En este caso se requiere utilizar conocimientos de Matemática Superior. No obstante, la ley de conservación de la energía posibilita hallar la solución muy fácilmente.

En los dos problemas anteriormente examinados se conocen las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y, por tanto, es posible encontrar la solución partiendo de la segunda ley de Newton. La ventaja en estos casos de utilizar la ley de conservación estriba en que ayuda a resolver dichos problemas más fácilmente y con mayor rapidez. Pero existen otras situaciones en que se desconoce la expresión de la fuerza, en cuyo caso resulta imposible utilizar la segunda ley de Newton. Y pese a ello, el problema puede ser resuelto con ayuda de las leyes de conservación. Examinemos un ejemplo.

Ejemplo 1.3. Con el objetivo de hallar la velocidad con que sale un proyectil de una pistola de juguete, se dispara contra un carrito, de modo que el proyectil queda adherido a él (Fig. 1.3). Las masas del carrito y el proyectil se conocen. El carrito se mueve sin apenas rozamiento y se mide su velocidad después que el proyectil se ha adherido. ¿Cuál es la velocidad con que fue disparado el proyectil?

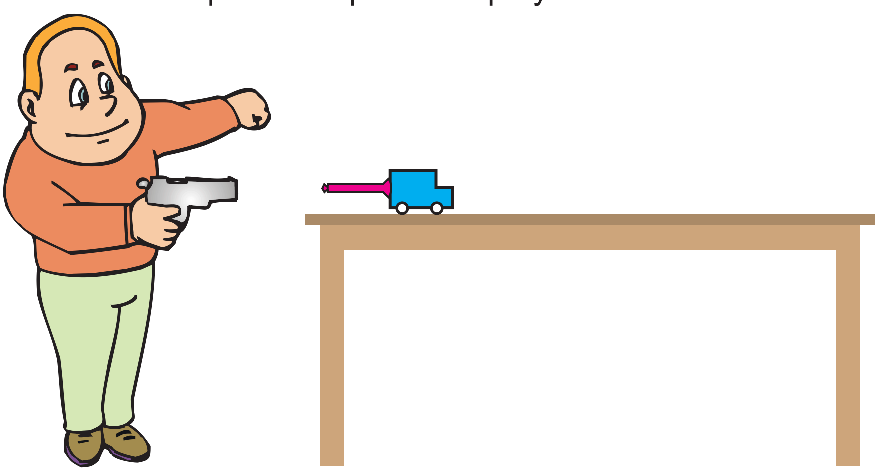


Fig. 1.3. Un proyectil que termina en ventosa es disparado contra un carrito, poniéndolo en movimiento. El proyectil queda adherido al carrito.

El movimiento del proyectil se ve frenado debido a la fuerza de interacción con el carrito, pero puesto que esta fuerza es desconocida, resulta imposible utilizar la segunda ley de Newton para calcular su aceleración y luego su velocidad inicial. No obstante, en este caso, como verás en la segunda unidad del curso, es posible resolver fácilmente el problema empleando la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Hemos mencionado ejemplos de problemas cuyas soluciones pueden dificultarse, e incluso resultar imposibles, basándose en la segunda ley de Newton, pero que en cambio pueden ser halladas fácilmente empleando las **leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento**.

Sin embargo, la importancia de estas leyes va mucho más allá de esto.

En efecto, la tercera razón para estudiarlas consiste en que trascienden el marco de la mecánica newtoniana. El campo de aplicación de la mecánica de Newton es amplio, abarca desde el movimiento de los cuerpos celestes hasta el de las moléculas de los gases y el de las partículas subatómicas fuera de los átomos, incluyendo, por supuesto, la enorme variedad de movimientos con que nos relacionamos diariamente. Pero hay otras muchas situaciones en que los conceptos y leyes de la mecánica newtoniana no pueden ser aplicados. Por ejemplo, cuando los cuerpos se mueven a grandes velocidades, comparables con la velocidad de la luz, no es posible utilizar las leyes de Newton (Fig. 1.4 a), y si se trata del interior de moléculas, átomos y núcleos atómicos, ni siquiera tienen sentido conceptos como los de posición y trayectoria de las partículas que los constituyen

Fig. 1.4 a. En el acelerador de partículas Large Hadron Collider, no pueden ser utilizadas las leyes de Newton.

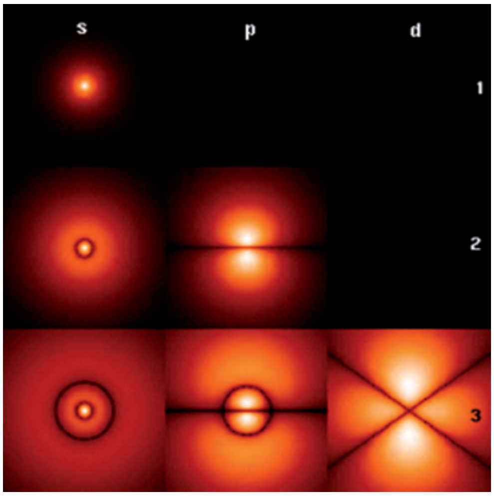


Fig. 1.4 b. El electrón de un átomo de Hidrógeno no tiene posición ni trayectoria definidas, más bien representa una especie de nube en torno al núcleo.

(Fig. 1.4b) y, por consiguiente, tampoco los de velocidad y aceleración. No obstante, las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento sí son válidas en todos los casos. De este modo, aunque en este curso obtendremos dichas leyes a partir de la mecánica newtoniana, ellas pueden generalizarse a todas las partes de la Física.

En lo que respecta a la tercera unidad, **Equilibrio Mecánico de los Cuerpos**, cabe señalar lo siguiente. Al analizar diversas situaciones hemos utilizado reiteradamente la conclusión, derivada de la primera ley de Newton, de que si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula, entonces el cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme. Sin embargo, es preciso subrayar que esta afirmación se refiere exclusivamente al **movimiento de traslación** del cuerpo. Aún siendo nula la resultante de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo, ellas pueden provocar su deformación (Fig. 1.5b), es decir, el movimiento de sus partes entre sí, y también su rotación (Fig. 1.5c).

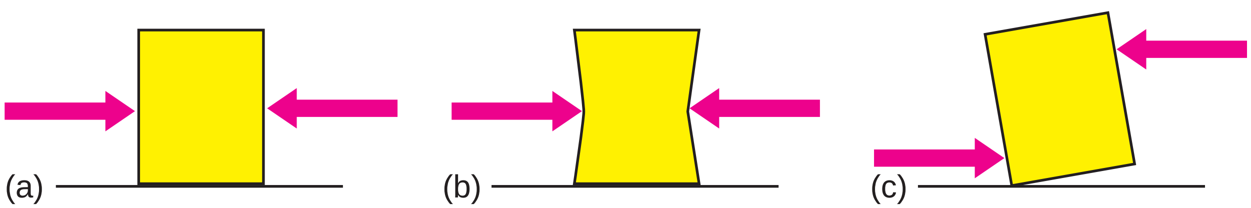


Fig. 1.5. En los tres casos la resultante de las fuerzas es nula: a) todos los puntos del cuerpo, en este caso rígido, permanecen en reposo; b) el cuerpo como un todo no se traslada, pero no es rígido y se deforma; c) el cuerpo no se traslada ni se deforma, pero se pone en rotación.

En Mecánica I, cuando consideramos la fuerza elástica nos referimos, aunque brevemente, a la deformación de los cuerpos bajo la acción de fuerzas. Por su parte, el análisis del movimiento de rotación de los cuerpos quedará para un curso posterior. Pero las condiciones para que un cuerpo rígido permanezca en reposo, tanto de traslación como de rotación, tienen excepcional importancia para la ingeniería, especialmente en el diseño y construcción de edificaciones e instalaciones. Por eso la tercera unidad trata precisamente del estudio de esas condiciones, así como de la aplicación de ellas para analizar diversos mecanismos simples.

1

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

1. Ley de conservación de la energía.

Al estudiar un tipo particular de cambio, el movimiento, encontramos que con unos pocos conceptos e ideas podía ser explicada una gran variedad de movimientos. Esos conceptos son **fuerza**, **masa** y **aceleración** y las ideas, **las leyes de Newton**. Motivados por esto, ahora intentaremos ir más allá y nos plantearemos la pregunta:

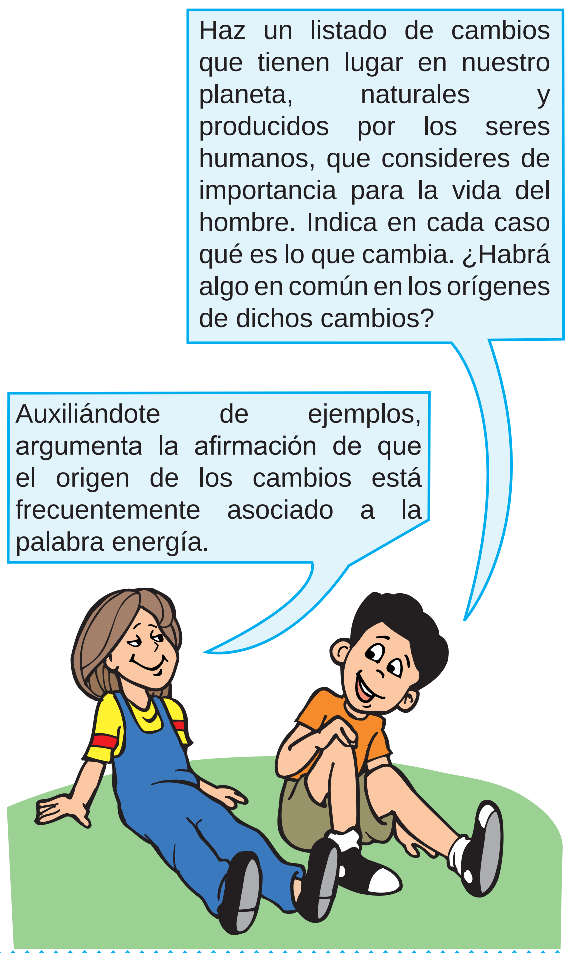
¿Será posible utilizar unos mismos conceptos e ideas para describir diversos cambios, independientemente de la naturaleza de ellos?

Nota que ahora no se trata solo del movimiento mecánico, sino de los cambios en general, relativos a la naturaleza. Los cambios son, como hemos subrayado desde el comienzo del estudio de la Física, una característica esencial del universo y es natural que en determinado momento del análisis de ellos los científicos se plantearan una pregunta como la anterior.

Esta será, pues, una de las preguntas centrales de la unidad.

En nuestro entorno tienen lugar cambios de muy diversa índole: variaciones de temperatura, formación de vientos, elaboración de alimentos, transformación y producción de variados materiales, numerosos procesos durante el funcionamiento de diversos equipos, etc. Y pese a la diferente naturaleza de estos cambios, el origen de todos ellos frecuentemente se asocia con la palabra **energía**. El esclarecimiento de este término será, por supuesto, otra de las cuestiones a considerar en esta unidad.

La energía puede provenir de muy diversos recursos: de la radiación solar, de los combustibles habituales, de los combustibles nucleares, del agua almacenada en las represas, de las reacciones químicas en el interior de pilas y baterías, de los alimentos



Argumenta la importancia que tiene el tema de la energía en la vida diaria y para la humanidad.

que consumimos y el oxígeno del aire que respiramos, etc. Si no fuese por la energía que de muy diversas formas y diariamente se pone en juego, cesaría toda actividad de la sociedad, desaparecería la vida, finalizaría todo cambio en nuestro planeta.

Por otra parte, desde el pasado siglo tiene lugar una creciente e incontrolada demanda de energía por los seres humanos, lo cual ha originado muy graves problemas a la humanidad: el agotamiento de los recursos energéticos convencionales; el deterioro del medio ambiente; guerras por la posesión de los recursos energéticos; conversión de ciertos recursos alimenticios en fuentes de energía, con la consiguiente agudización del problema alimentario. Por consiguiente, el estudio del tema de la energía tiene en la actualidad no solo un interés estrictamente científico, sino también social y un gran impacto para el medio ambiente.

Teniendo en cuenta lo analizado anteriormente, podría elaborarse un resumen de cuestiones claves a considerar en esta unidad, como el siguiente:

¿Qué es energía? ¿Cuáles son sus tipos o formas principales? ¿De qué modos se transmite y se transforma? ¿Cómo medirla? ¿Cómo utilizar dicho concepto para analizar diversas situaciones? ¿De qué modo se obtiene la energía que diariamente empleamos? ¿Cómo ahorrarla? ¿Qué problemas ha traído a la humanidad la creciente e incontrolada demanda de energía y cuáles podrían ser algunas medidas para enfrentarlos?

Intenta dar una respuesta inicial a la primera de las preguntas planteadas: ¿Qué es energía?

1.1. Energía y su transformación.

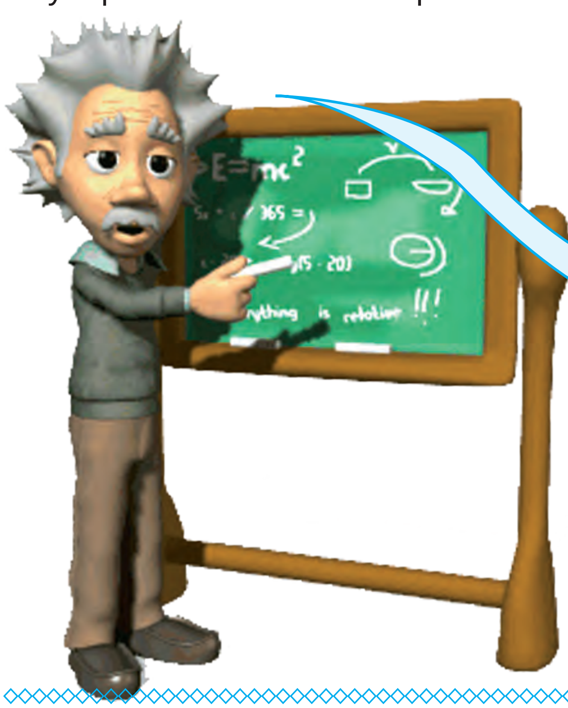
1.1.1. Concepto de energía y sus formas principales.

Ilustra mediante ejemplos la caracterización del concepto de energía dada en el texto.

Resulta difícil expresar lo que es energía en unas pocas palabras. No obstante, teniendo en cuenta las situaciones analizadas anteriormente, como una primera aproximación pudiéramos decir que:

Energía es una magnitud utilizada para caracterizar cuantitativamente los cambios, relativos a la naturaleza, que ocurren o que tienen posibilidad de ocurrir. Mientras mayor sea el cambio, mayor es la energía.

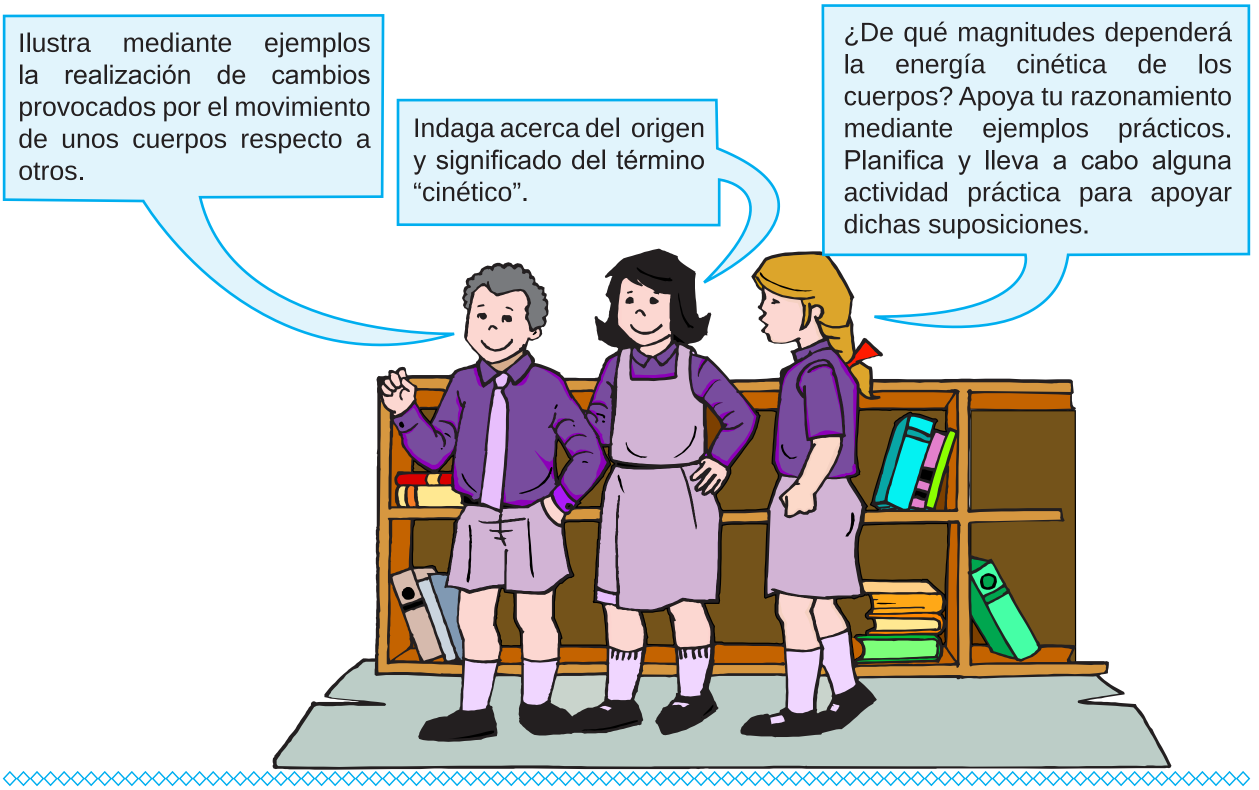
El concepto de energía que hemos dado es limitado, pero iremos enriqueciéndolo a lo largo del capítulo. Por ahora subrayemos lo siguiente. La energía se pone de manifiesto a través de los cambios, pero el hecho de que un sistema no origine transformaciones, no significa que no posea energía. Esto se hace evidente, por ejemplo, en los combustibles, los cuales pueden producir cambios o no en dependencia de si los hacemos arder o no. A principios del siglo XX Einstein demostró que, en realidad, cualquier cuerpo posee una colosal cantidad de energía, solo que la mayor parte de ella no suele ponerse en juego.



A partir del análisis de diversos cambios y sus orígenes, intenta agrupar en unos pocos tipos las formas en que se presenta la capacidad de producirlos (formas de energía).

El análisis del origen de los cambios muestra que la capacidad de los sistemas para producirlos se presenta en algunas formas básicas. Una de ellas está relacionada con el movimiento y, por consiguiente, se denomina **energía de movimiento** o, más comúnmente, **energía cinética** (E_C). En efecto, un cuerpo que está en movimiento respecto a otros tiene posibilidad de provocar cambios en ellos (Fig. 1.6).

Fig. 1.6. Como consecuencia de su movimiento, un cuerpo puede provocar cambios, lo que evidencia que posee energía.



No obstante, hay situaciones en que un objeto está en reposo respecto a otro y, a partir de determinado momento, uno de ellos, o los dos, adquiere cierta velocidad, poniendo así de manifiesto que poseían energía en forma latente o **potencial**. El caso más común es el de un cuerpo que sostenemos a cierta altura sobre el suelo (Fig. 1.7a). Basta que lo soltemos para que adquiera cierta velocidad, e incluso se produzcan otras modificaciones, en el aire que lo circunda, en sí mismo y en el cuerpo con el que choca. Otro ejemplo de lo anterior es el de un arpón en una pistola de caza submarina que está lista para disparar (Fig. 1.7b). Cuando se acciona el disparador, liberando el arpón, éste adquiere determinada velocidad y la pistola experimenta un retroceso, lo cual evidencia que poseían energía en forma potencial. Esta forma de energía, que **depende de la interacción entre los cuerpos y de la posición relativa de ellos**, se denomina **energía potencial** (E_P). Más adelante profundizaremos en este concepto. La energía potencial puede diferenciarse según el tipo de interacción que la origina, así, la debida a la interacción de la Tierra y el cuerpo a cierta altura de ella se denomina **energía potencial gravitatoria** y la del arpón y la pistola de caza submarina es **energía potencial elástica**.

Fig.1.7. Dos cuerpos que interaccionan entre sí pueden originar cambios que dependen de la separación entre ellos, lo cual indica que poseen energía: a) La Tierra y la pelota poseen energía potencial gravitatoria, b) el arpón y el resorte de la pistola poseen energía potencial elástica.

¿De qué magnitudes dependerán las energías potencial gravitatoria y potencial elástica? Planifica y lleva a cabo alguna actividad práctica a fin de apoyar tus suposiciones.

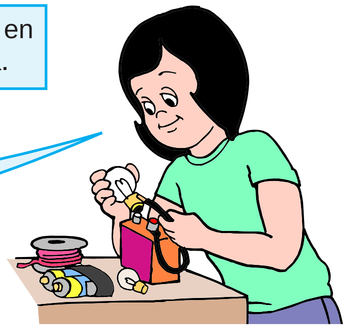
Pero no solo se mueven e interaccionan los cuerpos como un todo, sino además las moléculas y átomos que los forman. Éstos poseen tanto energía cinética como potencial. Los protones y neutrones que integran los núcleos de los átomos también poseen energía potencial debida a la interacción entre ellos.

Para diferenciar la energía de un cuerpo como un todo de la que poseen las partículas que lo constituyen, a esta última se le llama **energía interna**. Es precisamente parte de esta energía la que se pone en juego al utilizar, por ejemplo, pilas, baterías y combustibles habituales y nucleares (Fig. 1.8).

Fig. 1.8. En la pila de la linterna y en la estufa de gas se pone en juego energía de átomos y moléculas, en la central nuclear, energía de las partículas que constituyen los núcleos atómicos. En los tres casos se trata de energía interna.

Detalla de qué se compone la energía interna de los cuerpos.

Resume las formas básicas en que se presenta la energía.



Otra forma básica en que se manifiesta la energía es la **radiación**. Ésta puede ser de **ondas electromagnéticas** y de **partículas subatómicas**. Un ejemplo sumamente importante para la vida en nuestro planeta es la energía de la radiación solar. Como sabes, ésta se propaga por el espacio cósmico en todas direcciones e incide sobre los cuerpos celestes, entre ellos nuestro planeta, provocando importantes cambios.

En realidad, la mayoría de los cambios que ocurren en la Tierra, ya sean naturales o artificiales, tienen su origen último en la radiación solar (Fig. 1.9): las variaciones de temperatura a lo largo del año, la evaporación del agua para luego caer en forma de lluvia, los vientos, la fotosíntesis de las plantas, la formación de los combustibles fósiles (petróleo, gas, carbón), el empleo de paneles solares, etc. Otros ejemplos de radiaciones, que también producen cambios de importancia para el hombre son: las señales de radio y televisión, las radiaciones láser, los rayos X utilizados en las radiografías. Todas ellas son portadoras de energía, tienen la capacidad de producir cambios.

Argumenta la idea de que incluso la mayor parte de la energía eléctrica que utilizamos habitualmente procede, en último término, de la radiación solar.

Fig. 1.9. La mayoría de los cambios que se producen en la Tierra tienen su origen último en la radiación solar, por ejemplo, las lluvias, los vientos y los debidos al uso de combustibles fósiles como el carbón y el petróleo.

Ilustra mediante ejemplos diferentes a los del texto la diferencia entre forma de energía y fuente de energía o recurso energético.

Hemos distinguido tres formas básicas de energía, **cinética**, **potencial** y **radiación**. Observa que lo que llamamos “forma” de energía se diferencia de lo que habitualmente se denomina **fuente de energía** o **recurso energético**. La energía hidráulica, por ejemplo, puede tener dos formas, cinética, o potencial gravitatoria, el adjetivo “hidráulico” no indica una forma específica de energía, sino el recurso de donde procede. De modo similar, la energía solar tampoco es una forma de energía, el adjetivo “solar” señala que la fuente es el Sol. Las partículas que constituyen el Sol y otras estrellas poseen energía potencial y cinética, una parte de la cual continuamente se transforma en radiación.

1.1.2. Vías mediante las cuales se transforma la energía: trabajo, calentamiento y radiación.

En el apartado anterior se respondieron, parcialmente, dos de las preguntas planteadas en la introducción de esta unidad: *¿Qué es energía? ¿Cuáles son sus tipos o formas principales?* En éste la cuestión básica que abordaremos será:

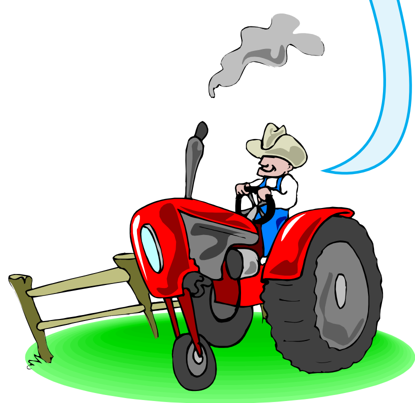
¿De qué modos se transmite y se transforma?

Ya has analizado múltiples situaciones desde el punto de vista de la energía. Seguramente no te será difícil identificar en ellas las siguientes vías mediante las cuales se transforma y transmite: aplicación de fuerzas o **trabajo**, **calentamiento** y **radiación**. En este apartado adquirirás una visión general de cada una de ellas y en los siguientes profundizaremos en la primera, que es de la que específicamente se ocupa la Mecánica.

Describe ejemplos de transformación y transmisión de energía mediante: a) aplicación de fuerzas, b) calentamiento y c) radiación.

1.1.2.1. Trabajo.

¿Qué tiene de común y de diferente el trabajo que se realiza en las escenas representadas en la figura 1.10? Intenta esclarecer qué transformaciones de energía tienen lugar en cada caso.



Para la realización de sus labores el hombre primitivo empleaba herramientas simples (hacha, arco y flecha, arado...) y la fuerza de sus músculos. Posteriormente, hace unos 5 000 años, además de su propia fuerza comenzó a utilizar la ejercida por animales y luego la producida por saltos de agua y el viento. En los siglos XVIII y XIX empezó a valerse de máquinas que empleaban combustibles, como las de vapor y los motores de combustión. Se estima que a mediados del siglo XIX más del 90% del trabajo aún era realizado por hombres y animales. Así, históricamente el trabajo estuvo vinculado a la **aplicación de fuerzas**, por el hombre, animales o máquinas (Fig. 1.10). Esta noción de trabajo asociada a la aplicación de fuerzas se extendió a la ciencia:

Trabajo es el proceso en el cual se transforma o transmite energía **mediante la aplicación de fuerzas**.

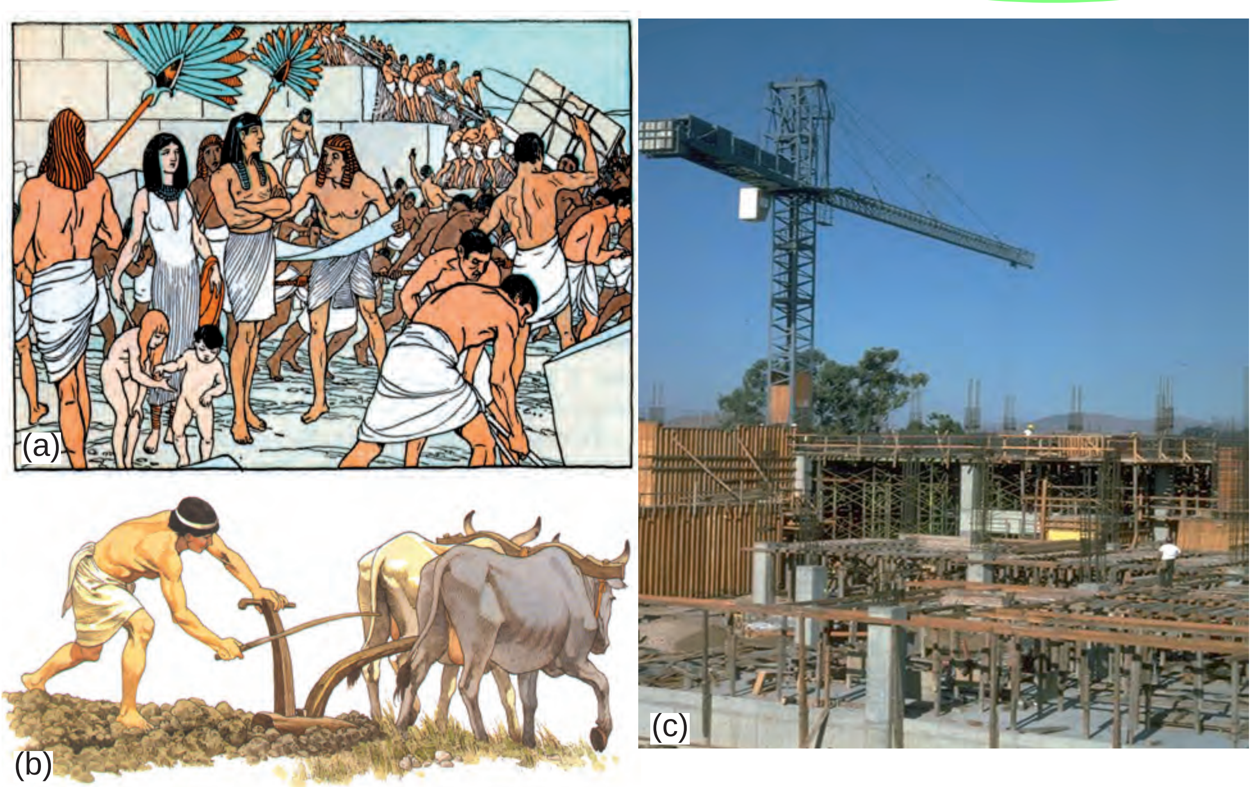


Fig. 1.10. Históricamente el trabajo estuvo vinculado a la aplicación de fuerzas. a) Construcción de una pirámide maya, b) arado tirado por bueyes, c) elevación de piezas mediante una grúa.

Es necesario aclarar, sin embargo, que si bien el concepto de trabajo empleado en la Mecánica tiene como antecedente la noción cotidiana de trabajo, entre ellos hay diferencias esenciales. Señalemos dos de estas diferencias:

En primer lugar, en la ciencia el concepto de trabajo no se limita a la transformación de energía mediante fuerzas ejercidas por hombres, animales y máquinas, es decir, al caso de fuerzas por contacto. Así, durante la caída de un cuerpo desde cierta altura, o cuando en un televisor los electrones son acelerados hacia la pantalla, también se realiza trabajo, ya que tienen lugar variaciones de energía cinética debidas a la aplicación de fuerzas.

Por otra parte, si durante todo un día un obrero traslada pesadas cargas de un lugar a otro distante, seguramente que no estaría de acuerdo si alguien le dice que apenas ha realizado trabajo y, sin embargo, de acuerdo con la definición que hemos dado, por grande que sea la fuerza aplicada, si ésta no conduce a variación de energía de la carga, no realiza trabajo sobre ella. En el ejemplo considerado, la fuerza aplicada por el obrero solo produce variaciones en la energía de la carga - y en consecuencia solo realiza trabajo en el sentido de la Mecánica - durante dos breves intervalos: al elevar la carga y ponerse en marcha y al detenerse y soltarla.

1.1.2.2. Calentamiento o calor.

Desde épocas muy remotas, para producir ciertos cambios los hombres utilizaron no solo fuerzas, sino también el **calentamiento**, en particular mediante el fuego, primeramente para cocinar los alimentos y más tarde para forjar y fundir metales (Fig. 1.11). Posteriormente el calentamiento ha sido empleado para realizar trabajo con ayuda de máquinas y turbinas de vapor.

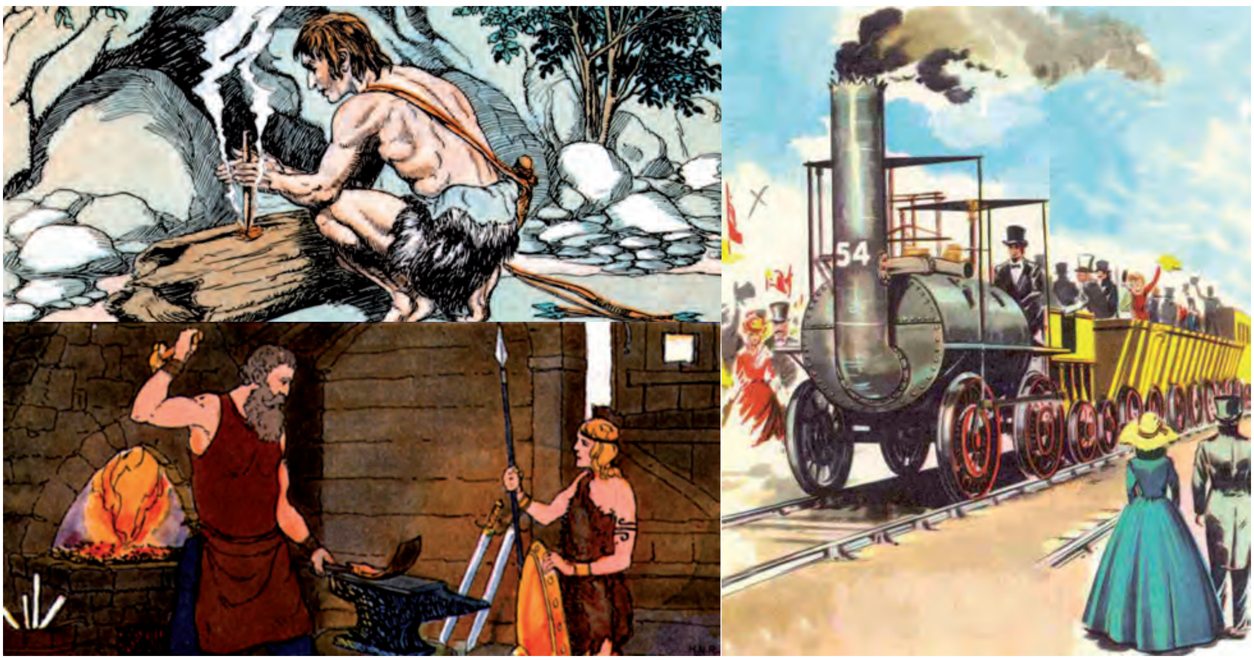


Fig.1.11. Para producir cambios, el hombre ha utilizado no solo fuerzas, sino también el calentamiento.

La experiencia muestra que al poner en contacto dos cuerpos que tienen diferentes temperaturas, la de uno disminuye y la del otro aumenta. Y puesto que la temperatura de los cuerpos está directamente relacionada con la energía cinética promedio de las moléculas o átomos que lo forman, ello indica que durante el calentamiento se transmite energía de un cuerpo a otro.

Al calentar un cuerpo puede aumentar la energía cinética de sus partículas (cuando se eleva la temperatura del cuerpo), la energía potencial de ellas (cuando se funde o vaporiza), o ambas (cuando se eleva su temperatura y se dilata). En cualquiera de estos casos el calentamiento conduce a elevar la energía interna de los cuerpos.

Indaga acerca de la época en que los seres humanos comenzaron a: a) utilizar el fuego, b) forjar y fundir metales c) emplear máquinas y turbinas de vapor.

Llamaremos **calentamiento o calor**, al proceso mediante el cual se transmite energía de un cuerpo a otro, o de una parte a otra de un mismo cuerpo, **en forma de movimiento de sus átomos y moléculas**. En este caso la energía no se trasmite debido a la aplicación de fuerzas, sino a una **diferencia de temperatura** entre los cuerpos.

1.1.2.3. Radiación.

Anteriormente nos hemos referido a la radiación como **forma de energía**. Pero ella es además **una de las vías mediante la cual se transforma y transmite energía de unos cuerpos a otros**. Tradicionalmente ha sido considerada una variante de calentamiento o calor. Sin embargo, últimamente se tiende a tratarla como un modo específico de transformación y transmisión de energía. Entre las razones para ello está la importancia excepcional que tiene a escala de todo el universo y, en particular, para nuestro planeta. Ya sabes que la mayoría de los cambios que ocurren en la Tierra, sean naturales o artificiales, tienen su origen último en la energía procedente del Sol mediante radiación.

A diferencia del calentamiento, la transmisión de energía por radiación **no requiere que los cuerpos entren en contacto directo o que se comuniquen a través de un medio**: la portadora de energía son las ondas electromagnéticas o partículas que viajan de un lugar a otro.

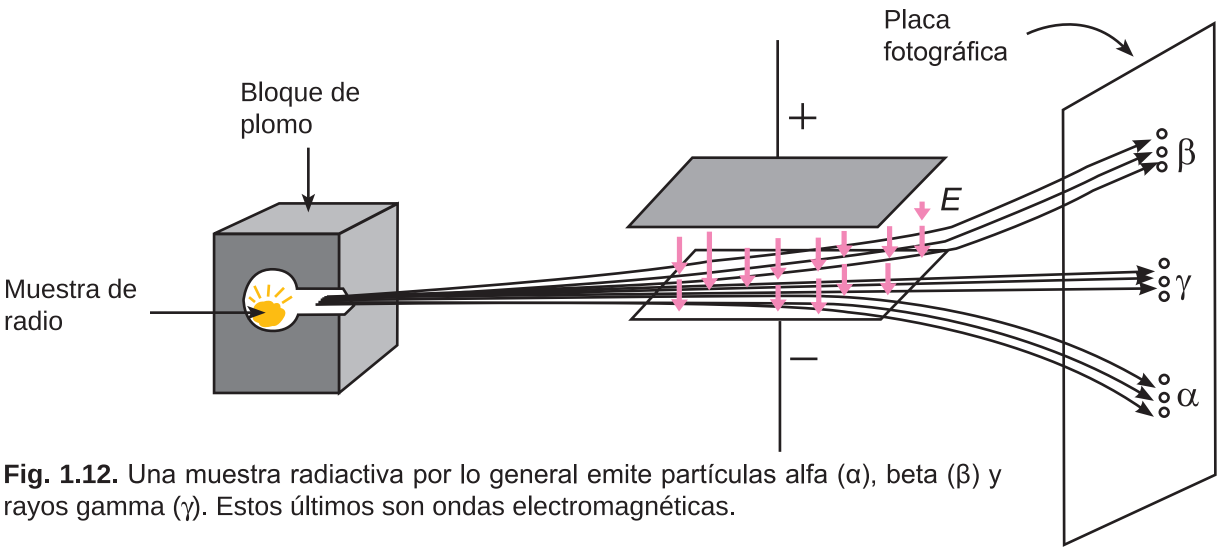


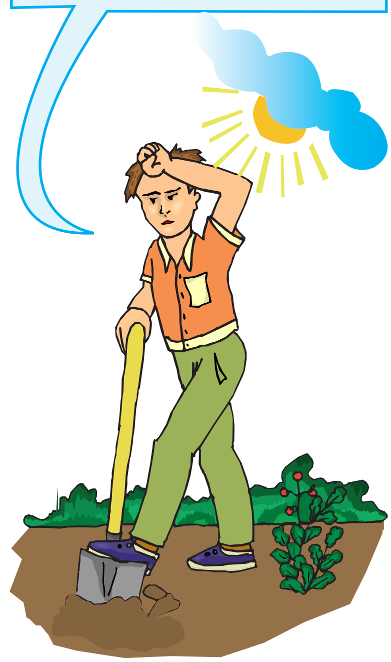
Fig. 1.12. Una muestra radiactiva por lo general emite partículas alfa (α), beta (β) y rayos gamma (γ). Estos últimos son ondas electromagnéticas.

El tipo de **radiación electromagnética** depende del objeto que la emite. Así, por lo general las radiaciones utilizadas en las comunicaciones (ondas de radio y televisión, microondas) son emitidas por electrones que se mueven en las antenas; las denominadas infrarrojas o térmicas (cuyo efecto principal es la elevación de temperatura) son generadas por átomos y moléculas en movimiento; las luminosas (luz) se deben a los electrones de las capas más externas de los átomos; las radiaciones ultravioletas y los rayos X, a los electrones de capas más internas; por su parte, las radiaciones gamma tienen su origen en procesos que ocurren en los núcleos de los átomos.

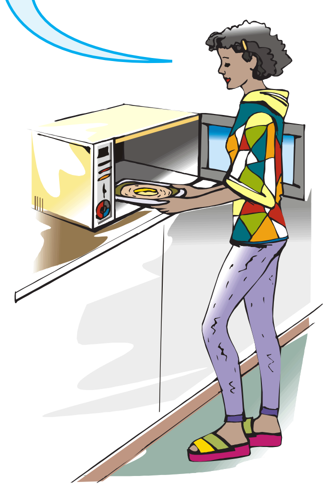
Con frecuencia, las radiaciones, y con ellas la energía que portan, son absorbidas por objetos similares a los que le dieron origen. Por ejemplo, la radiación infrarroja comunica energía de movimiento a los átomos y moléculas, elevando la temperatura de los cuerpos, mientras que la visible, la ultravioleta y los rayos X, la transmiten a los electrones que forman dichos átomos y moléculas. A su vez, estas radiaciones no son absorbidas por los núcleos de los átomos, en tanto que la radiación gamma sí.

La **radiación de partículas subatómicas** también puede ser muy diversa, tanto por el tipo de partículas como por su origen: los elementos radiactivos emiten electrones y partículas alfa, los rayos cósmicos generan muones y mesones al incidir sobre la atmósfera terrestre, los reactores nucleares producen neutrones, los neutrinos forman parte de la radiación cósmica y también son generados en los aceleradores de partículas subatómicas, etc.

Cuando estamos a la sombra de una nube y de pronto ésta deja pasar la luz del Sol, inmediatamente percibimos una sensación de calor en nuestra piel. ¿Mediante qué vía se transmite en este caso energía del Sol a nuestra piel? Argumenta tu respuesta.

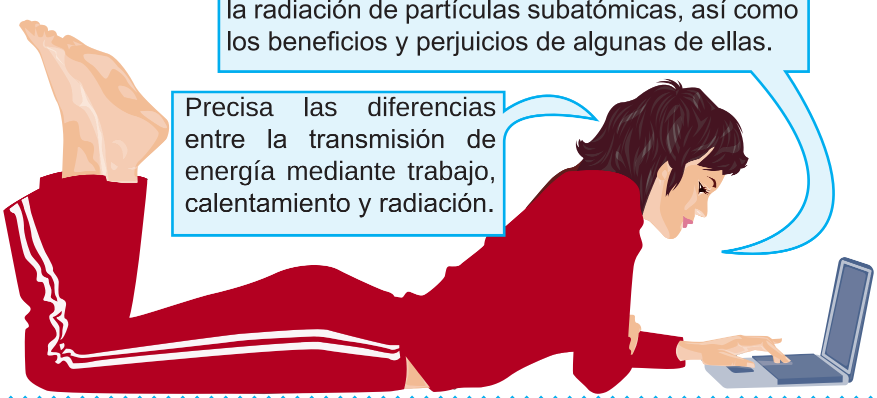


Describe algunos de los efectos conocidos por ti, de los diferentes tipos de radiación electromagnética



Investiga sobre los cambios que puede producir la radiación de partículas subatómicas, así como los beneficios y perjuicios de algunas de ellas.

Precisa las diferencias entre la transmisión de energía mediante trabajo, calentamiento y radiación.



Analiza las siguientes situaciones e indica mediante qué vía se transforma o trasmite energía en cada uno de los casos siguientes: a) se lanza un bloque sobre la superficie de una mesa horizontal y luego de recorrer cierta distancia se detiene; b) el agua de una olla colocada en un estufa hierve; c) se trata un tumor cancerígeno con radioterapia; d) se levanta una maleta desde el piso hasta cierta altura; e) se golpea un trozo de plomo con un martillo y su temperatura se eleva; f) la Tierra se mueve alrededor del Sol; g) un bloque se mueve sobre una mesa horizontal sin fricción con velocidad constante; h) se cuece pan en un horno; j) una masa choca con una pared y la destruye.

Ya tienes una visión general acerca de las diferentes formas de energía y las vías mediante las cuales se transforma y transmite. De las tres vías examinadas, a continuación centraremos la atención en el **trabajo**, que es la vía específicamente considerada por la Mecánica. En el calor y la radiación profundizarás en cursos posteriores de Física. Concretamente, veremos **cómo medir el trabajo**, o lo que es lo mismo, la energía transformada o transmitida mediante la aplicación de fuerzas. De modo que la pregunta clave a responder ahora será:

¿Cómo medir la energía transformada o transmitida durante la realización de trabajo?

1.1.3. Cálculo del trabajo de una fuerza constante.

El análisis de variadas situaciones pone de manifiesto, que para la transformación o transmisión de energía mediante fuerzas se requiere que **el punto donde está aplicada la fuerza se desplace**. Por otra parte, mientras mayores sean las fuerzas y los desplazamientos, mayor será la energía transformada o transmitida y, en consecuencia, el trabajo realizado. La figura 1.13 ilustra una experiencia que apoya las ideas anteriores.

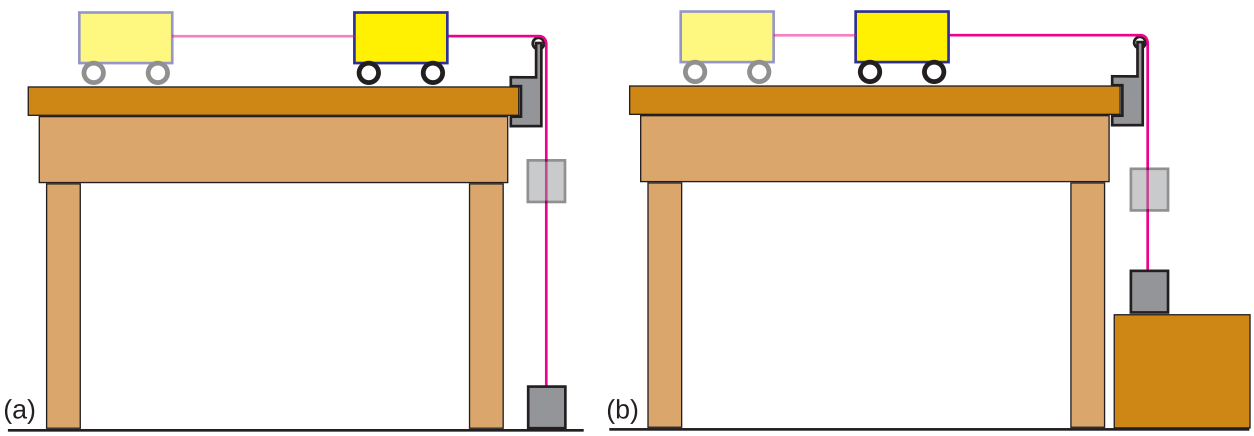


Fig. 1.13. Sobre el carrito actúa la tensión del hilo, que desaparece cuando la carga que cuelga llega al suelo (a), o topa con un bloque (b). En (a) la energía cinética que adquiere el carrito es mayor que en (b), lo cual indica que el trabajo realizado por la tensión del hilo fue mayor.

Analiza detalladamente la experiencia de la figura 1.13. En particular, utilizando la segunda ley de Newton argumenta porqué la velocidad que adquiere el carrito es mayor en el caso (b).

Apoya mediante ejemplos diferentes al del texto la afirmación de que mientras mayores sean la fuerza aplicada y el desplazamiento de su punto de aplicación, mayor será el trabajo realizado.

James Prescott Joule (1818-1889). Demostró que el calor es una transferencia de energía y determinó el equivalente mecánico del calor.

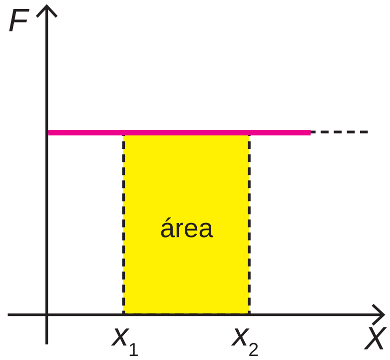
Lo anterior sugiere que en situaciones como la de la figura 1.13 la energía transformada o transmitida al aplicar una fuerza, es decir, mediante trabajo, puede ser calculada empleando la ecuación:

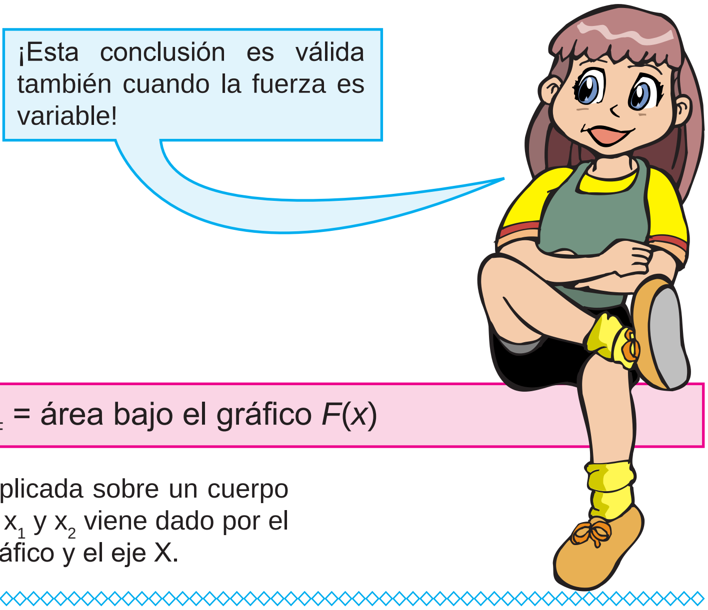
$$\boxed{W_F = F\,\Delta x,}$$

donde *W* representa el **trabajo** (*W* es la inicial de la palabra **work**, que significa trabajo en idioma inglés), *F* la magnitud de la fuerza y Δx la magnitud del desplazamiento de su punto de aplicación.

Como en el **SI** la unidad de fuerza es el **newton** y la unidad de longitud el **metro**, entonces la unidad de trabajo es 1 newton x 1 metro ≡ 1 Nm. Esta unidad recibe el nombre especial de **joule** (J), en honor al científico inglés James Prescott Joule (1818-1889), quien realizó importantes experimentos relativos a la medición del trabajo y la energía.

En la figura 1.14 se ha representado el gráfico de *F*(*x*) para un fuerza constante aplicada sobre cierto cuerpo. De la figura se ve que el trabajo realizado por dicha fuerza cuando el cuerpo se desplaza entre las posiciones x_1 y x_2 viene dado por el área correspondiente entre el gráfico y el eje X. Más adelante veremos que esta conclusión puede generalizarse al caso de fuerzas que no son constantes.





$$\boxed{W_F = \text{área bajo el gráfico } F(x)}$$

Fig. 1.14. El trabajo realizado por la fuerza aplicada sobre un cuerpo cuando éste se desplaza entre las posiciones x_1 y x_2 viene dado por el área correspondiente comprendida entre el gráfico y el eje X.

Ejemplo 1.4. Imagina que los bueyes de la figura arrastran el arado uniformemente y con una fuerza de 450 N. ¿Cuál es el trabajo que realizan sobre el arado en un surco de 100 m de longitud?

Según la ecuación para el cálculo del trabajo:

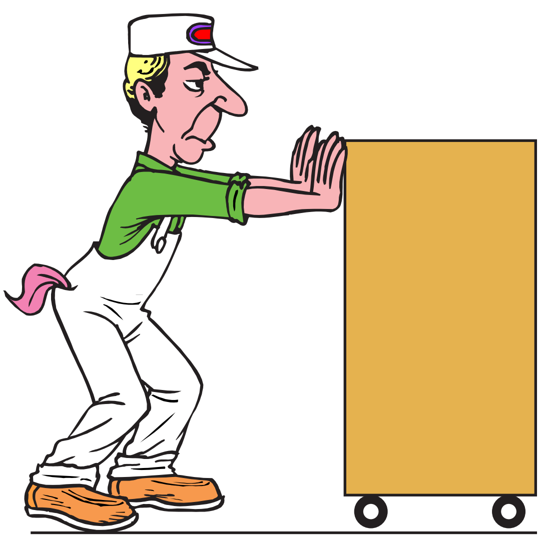
$$W_F = F\Delta x$$

$$W_F = (450\ \text{N})(100\ \text{m}) = 4.50\times10^4\ \text{J}$$

ó

$$W_F = 45.0\ \text{kJ}$$

Ejemplo 1.5. El obrero de la figura empuja la caja poniéndola en movimiento con una aceleración que se mantiene constante durante los primeros 0.90 m. ¿Cuál es el trabajo realizado sobre la caja al recorrer dicha distancia, si la masa de ésta es 70 kg y la aceleración 0.75 m/s^2? La fuerza de rozamiento puede despreciarse.



Para calcular el trabajo realizado sobre la caja es preciso hallar la fuerza ejercida sobre ella. Como el rozamiento es despreciable, dicha fuerza es solo la requerida para imprimirle la aceleración de 0.75 m/s^2. Por consiguiente, de acuerdo con la segunda ley de Newton la fuerza es:

$$F = ma$$

Por lo que el trabajo es:

$$W_F = F\Delta x$$

$$W_F = ma\Delta x$$

$$W_F = (70\ \text{kg})\left(0.75\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.90\ \text{m})$$

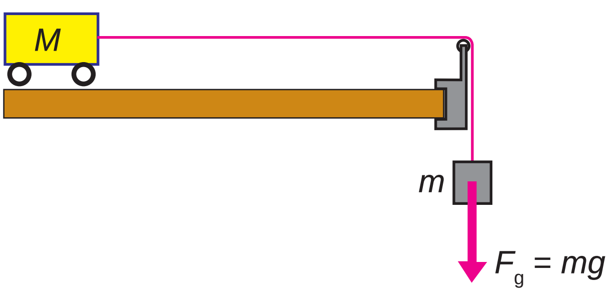
$$W_F = 47\ \text{J}$$

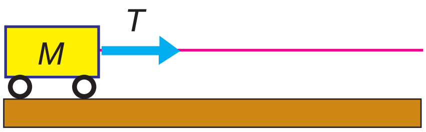
Ejemplo 1.6. Si la masa del carrito de la figura 1.13a es 550 g y la de la carga que cuelga del hilo 150 g, ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza de tensión del hilo en un recorrido del carrito de 1.00 m?. El rozamiento puede despreciarse y las masas de la polea y del hilo también.

Al resolver este problema es necesario tener cuidado de no identificar la tensión del hilo con la fuerza de gravedad que actúa sobre la carga que cuelga de él. Dichas fuerzas son aproximadamente iguales solo si la masa de la carga que cuelga es muy pequeña en comparación con la del carrito, condición que en este caso no se cumple. Por eso lo primero que debemos hallar es la tensión del hilo.

Designemos por M la masa del carrito, m la masa de la carga y T la tensión del hilo.

La fuerza que actúa sobre el sistema carrito-carga es la de gravedad sobre la carga: mg. Por consiguiente, según la segunda ley de Newton la aceleración del sistema es:





$a = \frac{F_g}{M+m} = \frac{mg}{M+m}$ De ahí que la tensión del hilo sea: $T = Ma = \frac{Mmg}{M+m}$

Nota que de esta expresión se ve que, como hemos dicho, si m es despreciable en comparación con M, entonces $T = mg$, es decir, la tensión es numéricamente igual a la fuerza de gravedad que actúa sobre la carga. Sin embargo, éste no es el caso analizado.

En efecto, el valor de la fuerza de gravedad es $F_g = mg = (0.15\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 1.5\text{ N}$

mientras que el de la tensión es menor: $T = \frac{Mmg}{M+m} = 1.2\text{ N}$

El trabajo realizado por la fuerza de tensión del hilo es:

$$W_T = T\Delta x = (1.2\text{ N})(1.00\text{ m}) = 1.2\text{ J}$$

Aunque los datos se han dado con tres cifras significativas, el resultado final lo hemos aproximado a dos cifras. Ello se debe a que el valor de g utilizado tiene solo dos cifras significativas, lo que limita el número de ellas en el resultado.

Las situaciones examinadas anteriormente son muy simples: hemos considerado el trabajo de una sola fuerza, además, el desplazamiento del cuerpo tenía la misma dirección y sentido que la fuerza y ésta era constante. Ahora ampliaremos el análisis, en particular consideraremos el trabajo de varias fuerzas y que ellas pueden tener sentido contrario al desplazamiento.

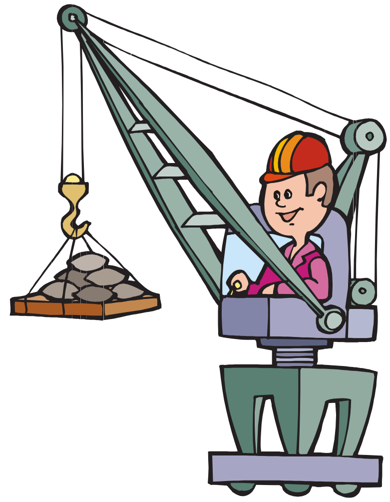


Fig. 1.15. La grúa está levantando una carga verticalmente hacia arriba con movimiento uniforme.

1.1.3.1. Trabajo de una fuerza que tiene sentido contrario al desplazamiento.

La grúa de la figura 1.15 eleva una carga en línea recta y uniformemente. Sobre la pieza actúan dos fuerzas, la tensión del cable del que cuelga, dirigida en el sentido del desplazamiento (hacia arriba) y la fuerza de gravedad, dirigida en sentido contrario (hacia abajo). ¿Cómo calcular el trabajo realizado por una fuerza que tiene sentido contrario al desplazamiento?

Si la carga es elevada con movimiento rectilíneo uniforme esto significa, según la primera ley de Newton, que la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella es nula, o sea, todo ocurre **como si** sobre la pieza no actuara fuerza alguna. Pero en tal caso **la suma de los trabajos** de las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo -fuerza de tensión y fuerza de gravedad- también deberá ser nula. De aquí que el trabajo de la fuerza de gravedad debe ser de igual valor y signo contrario que el de la fuerza de tensión.

Cuando la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido, el trabajo efectuado por la fuerza es positivo. Y si tienen sentidos contrarios, es negativo.

La situación anteriormente analizada muestra que el trabajo puede ser tanto positivo como negativo. En ambos casos se calcula de igual modo, pero **cuando la fuerza y el desplazamiento tienen igual sentido, el trabajo es positivo y cuando tienen sentidos contrarios es negativo.**

Si sobre el cuerpo actúa más de una fuerza, como en el caso de la carga que baja la grúa del ejemplo 1.7, entonces **el trabajo total realizado sobre él es igual a la suma algebraica de los trabajos efectuados por cada una de las fuerzas:**

$$W_{FR} = W_{F1} + W_{F2} + W_{F3} + \cdots + W_{Fn}$$

Así, en el ejemplo 1.7 el trabajo total realizado sobre la carga por la fuerza de gravedad y la tensión del cable es:

$$W_{FR} = W_{Fg} + W_T = 1.5 \times 10^5 \text{ J} - 1.5 \times 10^5 \text{ J} = 0$$

El trabajo total también puede calcularse determinando primero la fuerza neta o resultante sobre el cuerpo y hallando luego el trabajo de dicha fuerza.

Por ejemplo, en el caso de la carga que es bajada por la grúa, la fuerza resultante es:

$F_R = (T - F_g) = 0$

De ahí que $W_{FR} = F_R \Delta h = 0$

Observa que el trabajo total realizado sobre un cuerpo puede ser nulo y, sin embargo, el de las fuerzas que actúan sobre él no.

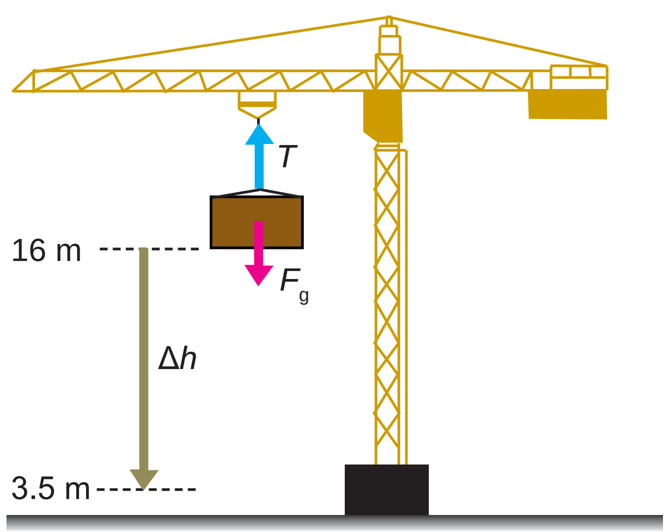
Ejemplo 1.7. Imagina que una grúa baja verticalmente y con movimiento uniforme una carga de 1250 kg desde una altura de 16 m a otra de 3.5 m. ¿Cuál es el trabajo de la fuerza de gravedad? ¿Cuál el de la tensión del cable?

El trabajo de la fuerza de gravedad es: $W_{Fg} = F_g \Delta h$, donde Δh representa la magnitud del desplazamiento de la carga al descender de una altura a la otra. Por consiguiente:

$$W_{Fg} = mg\Delta h$$

$$W_{Fg} = (1250 \text{ kg})\left(9.8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(16 \text{ m} - 3.5 \text{ m})$$

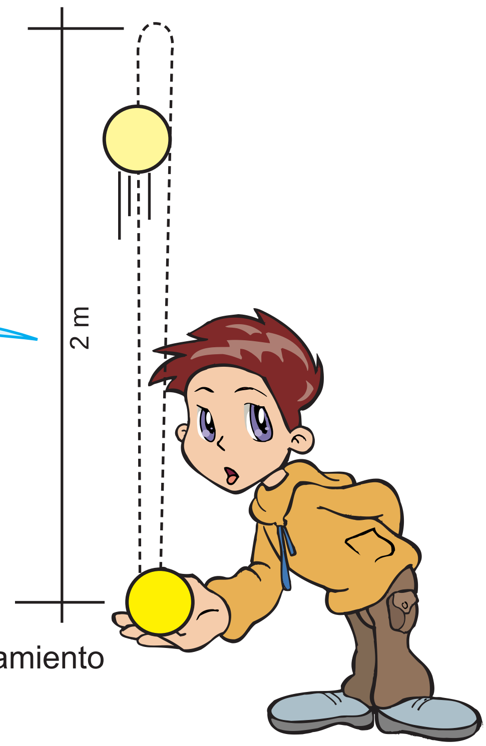
$$W_{Fg} = 1.5 \times 10^5 \text{ J}$$

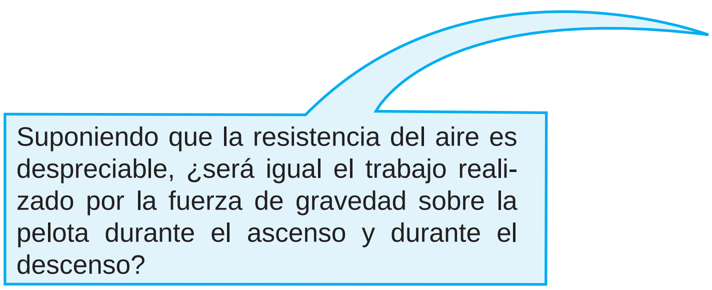


El trabajo de la tensión del cable es de igual valor, pero signo contrario, es decir:

$W_T = -1.5 \times 10^5$ J

¿Cuáles serían los trabajos realizados por la fuerza de gravedad y la tensión del cable si la carga en lugar de descender, ascendiera desde la altura de 3.5 m a la de 16 m?





¿Y cómo calcular el trabajo cuando la fuerza y el desplazamiento tienen diferentes direcciones?

1.1.3.2. Trabajo de una fuerza que forma cierto ángulo con el desplazamiento.

Tomemos como ejemplo una caja que es arrastrada con movimiento uniforme tirando de ella con una fuerza $\vec{F}$ mediante una cuerda (Fig. 1.16). Las componentes de esta fuerza en las direcciones vertical y horizontal son $\vec{F}_y$ y $\vec{F}_x$. Esto significa que la fuerza aplicada puede interpretarse como la suma de $\vec{F}_y$ y $\vec{F}_x$. Pero puesto que la caja no se desplaza en la dirección vertical, $\vec{F}_y$ no realiza trabajo. En consecuencia, el trabajo de la fuerza aplicada es igual al trabajo de la fuerza $\vec{F}_x$ solamente:

$$W_F = F_x \Delta x$$

A partir de la ecuación $W_F = F\,\Delta x \cos\theta$, obtén las expresiones para el trabajo realizado por una fuerza cuando: a) tiene el mismo sentido que el desplazamiento, b) sentido contrario, c) forma un ángulo de 90º con él.

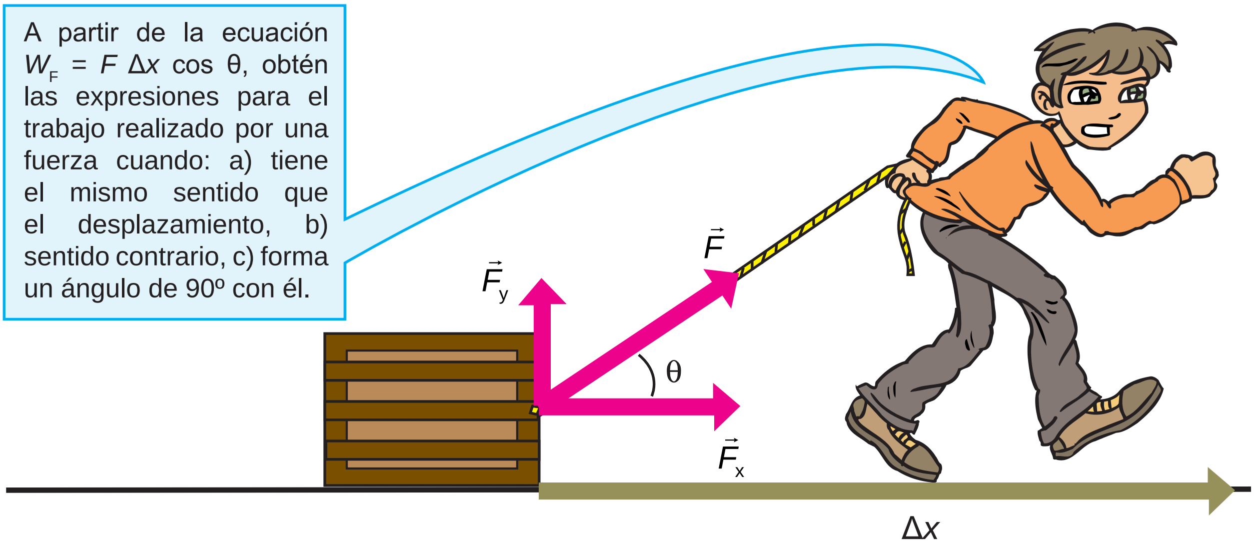


Fig. 1.16. Al arrastrar la caja tirando con una fuerza $\vec{F}$ solo realiza trabajo la componente horizontal de la fuerza: $W_F = F\,\Delta x \cos\theta$.

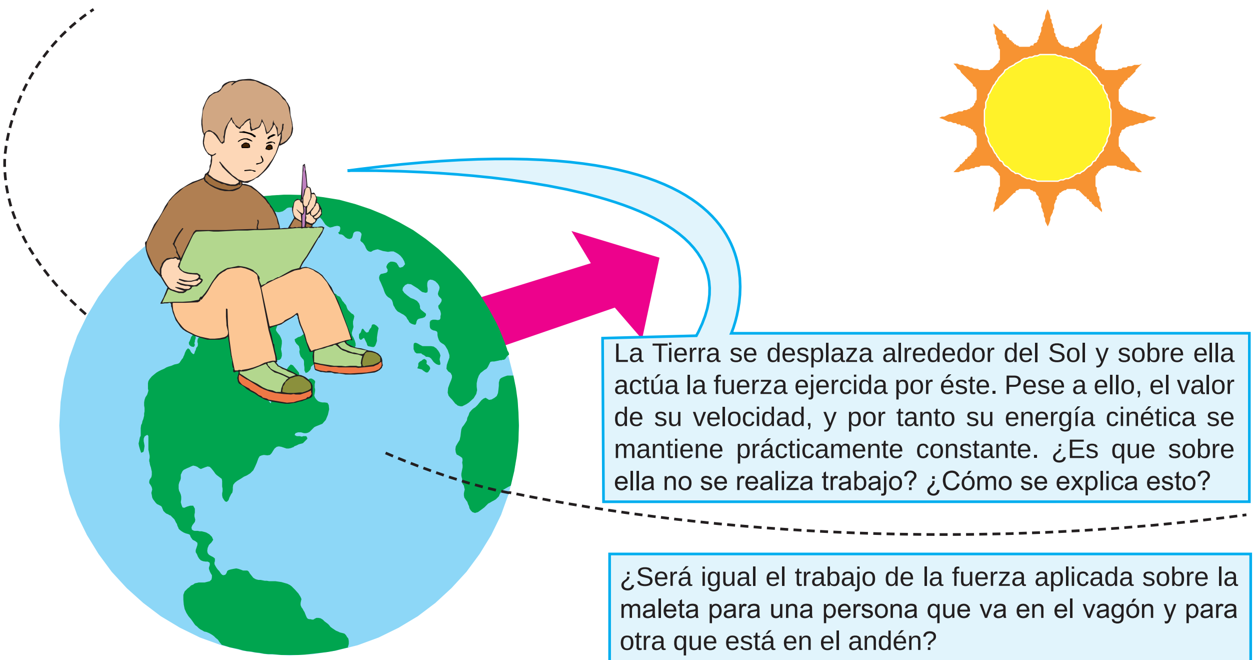
Del diagrama de la figura se ve que $F_x = F \cos\theta$, por lo que:

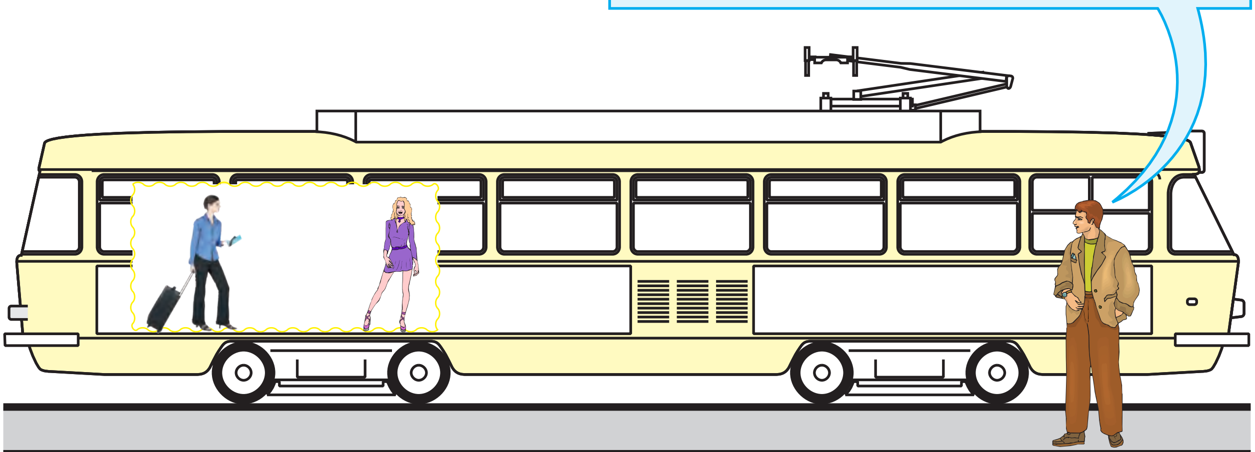
$W_F = F \cos\theta\,\Delta x$, que puede escribirse:

$$\boxed{W_F = F\,\Delta x \cos\theta}$$

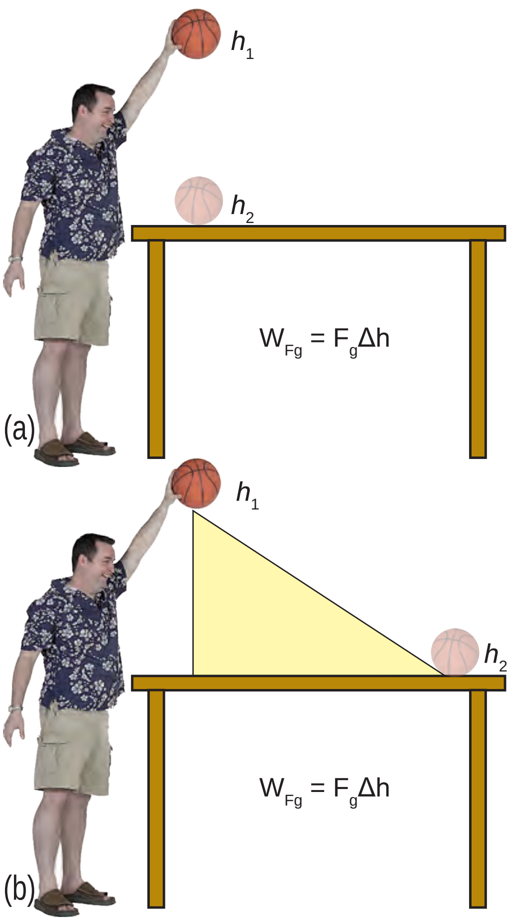
En palabras, **el trabajo realizado por una fuerza constante es igual al producto de los módulos de la fuerza y el desplazamiento, multiplicado por el coseno del ángulo formado entre éstos.**

Observa que mientras la fuerza y el desplazamiento son magnitudes vectoriales, **el trabajo es una magnitud escalar**, no es posible decir que tiene tal o cual dirección.





El procedimiento indicado para calcular el trabajo conduce a un importante resultado relativo al trabajo de la fuerza de gravedad. Ya sabes que el trabajo de ésta al desplazar un cuerpo verticalmente hacia abajo (Fig. 1.17a) es $W_{Fg} = F_g\Delta h$, donde Δh es la variación de la altura del cuerpo. Supongamos ahora que el cuerpo se hace descender la misma altura Δh, pero siguiendo otra trayectoria, por ejemplo, a través de un plano inclinado (Fig. 1.17b). ¿Cuál será en este caso el trabajo de la fuerza de gravedad? Resulta que también $F_g\Delta h$. En efecto, el desplazamiento del cuerpo a través del plano inclinado puede descomponerse en un desplazamiento horizontal y otro vertical, sin embargo, el trabajo según el desplazamiento horizontal es nulo, ya que la fuerza de gravedad no tiene



componente en esa dirección. En consecuencia, el trabajo de la fuerza de gravedad se debe solo al desplazamiento vertical. Cabe subrayar que el resultado sigue siendo el mismo aún cuando la trayectoria del cuerpo sea una curva con ondulaciones (Fig. 1.17c):

El trabajo de la fuerza de gravedad al desplazar un cuerpo de una posición a otra depende solo de la fuerza de gravedad y de la variación de la altura: $W_{Fg} = F_g\Delta h$.

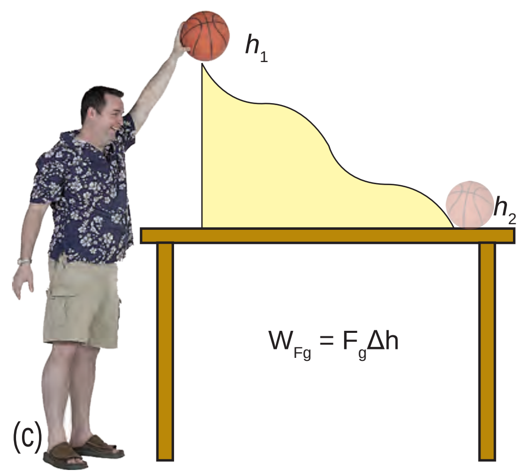
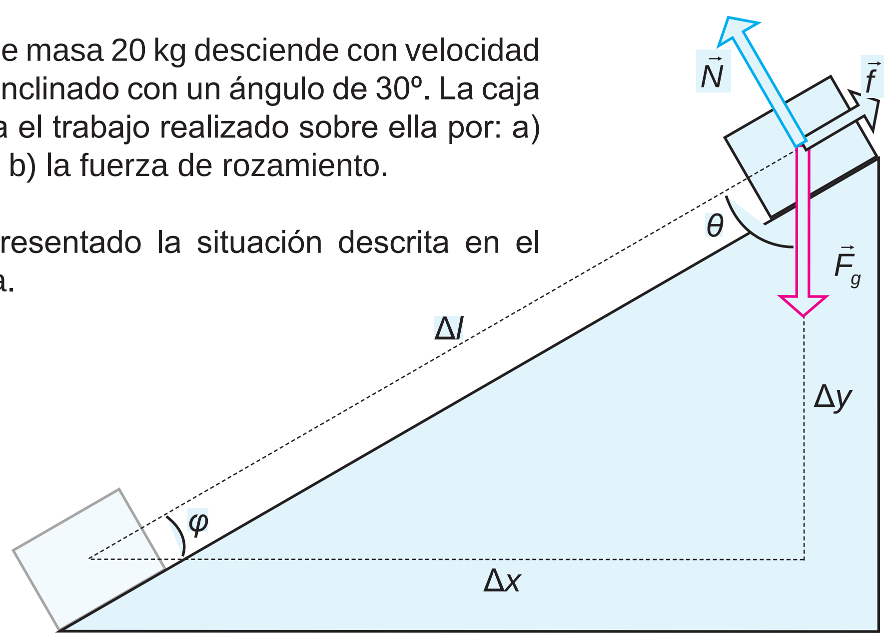


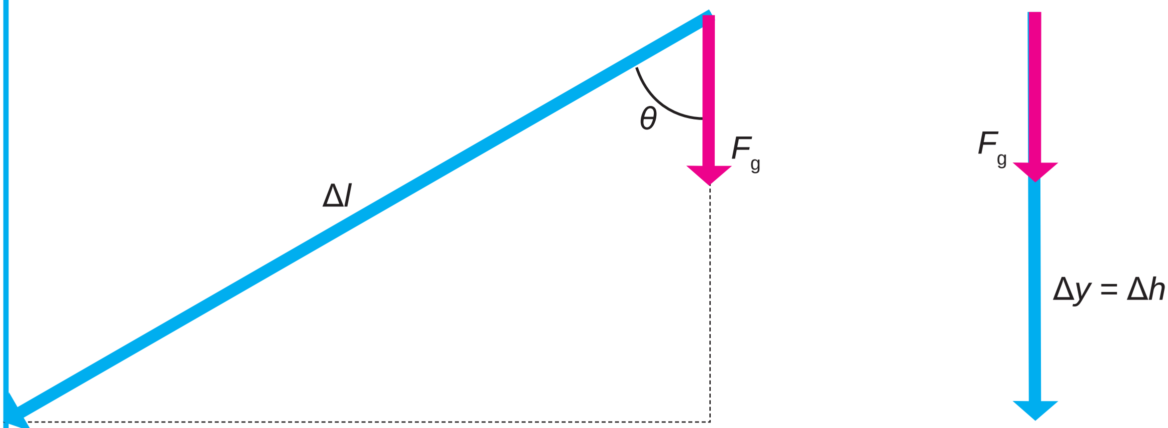
Fig. 1.17. Una pelota va de la altura h_1 a la h_2, por diferentes trayectorias. En los tres casos el trabajo dela fuerza de gravedad es el mismo

Ejemplo 1.8. Una caja de masa 20 kg desciende con velocidad constante por un plano inclinado con un ángulo de 30º. La caja recorre 5.40 m. Calcula el trabajo realizado sobre ella por: a) la fuerza de gravedad y b) la fuerza de rozamiento.

En la figura se ha representado la situación descrita en el enunciado del problema.



a) Calculemos el trabajo realizado por la fuerza de gravedad de dos modos, primero utlizando la ecuación general para el cálculo del trabajo cuando la fuerza forma cierto ángulo con el desplazamiento, $W_F = F\,\Delta x \cos\theta$, y luego a partir de la conclusión anteriormente obtenida en el texto para el trabajo de la fuerza de gravedad.



Como el desplazamiento del cuerpo a lo largo del plano es Δl y el ángulo formado entre él y la fuerza de gravedad θ, se tiene:

$W_{Fg} = F_g\,\Delta l \cos\theta$,

Pero $F_g = mg$ y $\cos\theta = \operatorname{sen}\varphi$. Por tanto:

$$W_{Fg} = (20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(5.40\text{ m})\operatorname{sen}30^{\circ}$$

$$W_{Fg} = 5.3\times10^{2}\text{ J}$$

ó

$$W_{Fg} = 0.53\text{ kJ}$$

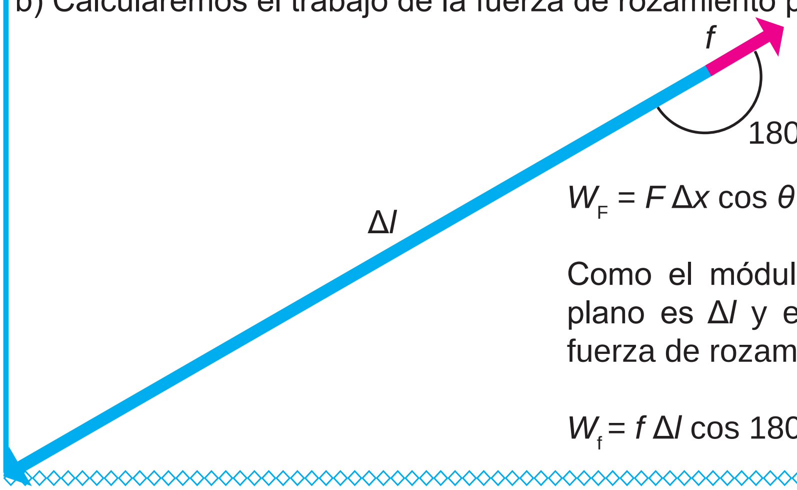
Procedamos ahora del otro modo. Según la conclusión obtenida anteriormente en el texto, aún cuando el cuerpo descienda por una trayectoria que no sea vertical:

$W_{Fg} = F_g\Delta h$

Pero para el plano dado $\Delta h = \Delta l\operatorname{sen}\varphi$. Por tanto:

$W_{Fg} = mg\Delta l\operatorname{sen}\varphi$, que coincide con el resultado ya obtenido.

b) Calcularemos el trabajo de la fuerza de rozamiento primero a partir de la ecuación:

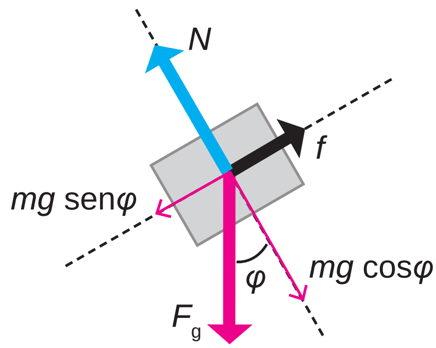


$W_F = F\,\Delta x \cos\theta$ y después razonando.

Como el módulo del desplazamiento sobre el plano es Δl y el ángulo formado entre él y la fuerza de rozamiento es 180º, se tiene:

$W_f = f\,\Delta l \cos 180^{\circ} = -\,f\,\Delta l$

Ya que el cuerpo desciende con velocidad constante, el módulo de la fuerza de rozamiento debe ser igual al módulo de la componente de la fuerza de gravedad a lo largo del plano, es decir, $f = mg$ senφ.



De ahí que:

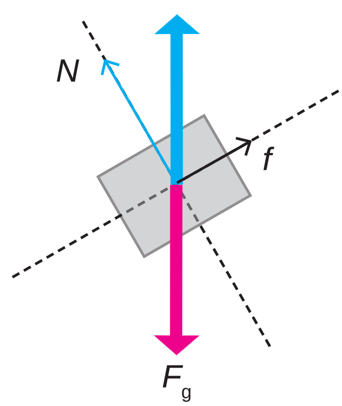
$W_f = -f\,\Delta l = -(mg \text{ sen } \varphi)\,\Delta l = -mg\,\Delta l \text{ sen } \varphi$,

resultado que coincide con el obtenido para el trabajo de la fuerza de gravedad, solo que ahora tiene signo opuesto, o sea, el trabajo de la fuerza de rozamiento es –0.53 kJ.

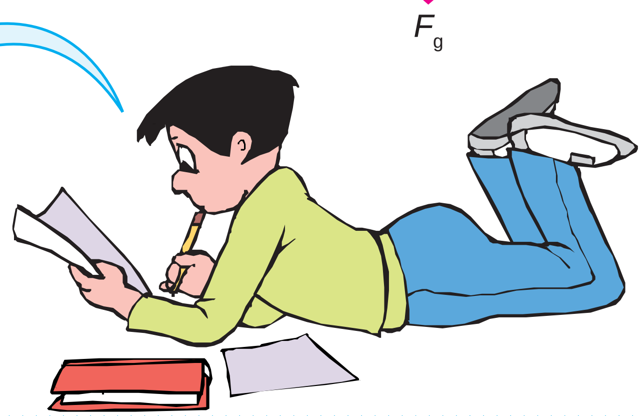
Ahora hallemos el trabajo de la fuerza de rozamiento razonando.

Puesto que la caja desciende con velocidad constante, según la primera ley de Newton es como si sobre ella no actuara fuerza alguna. En consecuencia, la suma de los trabajos de las fuerzas aplicadas sobre la caja debe ser nula. Y como éstas fuerzas son solo la de gravedad y la ejercida por el plano, se llega a la conclusión que el trabajo de la fuerza ejercida por el plano debe ser de igual valor y signo contrario al de la fuerza de gravedad, es decir, –0.53 kJ.

Sin embargo, de las dos componentes de la fuerza ejercida por el plano, normal y fuerza de rozamiento, únicamente realiza trabajo la segunda, ya que la normal, como su nombre indica, es siempre perpendicular al plano, o sea, al desplazamiento del cuerpo. Por consiguiente, el trabajo de –0.53 kJ realizado por la fuerza del plano sobre la caja se debe exclusivamente a la fuerza de rozamiento. En conclusión, el trabajo de la fuerza de rozamiento es –0.53 kJ.



Ahora tú determina el trabajo realizado por la fuerza de fricción, utilizando f, Δy y el ángulo que se forma entre ellos.



1.1.3.3. ¿Y cómo calcular el trabajo realizado por una fuerza cuando no es constante?

En tal caso pudiera reducirse la situación a la ya conocida, en que la fuerza es constante. A fin de ilustrar esta idea, consideremos como ejemplo el trabajo de la fuerza de un resorte sobre un cuerpo que se desplaza sujeto a su extremo. Supongamos que se tira del cuerpo y luego se suelta (Fig. 1.18a). Como sabes, mientras el cuerpo se desplaza hacia la posición de equilibrio la fuerza del resorte no es constante, pero si se divide el desplazamiento en **intervalos Δ*x* tan pequeños que en cada uno pueda considerarse a la fuerza prácticamente constante**, entonces el trabajo total es:

$$W_F \approx F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \ldots$$

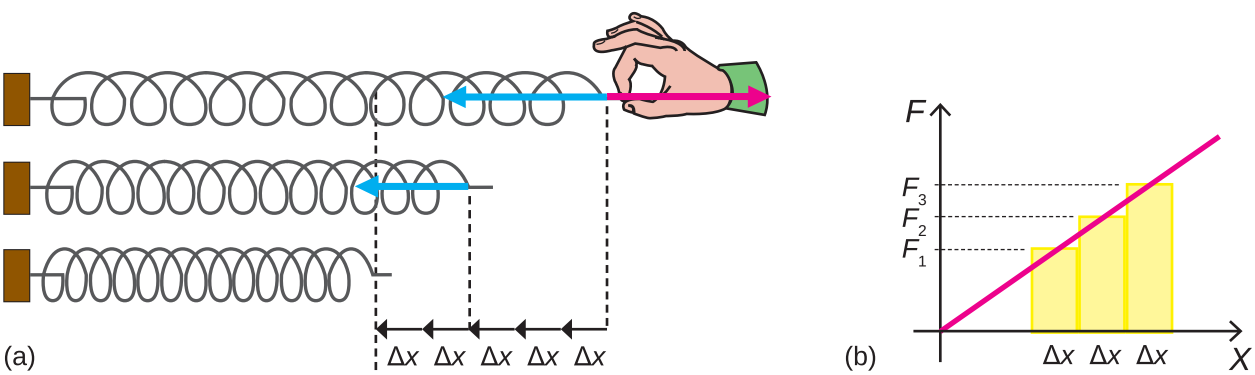


Fig. 1.18. Cálculo del trabajo cuando la fuerza no es constante: a) se divide el desplazamiento en intervalos muy pequeños (Δx) y se halla la suma de los trabajos en cada uno de ellos; b) el trabajo está dado por el área entre el gráfico de *F*(*x*) y el eje X.

En la expresión anterior no utilizamos el símbolo de igualdad porque la suma es solo **aproximadamente** igual al trabajo realizado, ya que en los pequeños intervalos Δ*x* la fuerza no es estrictamente constante. La aproximación será tanto mejor cuanto menor sea dicho intervalo, y será exacta si el tamaño de ellos se reduce indefinidamente. Simbólicamente el proceso de reducción indefinida del tamaño de los intervalos se representa del modo siguiente:

$$W_F = \lim_{\Delta x \to 0}\left(F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \cdots\right)$$

Cómo hallar el resultado de la suma anterior lo aprenderás en el curso de Matemáticas del tercer año de bachillerato, en el tema **Cálculo Integral**. Aquí nos limitaremos a dar una interpretación gráfica de dicha suma.

Ya sabes que si el cuerpo se mueve en línea recta y la fuerza es constante y tiene la misma dirección que el desplazamiento, entonces el trabajo viene dado por el área entre el gráfico de $F(x)$ y el eje X (Fig. 1.14). Generalicemos ahora esta conclusión al caso de una fuerza cuya magnitud puede variar. La figura 1.18b muestra el gráfico del módulo de la fuerza del resorte en función de la posición del cuerpo. De la figura se ve que la suma $F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x$ equivale a la suma de las áreas de los rectángulos trazados. Intituivamente se comprende que a medida que el tamaño de los intervalos Δx se reduce, el número de rectángulos aumenta y la suma de sus áreas se aproxima al área entre el gráfico de $F(x)$ y el eje X.

De esta forma, en general, **cuando un cuerpo se mueve en línea recta y la fuerza aplicada sobre él tiene la misma dirección que el desplazamiento, el trabajo realizado viene dado por el área comprendida entre el gráfico de *F*(*x*) y el eje de las X.**

1.1.4. Teorema del trabajo y la energía.

Desde que estudiaste las leyes de Newton conoces muy bien que si sobre un cuerpo inicialmente en reposo actúa una fuerza neta, su velocidad varía. Ahora podemos agregar que la fuerza neta realiza trabajo, provocando una **variación de la energía cinética**, o energía de movimiento del cuerpo. **Entre el trabajo y la energía cinética existe una estrecha relación**. La experiencia de la figura 1.13 ya ilustraba esa relación.

Sin embargo, todavía no conocemos cuál es, concretamente, dicha relación. Tampoco sabemos cómo calcular la energía cinética de un cuerpo a partir de su masa y su velocidad. Por eso nuestro próximo objetivo será contestar las preguntas:

¿Cómo se relacionan el trabajo y la energía cinética? ¿Cómo calcular ésta a partir de la masa y la velocidad del cuerpo?

Consideremos el caso simple de un cuerpo sobre el que se ejerce una fuerza neta constante, y que dicha fuerza y el desplazamiento del cuerpo están dirigidos a lo largo de una recta y en un mismo sentido (Fig. 1.19). Para un desplazamiento Δx del cuerpo el trabajo de la fuerza es:

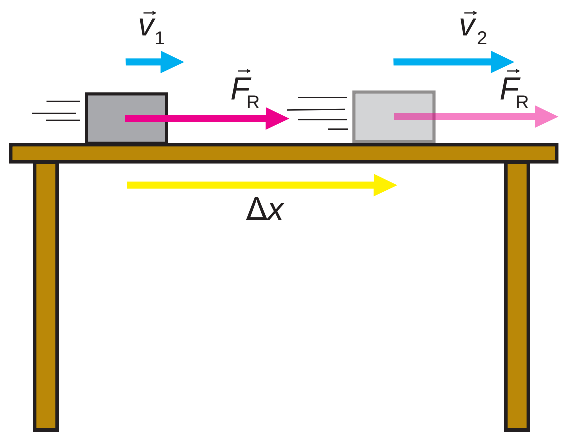


Fig. 1.19. El trabajo realizado sobre el cuerpo por la fuerza neta $\vec{F}_R$ es igual a la variación de su energía cinética: $W_{FR} = \Delta E$c.

$$W_{FR} = F_R \Delta x$$

Utilizando la segunda ley de Newton, $F_R = ma$, queda:

$$W_{FR} = ma\Delta x$$

De la ecuación para el movimiento rectilíneo con aceleración constante, $v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x$, tenemos:

$$a\Delta x = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_o^2$$

Y sustituyendo esta expresión en la ecuación del trabajo, queda:

$$W_{FR} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

El segundo miembro de esta ecuación representa la variación de la magnitud ½mv^2. Dicha magnitud es precisamente la que se denomina **energía cinética**. De modo que para calcular la energía cinética de un cuerpo se utiliza la ecuación:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

La relación entre el trabajo y la energía cinética puede escribirse:

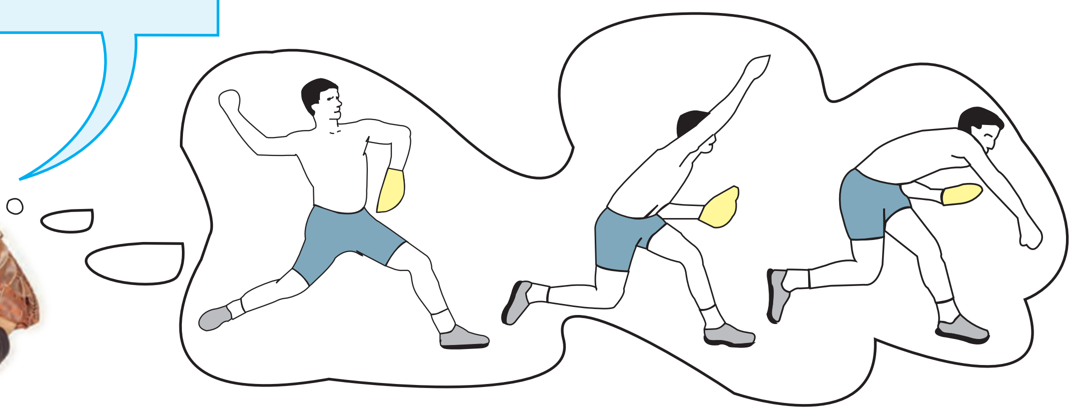
$$W_{FR} = E_C - E_{Co}$$

$$\boxed{W_{FR} = \Delta E_C}$$

La fuerza que un pitcher puede aplicar a la pelota es limitada. Argumenta, utilizando la ecuación para el cálculo del trabajo, qué hace para lograr la mayor energía cinética, y por tanto velocidad, en el lanzamiento.

Este resultado se conoce como **teorema del trabajo y la energía cinética**, el cual en palabras se expresa como sigue:

El trabajo de la fuerza neta ejercida sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética.



¿Será la energía cinética de un cuerpo una magnitud escalar o vectorial? Argumenta tu respuesta.

¿Cuál será el trabajo total realizado por la fuerza de gravedad cuando la piedra haya regresado a mi mano?

Cabe subrayar que el resultado anterior es válido aún cuando la fuerza neta no sea constante y su dirección no coincida con la del desplazamiento.

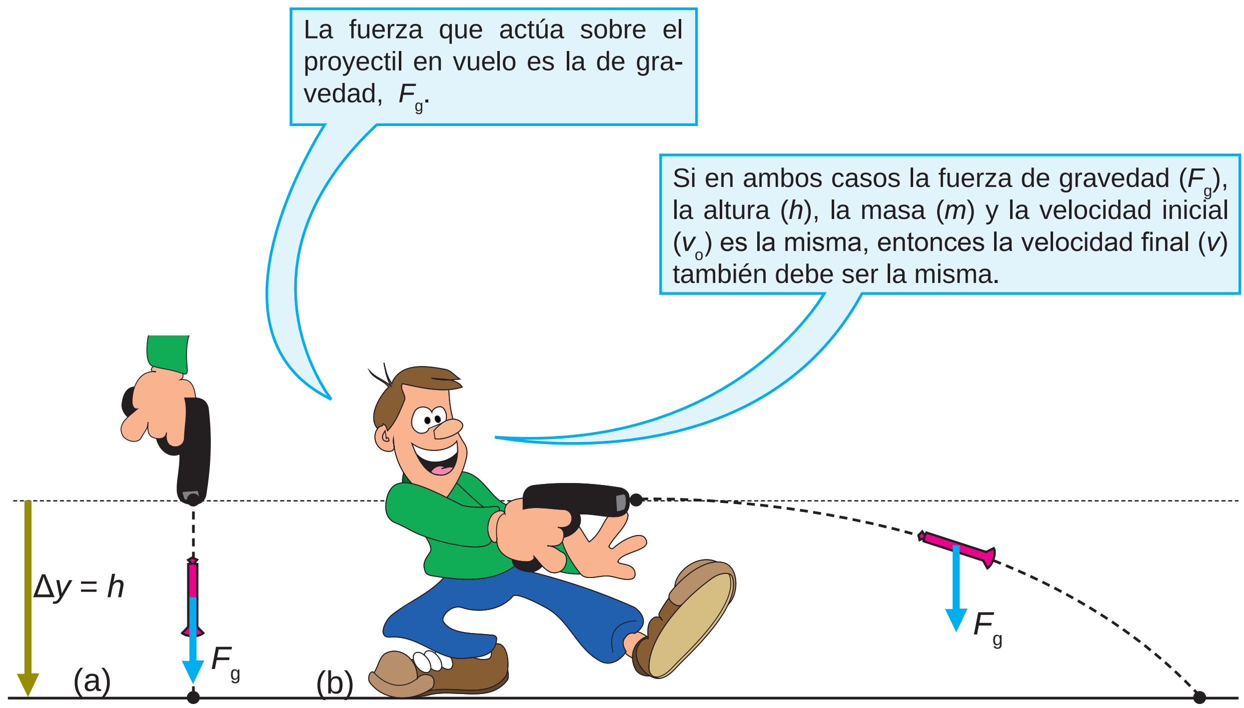
El teorema del trabajo y la energía cinética, $W_{FR} = \Delta E\text{c}$, evidencia que la unidad de energía cinética, y de la energía en general, es la misma que la del trabajo, o sea el **Joule** (J). También evidencia que la energía transformada o transmitida mediante la aplicación de una fuerza puede ser hallada de dos modos: calculando el trabajo realizado por dicha fuerza, o la variación de la energía cinética del cuerpo, $\Delta E\text{c}$.

Estima la energía cinética de un corredor de 100 m en una olimpiada y compárala con la que tiene cuando camina normalmente.

En la introducción al curso mencionamos tres ejemplos de problemas cuyas soluciones se dificultan (e incluso pueden resultar imposibles) a partir de la segunda ley de Newton, pero que en cambio es posible enfrentar empleando las leyes de conservación. A continuación resolveremos dos de aquellos problemas. Veremos que aunque todavía no hemos formulado la ley de conservación de la energía, los conceptos de trabajo y energía cinética y el teorema que relaciona estas dos magnitudes, permiten ya encontrar la solución de ellos muy fácilmente.

Ejemplo 1.9. Se dispara una pistola de juguete de dos modos (Fig. 1.1): a) verticalmente hacia abajo y b) horizontalmente. En ambos casos la velocidad de salida del proyectil es la misma. ¿En qué caso su velocidad al llegar al suelo es mayor? La resistencia del aire puede despreciarse.

En ambos casos el trabajo realizado por la fuerza de gravedad es el mismo: $W_{Fg} = F_g h$. Por otra parte, según el teorema del trabajo y la energía cinética, es igual a la variación de la energía cinética del proyectil. En consecuencia, dicha variación, y por tanto el valor de la velocidad con que llega al suelo, también es la misma en ambos casos.



$$W_{FR} = \Delta E_C$$

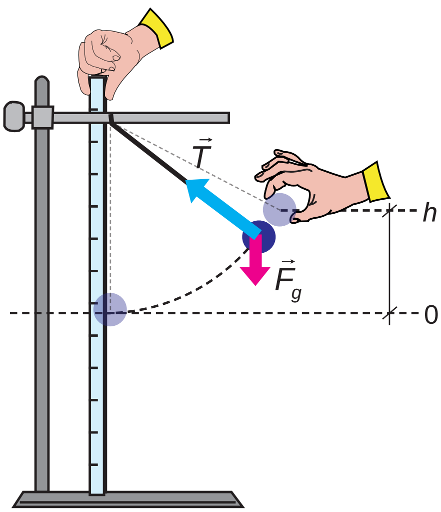
$$W_{FR} = E_C - E_{Co}$$

$$F_g h = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

Para apreciar la importancia de los conceptos estudiados, puedes probar resolver este problema empleado la segunda ley de Newton. Verás que resulta mucho más laborioso.

Consideremos ahora el siguiente ejemplo mencionado en la introducción.

Ejemplo 1.10. Se tiene un cuerpo que cuelga de un hilo formando un péndulo. Si lo desviamos de su posición de equilibrio, elevándolo una altura *h*, y luego lo soltamos, ¿cuál es el valor de su velocidad al pasar por la posición de equilibrio?



En la figura se han representado las fuerzas que actúan sobre el cuerpo: la fuerza de gravedad $\vec{F}_g$ y la tensión $\vec{T}$ del hilo. Como sabes, el trabajo de la fuerza de gravedad es $W_{Fg} = mgh$. La tensión del hilo forma siempre un ángulo de 90º con la trayectoria del cuerpo, por lo que el trabajo de ella es nulo. En consecuencia, el trabajo neto sobre el cuerpo se reduce al de la fuerza de gravedad: $W_{FR} = mgh$.

Según el teorema del trabajo y la energía cinética $W_{FR} = \Delta Ec$. Por tanto:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

Dividiendo la ecuación anterior entre *m* y teniendo en cuenta que la velocidad inicial del cuerpo es 0, queda:

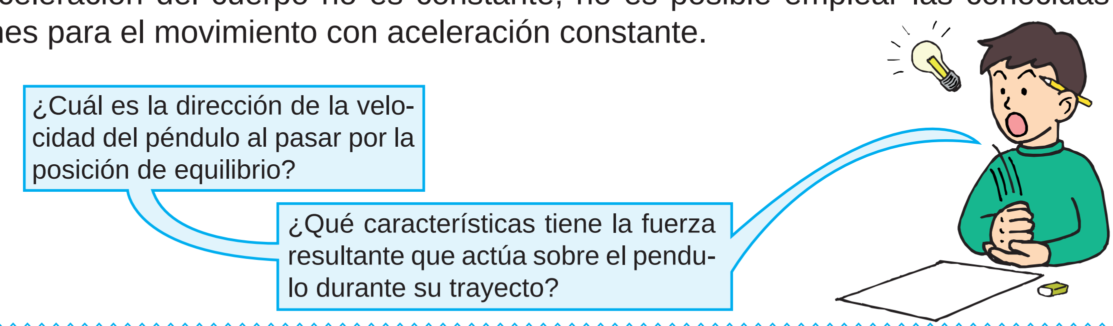
$gh = \frac{1}{2}v^2$. De aquí que:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Así, por ejemplo, si el cuerpo se elevara 20 cm por encima de su posición de equilibrio, su velocidad al pasar por ella sería:

$$v = \sqrt{2\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.20\ \text{m})} = 2.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

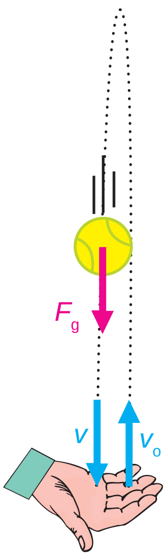
Como indicamos en la Introducción, si intentas resolver este problema utilizando la segunda ley de Newton, verás que no dispones de los conocimientos necesarios: puesto que la aceleración del cuerpo no es constante, no es posible emplear las conocidas ecuaciones para el movimiento con aceleración constante.



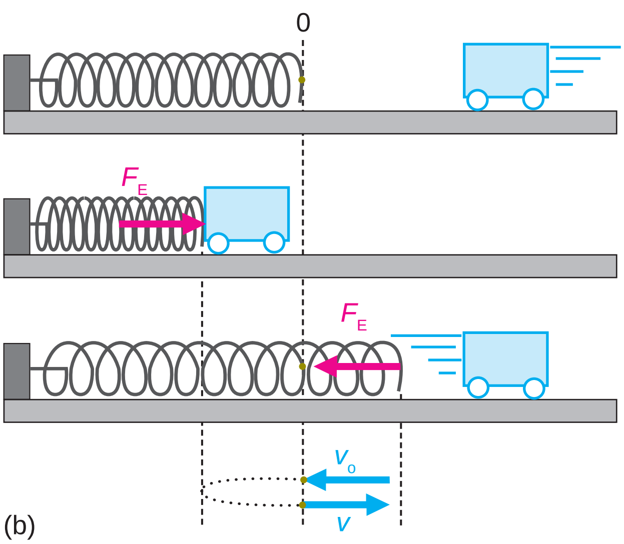
1.1.5. Fuerzas conservativas y no conservativas.

La especial relevancia de la energía, la cantidad de movimiento y de otras magnitudes implicadas en las llamadas **leyes de conservación**, radica en que **en determinadas condiciones permanecen constantes, es decir, se conservan**. Examinemos cuáles son las condiciones en que se conserva la **energía cinética**.

Consideremos una pelota que se lanza verticalmente hacia arriba y que la resistencia del aire puede despreciarse (Fig. 1.20a). Si bien mientras asciende su energía cinética va disminuyendo, no se conserva, durante el descenso crece nuevamente, de tal manera que al regresar a la mano vuelve a ser la misma que cuando salió de ella. En otras palabras, en el viaje completo, de ida y vuelta, se conserva su energía cinética. Algo similar puede decirse de un cuerpo que se mueve sobre una mesa sin rozamiento y choca con un resorte (Fig. 1.20b). A medida que comprime el resorte su energía cinética va disminuyendo, hasta anularse, pero luego, cuando el resorte se estira, nuevamente es recuperada.



(a)



(b)

Fig. 1.20. (a) Al ascender la pelota su energía cinética va disminuyendo, y en el descenso crece. (b) A medida que el carrito comprime al resorte, su energía cinética va disminuyendo, pero luego la recupera nuevamente. En los dos casos, la energía cinética se conserva en el viaje de ida y vuelta.

Las fuerzas de gravedad y elástica consideradas en las situaciones anteriores son ejemplos de fuerzas **conservativas**, pues pese a su acción sobre el cuerpo, cuando éste regresa al punto de partida **conserva su energía cinética**.

Nota que según el teorema del trabajo y la energía cinética ($W_{FR} = \Delta Ec$), para que en el recorrido de ida y vuelta la energía cinética se conserve, es decir, para que su variación sea nula ($\Delta Ec = 0$), el trabajo total realizado en ese recorrido también debe ser nulo. Precisamente esta característica es la que define a las fuerzas conservativas:

Se dice que una fuerza es conservativa si el trabajo realizado por ella en una trayectoria cerrada es nulo, cualquiera que sea la trayectoria.

Así, por ejemplo, independientemente de la trayectoria seguida al mover un cuerpo de la posición 1 a la 2 y luego nuevamente a la 1 (Fig. 1.21), digamos, por el camino (a), (b), (c), u otro cualquiera, el trabajo total de la fuerza de gravedad siempre es nulo.

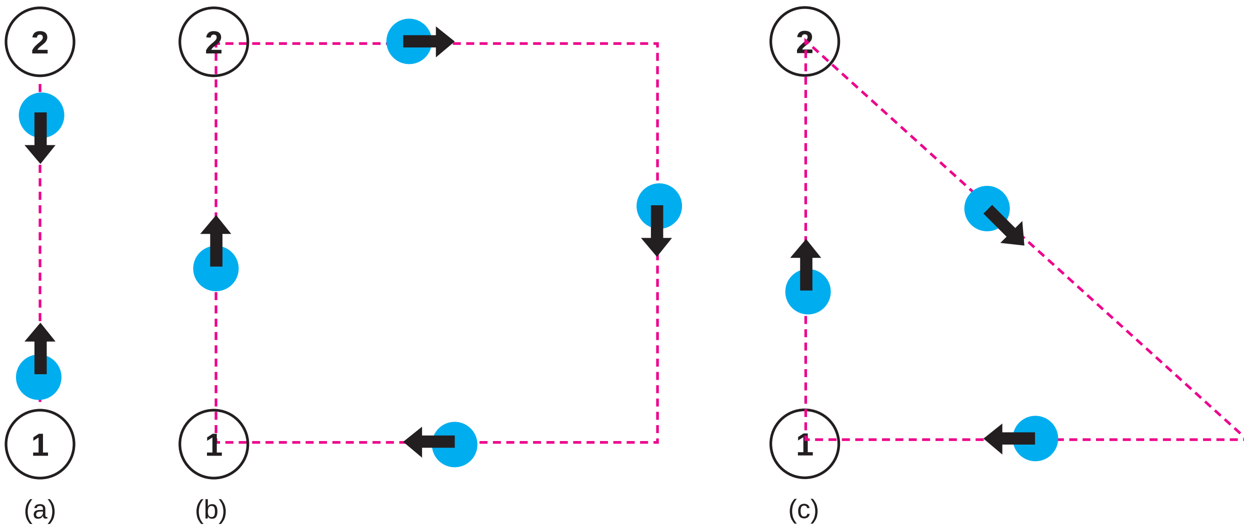


Fig. 1.21. La fuerza de gravedad es una fuerza conservativa: el trabajo realizado por ella al mover un cuerpo por una trayectoria cerrada, cualquiera que sea ésta, es nulo.

Lo anterior implica que si una fuerza es conservativa, entonces el trabajo realizado cuando el cuerpo se mueve de una posición 1 a otra 2 tiene el mismo valor pero signo opuesto que al moverse de la posición 2 a la 1:

$$W_{F12} = -W_{F21}$$

Por otra parte, también significa que el trabajo realizado al ir de una posición a otra es independiente del camino seguido. Así, el trabajo de la fuerza de gravedad es el mismo al ir de 1 a 2 (Fig. 1.21) por las trayectorias (a), (b), (c) u otra cualquiera. Esto conduce a otra definición de fuerza conservativa equivalente a la anterior:

Una fuerza es conservativa si el trabajo realizado por ella al desplazar un cuerpo de una posición a otra es independiente de la trayectoria seguida.

Cuando se desplaza un cuerpo sobre la superficie de una mesa en una trayectoria cerrada, el trabajo total realizado por la fuerza de rozamiento no es nulo, tiene cierto valor negativo, ya que dicha fuerza siempre es opuesta al movimiento del cuerpo, tanto en el viaje de ida como en el de regreso. **La fuerza de rozamiento es, pues, una fuerza no conservativa**. Otro modo alternativo de llegar a esta misma conclusión es considerar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento al desplazar el cuerpo de una posición 1 a otra 2 por diferentes trayectorias (Fig. 1.22). Es obvio que mientras mayor sea el camino recorrido, mayor será el trabajo realizado, lo cual significa que el trabajo depende de la trayectoria seguida y, por tanto, que la fuerza no es conservativa.

Sobre la pelota actúan la fuerza de gravedad y la de resistencia del aire. ¿Son conservativas estas fuerzas? Argumenta tu respuesta.

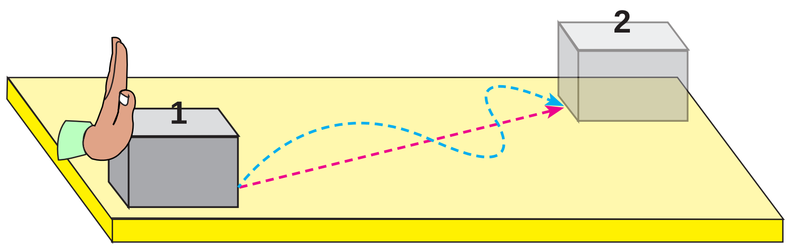
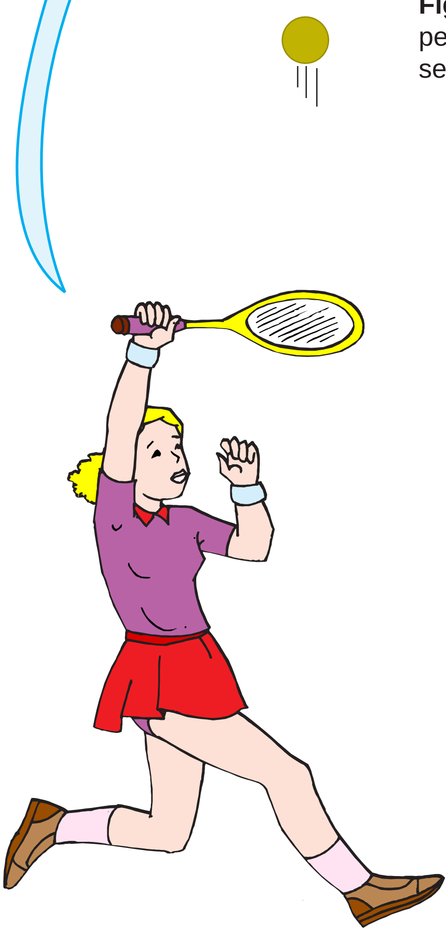
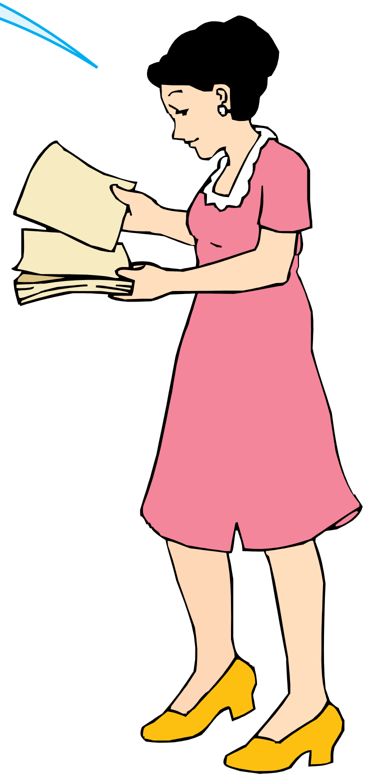


Fig. 1.22. El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento al mover el pequeño cuerpo desde la posición 1 a la 2 depende de la trayectoria seguida. Ello implica que la fuerza de rozamiento es no conservativa.



¿Será conservativa la fuerza de la mano durante el desplazamiento del cuerpo de la figura 1.22 sobre la superficie de la mesa? Argumenta tu respuesta.



1.1.6. Energía potencial y ley de conservación de la energía mecánica.

Acabamos de ver que cuando las fuerzas ejercidas sobre un cuerpo son conservativas, su energía cinética podrá disminuir durante su movimiento, pero a fin de cuentas será recuperada al volver al punto de partida. Y si la energía cinética es recuperable, cabe interpretar su disminución suponiendo que transitoriamente ha quedado “almacenada”, o pasado a una **forma potencial**.

De este modo, **cuando las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son conservativas**, es posible asociar la disminución o aumento de su energía cinética con un aumento o disminución de igual valor de energía potencial. La variación de una es de igual magnitud y signo opuesto que la variación de la otra:

$\Delta E_C = -\Delta E_P$

De la ecuación anterior:

$\Delta E_C + \Delta E_P = 0$

de donde: $\Delta(E_C + E_P) = 0$

La suma entre paréntesis, o sea la suma de las energías cinética y potencial, se denomina **energía mecánica total**:

$\boxed{E_M = E_C + E_P}$

La energía mecánica tiene así dos formas: cinética y potencial.

Lo anterior conduce a la conclusión de que **si las fuerzas ejercidas sobre un cuerpo son conservativas**, entonces:

$\Delta E_M = 0$ ó $E_M =$ const., lo que también puede escribirse:

$E_C + E_P =$ const.

o, de otra forma equivalente:

$$\boxed{E_{M1} = E_{M2}}$$

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2},$$

Donde los subíndices 1 y 2 se refieren a dos posiciones, o instantes, cualesquiera, durante el desplazamiento del cuerpo.

El resultado obtenido constituye el contenido de la **ley de conservación de la energía mecánica**. Antes de enunciarla con palabras, es necesario advertir que hemos estado considerando cuerpos que solo se trasladan y, además, que no se deforman, cuya estructura interna no interviene para nada en los fenómenos, en otras palabras, hemos asumido a los cuerpos como **partículas**. En tal caso la ley de conservación de la energía mecánica puede ser formulada como sigue:

¿Se conservará la energía mecánica total durante el movimiento de una piedra lanzada verticalmente hacia arriba? ¿Y si se trata de una pelota de ping-pong? Argumenta tus respuestas.

La energía mecánica total de una partícula permance constante, se conserva, si las fuerzas que actúan sobre ella son conservativas.

Observa que el enunciado de la ley consiste en indicar **bajo qué condiciones se conserva la energía**. Algo similar tiene lugar para otras leyes de conservación, en sus enunciados se dice en qué condiciones se conservan las magnitudes dadas.

Debemos señalar, sin embargo, que la formulación anterior de la ley de conservación de la energía mecánica constituye una gran simplificación, y no solo debido a que considera a los cuerpos como partículas, sino porque se ha formulado **para un solo cuerpo**. En realidad, como **las fuerzas son siempre de acción mutua**, las transformaciones de energía ocurren, necesariamente, con la participación de más de un cuerpo. Por ejemplo, consideremos dos carritos a los que se han fijado sendos imanes y que los carritos se colocan muy próximos entre sí, como muestra la figura 1.23. Al soltarlos adquieren energía cinética, poniendo de manifiesto que poseían energía en forma potencial. Obviamente, no hay razón para asociar dicha energía potencial a un carrito en particular, **la energía potencial pertenece al sistema** formado por los dos. Una formulación de la ley de conservación de la energía mecánica que toma en cuenta lo anterior es la siguiente:

La energía mecánica total de un sistema de partículas se conserva, si está aislado y las fuerzas entre sus partículas son conservativas.

¿Por qué al describir las variaciones de energía que tienen lugar después de lanzar un cuerpo verticalmente hacia arriba, suele hablarse de la energía potencial de dicho cuerpo y no del sistema Tierra-cuerpo? Piensa qué sucedería si en la experiencia de la figura 1.23 la masa de uno de los carritos fuese mucho mayor que la del otro.

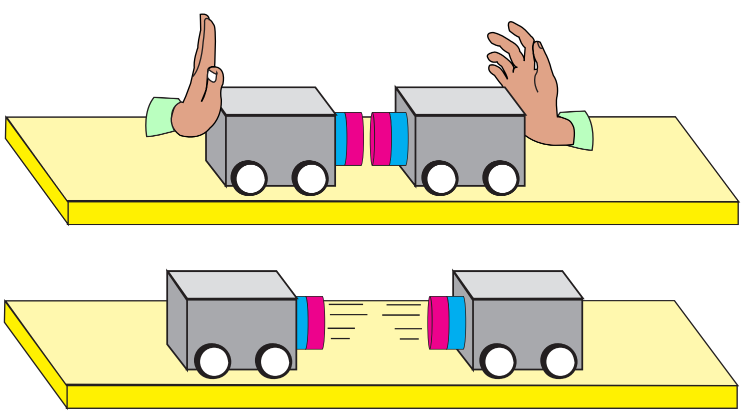


Fig. 1.23. Cuando los carritos se sueltan, adquieren energía cinética, poniendo de manifiesto que poseían energía en forma potencial. Ésta pertenece al sistema de los dos cuerpos y está determinada por las fuerzas de interacción entre ellos.

Profundicemos en el significado del término **aislado**, empleado en la formulación de la ley. En el ejemplo de la figura 1.23, si el rozamiento es despreciable el sistema de los dos carritos puede considerarse **aislado**, es decir, que **no interactúa con los cuerpos que lo rodean**, aún cuando en rigor no sea así. Realmente sobre los carritos actúan la fuerza de gravedad y la reacción de la mesa, no obstante, ya que estas fuerzas se compensan, el sistema se comporta **como si estuviera aislado**.

Es importante tener en cuenta, además, que el término **aislado** significa no solo aislamiento respecto a fuerzas exteriores, lo que implica que no se realiza trabajo sobre el sistema, sino también respecto a otros tipos de interacción con el exterior que supongan intercambio de energía. Así, por ejemplo, imaginemos un gas encerrado en un recipiente. El gas está formado por una gran cantidad de moléculas y puede ser concebido como un sistema de muchas partículas en movimiento. En este caso el sistema está aislado con

Considera otra vez una pelota de ping-pong lanzada verticalmente hacia arriba. ¿Puede considerarse aislado el sistema Tierra-pelota? ¿Se conserva la energía mecánica de dicho sistema? Argumenta tus respuestas.

relación a fuerzas exteriores y no obstante, pudiera variar su energía mecánica total mediante interacción térmica con el exterior, es decir, mediante calor (Q). Por eso, para que la energía mecánica de este sistema se conserve, es preciso que esté aislado no solo con relación a fuerzas, sino también a calor.

Como ya señalamos en el apartado 1.1.1, la energía potencial depende de la fuerza de interacción entre los cuerpos. Así, por ejemplo, la energía potencial del sistema de los dos carritos de la figura 1.23 no es la misma cuando interactúan por medio de imanes que cuando lo hacen mediante un resorte entre ellos. Según la fuerza de interacción de que se trate, la energía potencial puede ser gravitatoria, elástica, eléctrica, etc.

Ya conoces cómo determinar el **trabajo** y también la **energía cinética**, sin embargo todavía no sabes cómo calcular la energía potencial. En el próximo apartado abordamos esta cuestión.

1.1.7. Energía potencial en algunos casos de interés.

A continuación aprenderás cómo calcular la energía potencial de dos cuerpos en los casos en que las fuerzas de interacción entre ellos sean:

a) La fuerza de gravedad cerca de la superficie de la Tierra.

$$F_{\mathrm{g}} = mg$$

b) La fuerza de gravitación.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

c) La fuerza elástica de un resorte.

$$F_{\mathrm{E}} = -kx$$

Luego veremos cómo extraer información a partir del gráfico de energía potencial en función de la posición, lo que resulta útil cuando la expresión de la energía potencial es compleja.

1.1.7.1. Energía potencial gravitatoria cerca de la superficie de la Tierra.

Como sabes, el trabajo de una fuerza aplicada sobre un cuerpo, sea conservativa o no, es igual a la variación de su energía cinética:

$W_{FR} = \Delta E_C$

Pero **si dicha fuerza es conservativa**, entonces puede además escribirse $\Delta E_C = -\Delta E_P$, donde E_P es cierta **energía potencial** asociada a la fuerza. Por consiguiente, de las igualdades anteriores se obtiene:

$\boxed{W_{Fc} = -\Delta E_P}$

Hemos escrito el símbolo de trabajo con el subíndice F_C, como recordatorio de que esa ecuación solo tiene sentido si la fuerza es conservativa: únicamente es posible asociar cierta energía potencial a una fuerza, cuando ésta es conservativa. En palabras:

Si la fuerza que actúa sobre un cuerpo es conservativa, entonces el trabajo realizado por ella tiene igual valor y signo opuesto que la variación de la energía potencial.

Utilicemos esta conclusión para determinar la expresión de la energía potencial asociada a la fuerza de gravedad cerca de la superficie de la Tierra, la cual, como sabes, es una fuerza conservativa. Según la conclusión anterior, cuando dejamos caer un cuerpo (Fig. 1.24) y éste recorre cierta distancia, el trabajo de la fuerza de gravedad es:

$W_{Fg} = -\Delta E_P$

donde en este caso ΔE_P representa la variación de la **energía potencial gravitatoria**.

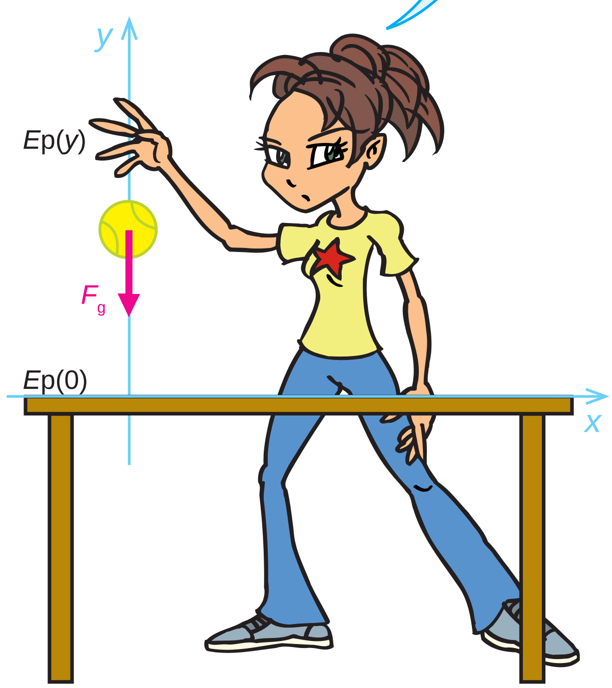


Fig. 1.24. Durante la caída del cuerpo, el trabajo realizado por la fuerza de gravedad tiene igual valor y signo opuesto que la variación de la energía potencial gravitatoria.

Puesto que **cerca de la superficie de la Tierra la fuerza de gravedad puede considerarse constante** y en el caso que estamos considerando tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento del cuerpo, el trabajo se halla simplemente multiplicando los módulos de la fuerza y el desplazamiento:

$$W_{Fg} = mgy$$

Por su parte:

$$\Delta E_P = E_P(0) - E_P(y),$$

siendo $E_P(0)$ la energía potencial cuando el cuerpo está en el origen de coordenada y $E_P(y)$ cuando está en la posición y. En consecuencia, se tiene:

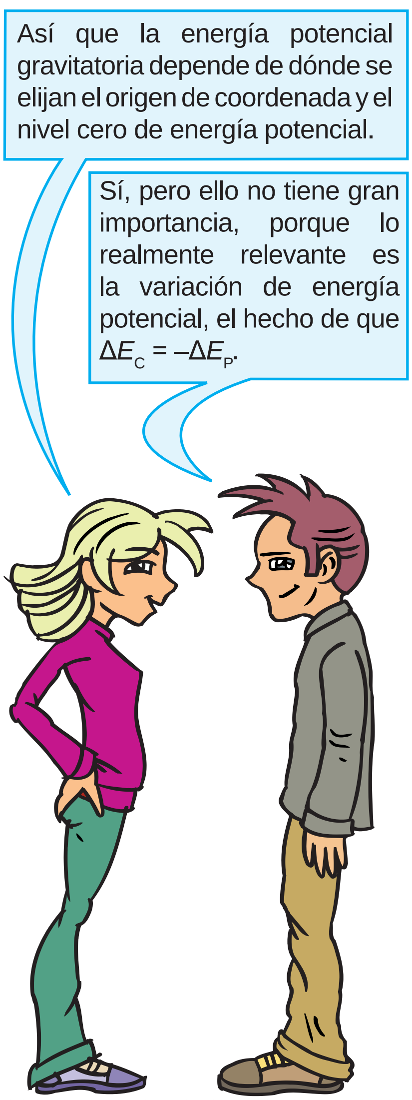
$$mgy = -[E_P(0) - E_P(y)] = E_P(y) - E_P(0)$$

De ahí que la energía potencial en la posición y sea:

$$E_P(y) = mgy + E_P(0)$$

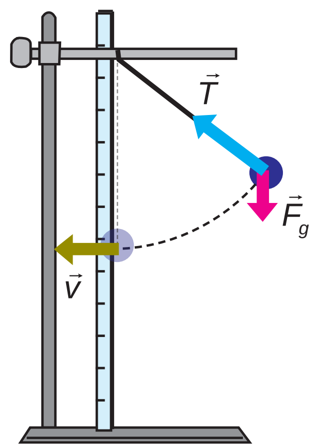
De acuerdo con esta ecuación, la energía potencial para cierta posición y del cuerpo depende del valor que tenga en el origen de coordenda, $E_P(0)$. **Cuando se trata de la energía potencial gravitatoria cerca de la superficie de la Tierra**, **su valor en el origen de coordenada comúnmente se asume como cero**, con lo cual la ecuación anterior queda:

$$\boxed{E_P(y) = mgy}$$



Observa que el valor de energía potencial también depende de dónde se elija el origen de coordenada, por ejemplo, si en el caso que examinamos se hubiese fijado en el piso, en lugar de en la mesa, entonces el valor de y, y por tanto de la energía potencial, sería mayor. Pero esta dependencia del valor de la energía potencial, del punto dónde se considere el nivel cero de energía y el origen de coordenada no tiene gran importancia, porque **lo realmente relevante son las variaciones de energía potencial** y no los valores de ésta en sí mismos. Esclarecer dónde se eligieron el origen de coordenadas y el cero de energía potencial resulta necesario para poder entenderse, pero dichas elecciones son convencionales, del mismo modo que también lo es, por ejemplo, el seleccionar un sentido del movimiento como positivo y otro como negativo.

Para aclarar cómo utilizar la expresión de la energía potencial gravitatoria cerca de la superficie de la Tierra y la ley de conservación de la energía mecánica, examinemos otra vez el problema relativo al péndulo del ejemplo 1.10. Como recordarás, el péndulo se desvía de su posición de equilibrio, elevándolo hasta una altura *h* y luego se suelta. El problema consiste en determinar la velocidad del cuerpo que cuelga al pasar por la posición de equilibrio.

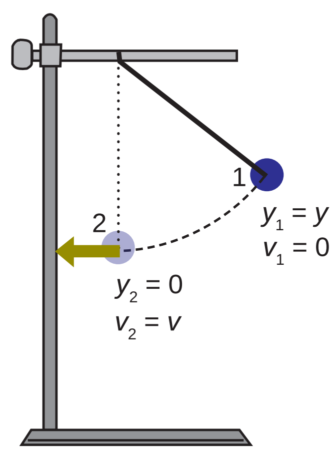


Ya que la fuerza ejercida por el hilo sobre el cuerpo no realiza trabajo y la fuerza de gravedad es conservativa, la energía mecánica del péndulo se conserva durante su movimiento. Esto significa que la energía mécanica en la posicion 1 y en la posición 2 son iguales:

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$\cancelto{0}{E_{C1}} + E_{P1} = E_{C2} + \cancelto{0}{E_{P2}}$$

Si elegimos el origen de coordenadas y el nivel cero de energía potencial en la posición de equilibrio del péndulo, se tiene:



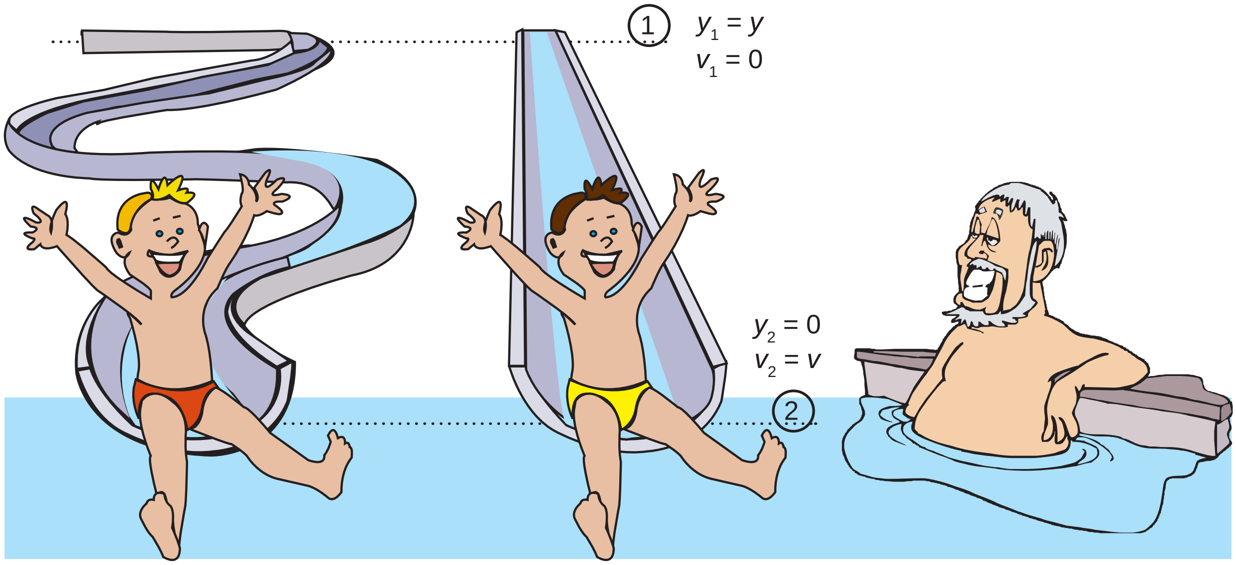
$$E_{P1} = E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgy$$

$$\frac{1}{2}v^2 = gy$$

de donde $v = \sqrt{2gy}$, que es el resultado hallado en el ejemplo 1.10.

Ejemplo 1.11. En una piscina se han instalado dos vías de deslizamiento para la diversión. Tienen igual altura y llegan hasta el mismo nivel sobre la superficie del agua, pero poseen diferentes formas. Por una se deja caer un niño y por la otra su cuate de igual masa. El rozamiento puede despreciarse. ¿Cuál de los niños llega con mayor velocidad al extremo inferior? ¿Y si por una de las vías se deja caer en lugar de uno de los niños, el padre de ellos?



Como el rozamiento se desprecia, las fuerzas que actúan sobre la persona que desliza por el canal son solo la normal y la de gravedad. La primera, como su nombre indica, es perpendicular a la trayectoria, por lo que no realiza trabajo, y la segunda es conservativa. En consecuencia, la energía mecánica total se conserva.

Esto implica que la energía mécanica en la posicion 1 y en la posición 2 son iguales:

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$\cancelto{0}{E_{C1}} + E_{P1} = E_{C2} + \cancelto{0}{E_{P2}}$$

Eligiendo el origen de coordenda y el nivel cero de energía potencial en el extremo inferior de la canal, para cualquiera de los dos niños se tiene:

$$E_{P1} = E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgy$$

$$\frac{1}{2}v^2 = gy$$

de donde $v = \sqrt{2gy}$, con independencia de si la vía es recta o curva, por lo que ambos ambos niños llegan con igual velocidad.

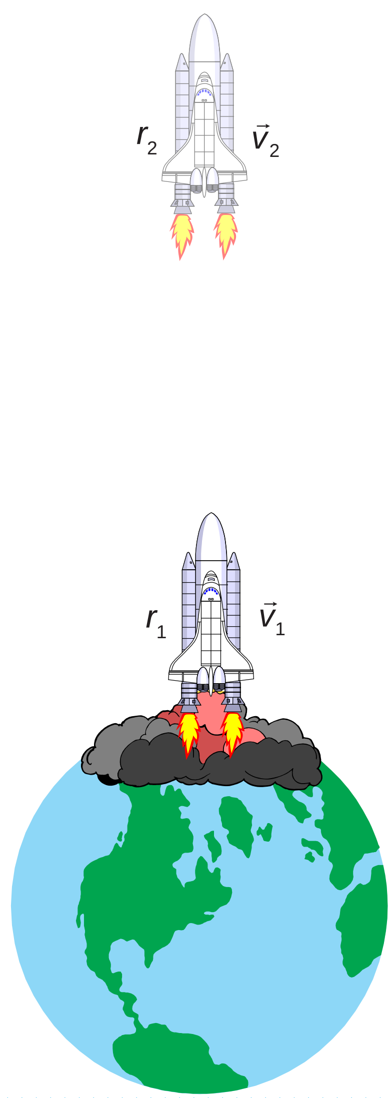
Si por el canal recto se deja caer en lugar de uno de los niños el padre de ellos, la respuesta no cambia, pues como muestra el resultado obtenido, la velocidad no depende de la masa de la persona.

En relación con la energía potencial gravitatoria debemos puntualizar que el resultado $E_P = mgy$ fue obtenido considerando que la fuerza gravitatoria es $F_g = mg$, lo cual consituye una aproximación de la Ley de Gravitación Universal, $F = Gm_1m_2/r^2$, para el caso de cuerpos próximos a la superficie de la Tierra.

Cuando se trata de cuerpos como la Luna, los satélites artificales de la Tierra o las naves cósmicas, la expresión de la energía potencial debe ser hallada a partir de la Ley de Gravitación. Además, en tales casos lo usual es considerar el cero de energía potencial no en la superficie de la Tierra, sino en un lugar infinitamente alejado de ella. Con estas consideraciones, la expresión de la energía potencial gravitatoria es:

$$E_P = -G\frac{m_1m_2}{r}$$

Ilustremos el uso de esta expresión mediante la solución de un ejemplo clásico.



Ejemplo 1.12. Calcula la velocidad mínima con que debe ser lanzado un cuerpo desde la superficie de la Tierra para que escape de la atracción de ésta, sin tener en cuenta la resistencia del aire al movimiento (Dicha velocidad se denomina 2ª velocidad cósmica).

Como la fuerza de resistencia del aire no se considera, si no tenemos en cuenta la acción de otros astros sobre el cuerpo entonces la única fuerza sobre él es la de gravitación de la Tierra. Puesto que dicha fuerza es conservativa, la energía mecánica total correspondiente al sistema Tierra-cuerpo en el instante del lanzamiento, permanecerá constante durante todo el movimiento posterior del cuerpo. De ahí que:

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$E_{C1} + E_{P1} = \cancelto{0}{E_{C2}} + \cancelto{0}{E_{P2}}$$

donde el subíndice 1 se refiere al instante del lanzamiento y el 2 a un instante posterior cualquiera.

El cuerpo habrá escapado de la atracción de la Tierra solo cuando esté a una distancia que pueda considerarse infinitamente alejada de ella y para esa posición, como sabes, la energía potencial gravitatoria es nula: $E_{P2} = 0$. Por otra parte, a medida que se aleja de la Tierra, su velocidad va disminuyendo y si al llegar a un lugar infinitamente alejado de ella es nula, ello significa que fue lanzado con la mínima velocidad requerida para que escape. Con cualquier velocidad mayor también podría escapar, pero con una menor no. De modo que si es lanzado con la velocidad justa para escapar, cuando esté en un lugar infinitamente alejado de la Tierra, tanto su energía potencial como su energía cinética serían nulas, con lo cual la ecuación anterior queda:

$$E_{C1} + E_{P1} = 0$$

Sustituyendo las expresiones de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria se tiene:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = 0,$$

donde M es la masa de la Tierra, m la del cuerpo, v_1 la velocidad de éste al lanzarlo y r_1 su distancia al centro de la Tierra, que coincide con el radio de ésta, R_T. Dividiendo la ecuación entre m y resolviendo para v_1:

$$v_1^2 = \frac{2GM}{R_T} \quad \text{o} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2GM}{R_T}}$$

Solo queda sustituir los valores de G, M y R_T para encontrar el valor buscado, pero podemos abreviar los cálculos si recordamos que:

$$\frac{GM}{R_T^2} \approx g$$

En efecto, de aquí se obtiene que:

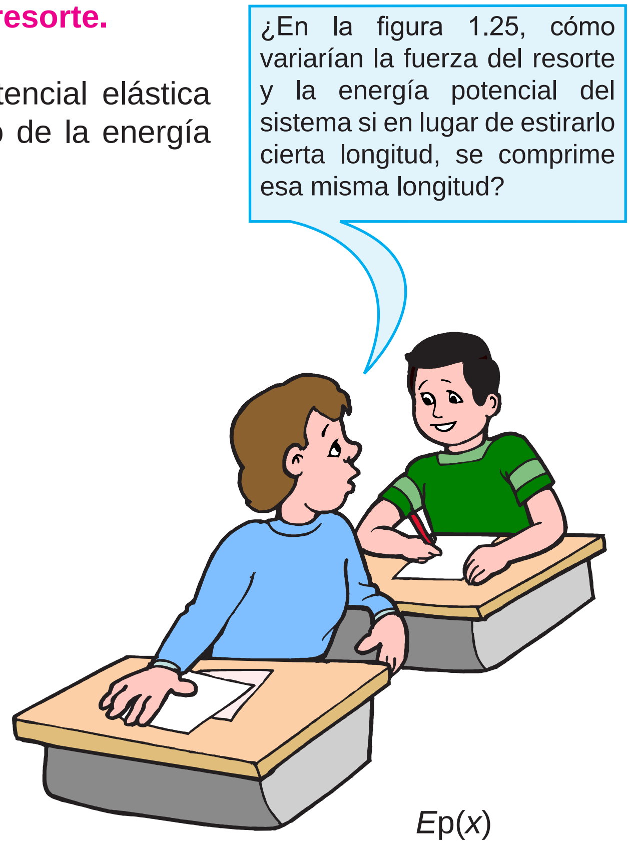
$$\frac{GM}{R_T} \approx gR_T$$

con lo cual:

$$v_1 = \sqrt{2gR_T}$$

$$v_1 = \sqrt{2\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\left(6.4\times10^6\ \text{m}\right)} = 11\times10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

1.1.7.2. Energía potencial elástica de un resorte.



Para hallar la expresión de la energía potencial elástica de un resorte partiremos, como en el caso de la energía potencial gravitatoria, de la ecuación:

$$W_{Fc} = -\Delta E_P$$

Imaginemos que un cuerpo sujeto al extremo de un resorte se desplaza, estirando el resorte, y luego se suelta. Puesto que la fuerza elástica es conservativa, según la ecuación anterior, el trabajo realizado por ella después que se ha soltado el cuerpo es:

$$W_{FE} = -\Delta E_P$$

donde ahora ΔEp representa la variación de la **energía potencial elástica**.

Como la fuerza elástica no es constante, en este caso el trabajo no puede ser determinado simplemente multiplicando la fuerza por el desplazamiento. No obstante, para calcularlo podemos utilizar la conclusión obtenida en el apartado 1.1.4 acerca de que el trabajo viene dado por el área comprendida entre el gráfico de $F(x)$ y el eje de las X. En la figura 1.25 se ha reproducido otra vez el gráfico del módulo de la fuerza elástica de un resorte en función de su estiramiento. Nota que el área comprendida entre el gráfico y el eje X es la de un triángulo de base x y altura kx. En consecuencia, el área, y por tanto el trabajo realizado cuando el cuerpo se desplaza de la posición x a la 0, es:

$$W_{FE} = \frac{1}{2}kx^2$$

Por su parte, la variación de la energía potencial elástica es:

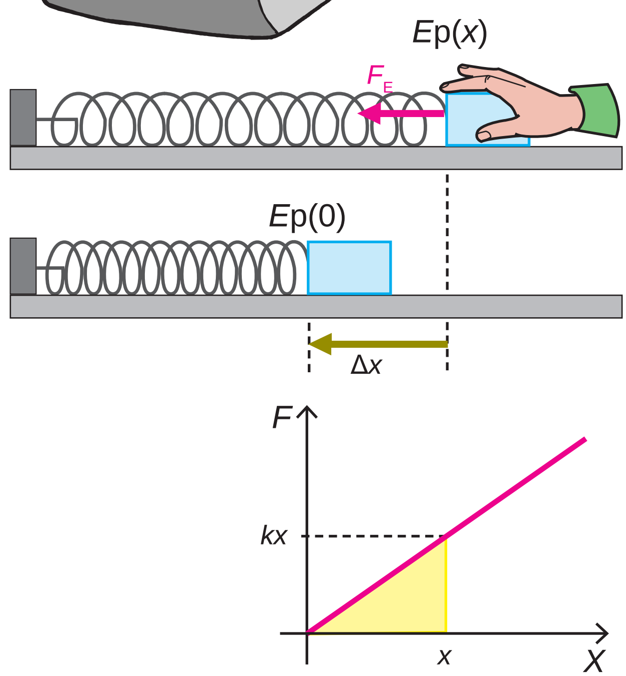


Fig. 1.25. El trabajo de la fuerza elástica viene dado por el área comprendida entre el gráfico de $F(x)$ y el eje de las abscisas: $W_e = ½\, kx^2$. Dicho trabajo es de igual valor y signo opuesto que la variación de la energía potencial elástica.

Describe detalladamente las variaciones de energía que tienen lugar al disparar una pistola de resorte.

$\Delta E_P = E_P(0) - E_P(x)$,

siendo Ep(0) la energía potencial cuando el cuerpo está en el origen de coordenada y Ep(x) cuando está en la posición x. De donde:

$$\frac{1}{2}kx^2 = -[E_P(0) - E_P(x)] = E_P(x) - E_P(0)$$

La energía potencial en la posición x es, pues:

$$E_P(x) = \frac{1}{2}kx^2 + E_P(0)$$

Nota que, de forma similar que la energia potencial gravitatoria, la energía potencial elástica depende del valor que tenga en el origen de coordenada, Ep(0). **Comúnmente el valor de la energía potencial elástica en la posición de equilibrio se asume como cero**, con lo cual:

$$\boxed{E_P(x) = \frac{1}{2}kx^2}$$

Ejemplo. 1.13. En cierta pistola de resorte se introdujo el proyectil y para comprimir el resorte 2.0 cm fue necesario ejercer una fuerza de 20 N. La masa del proyectil es 10 g. La masa del resorte, el rozamiento dentro del cañón de la pistola y la resistencia del aire pueden despreciarse. a)¿Cuánto asciende el proyectil si la pistola se dispara verticalmente hacia arriba? b) Si al efectuar el disparo la pistola se encuentra 1.50 m sobre el suelo, ¿cuál es el valor de la velocidad del proyectil al chocar con éste?

a)Dentro de la pistola, el sistema resorte-proyectil puede considerarse aislado. Como la fuerza elástica es conservativa, la energía mecánica total de dicho sistema se conserva durante el movimiento del proyectil en la pistola. Esto significa que toda la energía potencial elástica se transforma en energía cinética del proyectil (La energía cinética del resorte al estirarse es despreciable, ya que su masa lo es, y se supone que la pistola no adquiere energía cinética alguna cuando el proyectil sale).

Luego que el proyectil deja la pistola, la única fuerza que actúa sobre él es la de gravedad, que también es conservativa, por lo que la energía mecánica del sistema Tierra-proyectil se conserva. En consecuencia, cuando el proyectil alcanza la altura máxima, la energía cinética que tenía al salir de la pistola se habrá transformado completamente en energía potencial gravitatoria. De este modo, la energía potencial elástica se transforma primero en cinética del proyectil y luego en gravitatoria, por lo que se tiene:

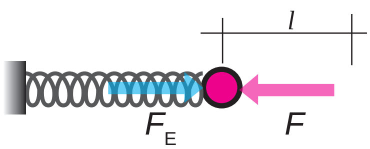
$E_{MA} = E_{MB}$, $\quad \cancelto{0}{E_{CA}} + \cancelto{0}{E_{PgA}} + E_{PEA} = \cancelto{0}{E_{CB}} + E_{PgB} + \cancelto{0}{E_{PEB}}$

$E_{PEA} = E_{PgB}$

Si designamos por l la longitud que se comprimió el resorte dentro de la pistola y por $h_{máx}$ la altura máxima que alcanza el proyectil medida a partir de la posición que tenía dentro de la pistola con el resorte comprimido, entonces:

$$\frac{1}{2}kl^2 = mgh_{máx}$$

De la ley de fuerza para el resorte, $F_E = -kx$, puede hallarse el valor de su constante elástica:



$$F_E = -kl \quad \rightarrow \quad F = kl$$

$$k = \frac{F}{l}$$

Sustituyendo la expresión de k en la anterior:

$$\frac{1}{2}Fl = mgh_{máx}$$

Resolviendo para h y sustituyendo los valores dados:

$$h_{máx} = \frac{Fl}{2mg} = \frac{(20\ \text{N})(2.0\times10^{2}\ \text{m})}{2(10\times10^{-3}\ \text{kg})\left(9.8\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 2.0\ \text{m}$$

b) Esta segunda parte del problema puede ser resuelta razonando de diversos modos. A continuación mostramos uno que se basa en el resultado anterior.

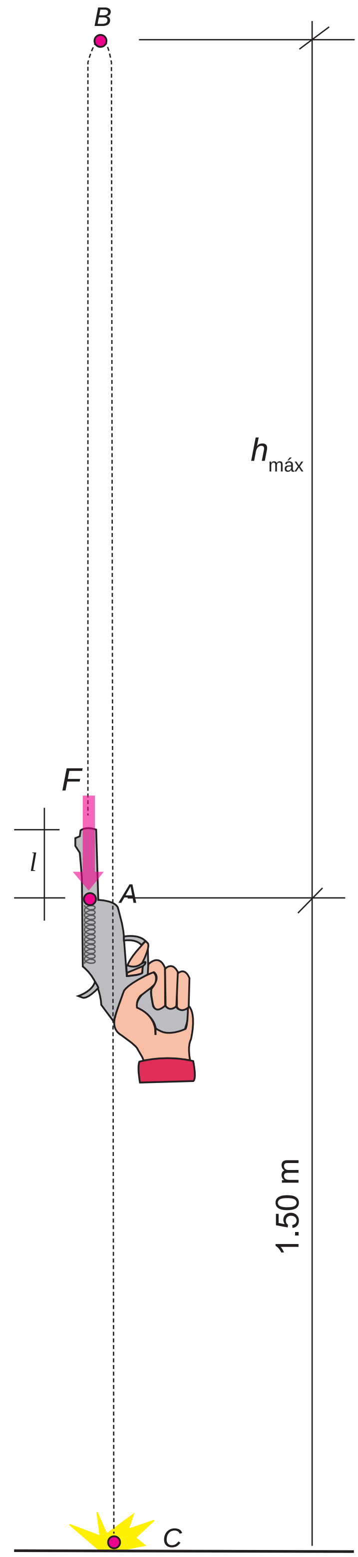
La energía cinética que tiene el proyectil al llegar al suelo procede de la energía potencial gravitatoria del sistema Tierra-proyectil cuando éste alcanzó la altura máxima. Por consiguiente:

$$E_{MB} = E_{MC}$$

$$\cancelto{0}{E_{CB}} + E_{PgB} + \cancelto{0}{E_{PEB}} = E_{CC} + \cancelto{0}{E_{PgC}} + \cancelto{0}{E_{PEC}}$$

$$E_{PgB} = E_{CC}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_C^{\,2},$$



donde v_C es el valor de la velocidad del proyectil al chocar con el suelo. Dividiendo la ecuación entre *m* y resolviendo para v_C:

$v_C^2 = 2gh$,

$$v_C = \sqrt{2\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3.50\ \text{m})} = 8.3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

¿Cómo sería el resultado si el proyectil se disparara en lugar de verticalmente hacia arriba, formando un ángulo de 45º con la dirección horizontal.

1.1.7.3. Diagramas de energía.

Hay situaciones en que la ecuación de la energía potencial no es tan simple como las obtenidas para las energías potencial **gravitatoria** y potencial **elástica** y trabajar con ella se dificulta. En estos casos **el gráfico de energía potencial en función de la posición**, $E_P(x)$, puede ayudar a revelar ciertas características del sistema, de modo similar que los gráficos de $x(t)$ y $v(t)$ posibilitan conocer las características del movimiento de una partícula.

Para aprender a extraer información de los gráficos de $E_P(x)$ debemos profundizar en la **relación entre fuerza conservativa y energía potencial**. Para ello nos apoyaremos en un caso ya conocido, el de la energía potencial elástica del sistema cuerpo-resorte. La ecuación de la energía potencial es $E_P = ½\ kx^2$ y su gráfico una parábola (Fig. 1.26).

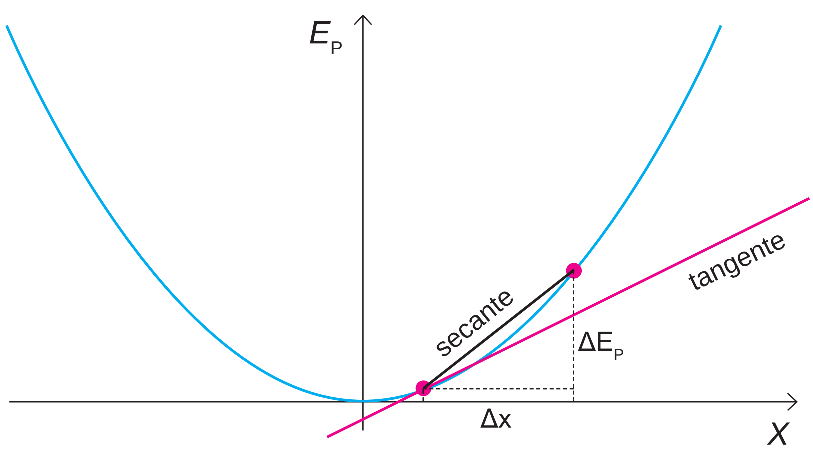


Fig. 1.26. La pendiente de la tangente a la curva de $E_P(x)$, con signo opuesto, da la fuerza en dicha posición.

Ya sabes que si la fuerza que actúa sobre un cuerpo es conservativa, entonces el trabajo es $W_{FC} = -\Delta E_P$. En el caso particular que la fuerza es constante y tiene la misma dirección que el desplazamiento, el trabajo es $W_F = F\Delta x$. Por consiguiente, en este caso:

$$F\Delta x = -\Delta E_P$$

De donde: $$F = -\frac{\Delta E_P}{\Delta x}$$

Cuando la fuerza no es constante, es decir, cuando varía al cambiar la posición del cuerpo, la razón anterior representa una **fuerza media**, de modo similar que cuando la velocidad no es constante la razón $\Delta x/\Delta t$ expresa la velocidad media. Por otra parte, según puede verse en la figura 1.26, la razón $\Delta E_P/\Delta x$ es la pendiente de la secante a la curva de $E_P(x)$, trazada entre los puntos correspondientes a los extremos de Δx. De este modo, la pendiente de la secante entre dos puntos de la curva de $E_P(x)$, con signo opuesto, da la fuerza media ejercida sobre el cuerpo.

Sin embargo, con frecuencia el mayor interés no está en la fuerza media, sino en la fuerza en cada posición x del cuerpo. Nota que si el tamaño del desplazamiento Δx del cuerpo se reduce indefinidamente, entonces la fuerza media se aproxima a la fuerza al inicio de Δx y que, por otra parte, al hacer esto la secante tiende a la tangente a la curva. De ahí la siguiente conclusión:

La pendiente de la tangente a la curva de la energía potencial $E_P(x)$ asociada a un cuerpo, con signo opuesto, da la fuerza ejercida sobre el cuerpo.

Utilicemos ahora esta conclusión para obtener información acerca de la fuerza ejercida sobre el cuerpo sujeto al extremo de un resorte, a partir del gráfico de $E_P(x)$ (Fig.1.27). La tangente a la curva en cualquiera de los puntos de la rama derecha forma un ángulo agudo con el eje X, por lo que su pendiente es positiva. Esto significa que en las posiciones del cuerpo correspondientes a esa rama (posiciones positivas) la fuerza es negativa, o sea, tiene sentido opuesto al desplazamiento. A su vez, en las posiciones correspondientes a la rama izquierda (posiciones negativas) la fuerza sobre el cuerpo es positiva, es decir, también tiene sentido opuesto al desplazamiento. Puedes advertir además que el valor absoluto de la pendiente de la tangente a la curva, y por tanto el valor absoluto de la fuerza, crecen con la distancia del cuerpo al origen. Por último, observa que la pendiente de la tangente a la curva en su vértice es nula, lo que implica que para esa posición la fuerza es nula. Como ves, la información obtenida a partir de la curva de $E_P(x)$ para el sistema cuerpo-resorte está de acuerdo con las características de este sistema conocidas por ti.

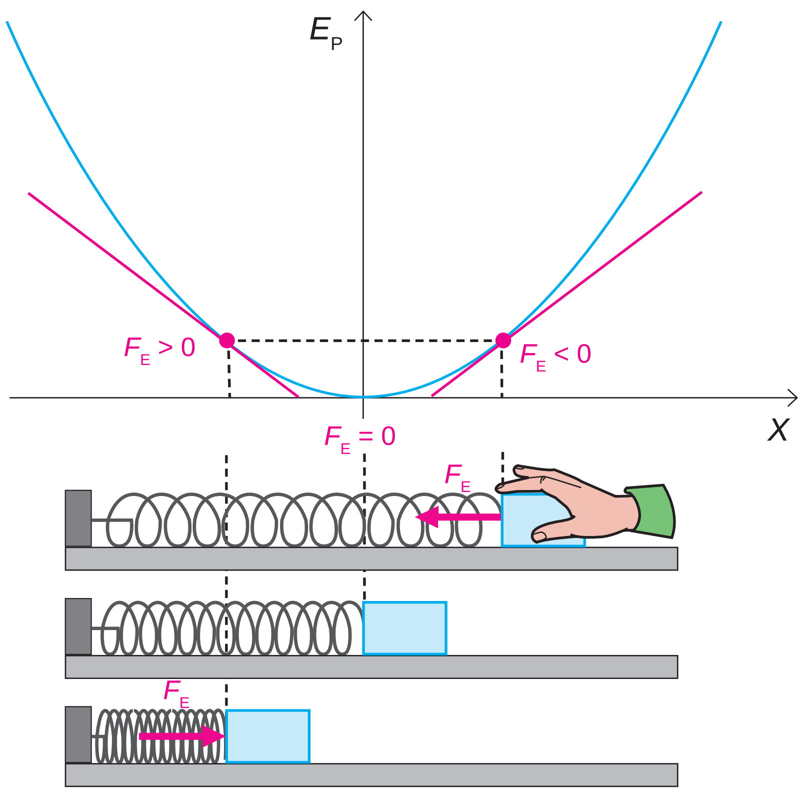


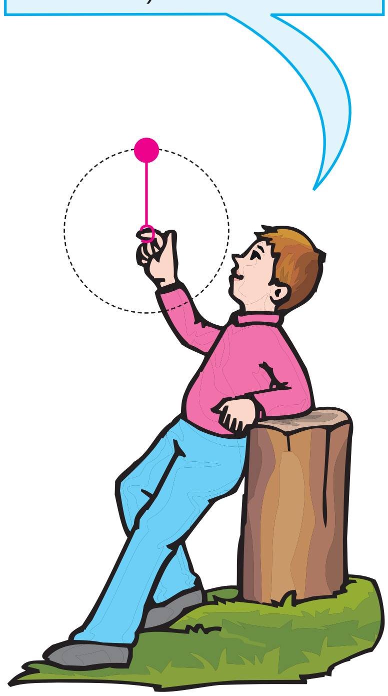
Fig. 1.27. La tangente a la curva de $E_P(x)$ para el sistema cuerpo-resorte, proporciona información acerca de la fuerza ejercida sobre el cuerpo.

La posición del cuerpo en la cual la fuerza neta sobre él es nula se denomina **posición de equilibrio**. Por consiguiente, la posición asociada al mínimo de energía potencial es de equilibrio.

En la figura 1.28 se ha representado el gráfico de $E_P(\theta)$ para un péndulo formado por una varilla ligera en cuyo extremo se fijó una esferita. Nota que en este caso la pendiente de la tangente a la curva es cero tanto para el valor mínimo de $E_P(\theta)$ como para sus valores máximos. En efecto, para θ = 0º y también para θ = 180º y θ = -180º la fuerza neta sobre la esferita es nula. Ambas posiciones, la asociada al mínimo de energía potencial y al máximo, son de equilibrio. Pero entre ellas existe una importante diferencia. Mientras que en la primera una ligera desviación del cuerpo provoca una fuerza que tiende a hacerlo regresar a la posición de equilibrio, en la segunda la fuerza originada tiende a desviarlo aún más de ella. Se dice que la primera posición es de **equilibrio estable** y la segunda de **equilibrio inestable**.

En general, en un gráfico de $E_P(x)$ los mínimos corresponden a posiciones de equilibrio estable y los máximos a posiciones de equilibrio inestable.

Argumenta por qué en el péndulo formado por la esferita fija al extremo de la varilla, la fuerza neta sobre la esferita es nula en su posición de máxima elevación (θ = 180º ó θ = -180º).



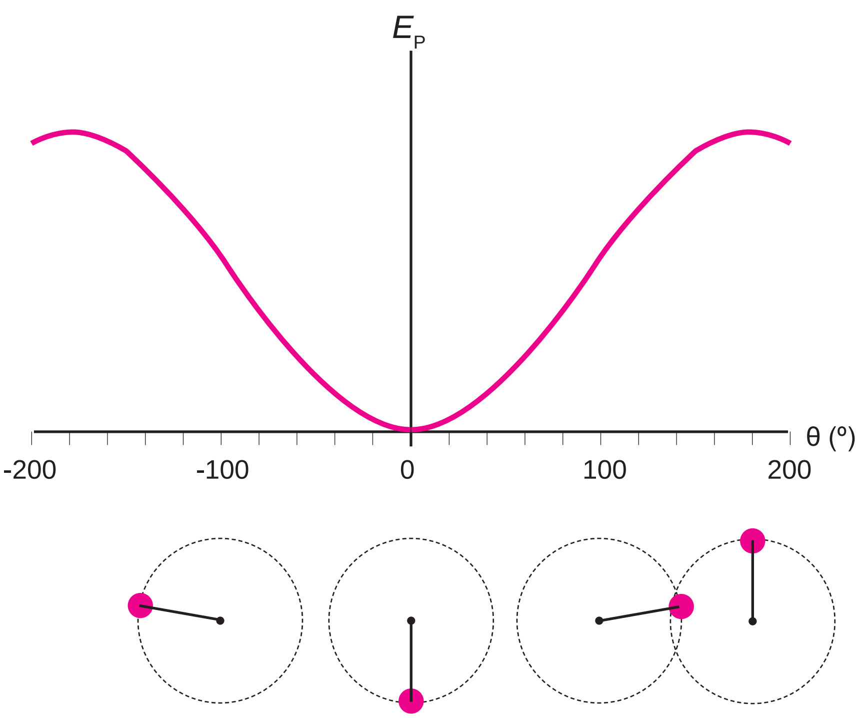
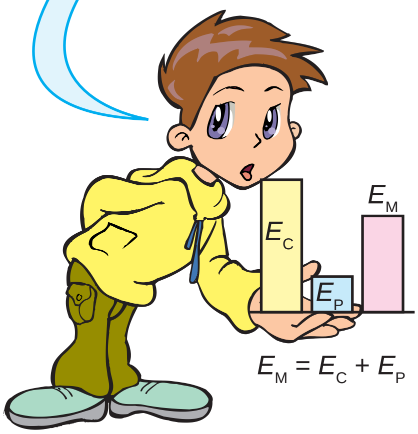


Fig. 1.28. Gráfico de $E_P(\theta)$ para un péndulo. El mínimo de energía potencial corresponde a la posición de equilibrio estable y los máximos a la de equilibrio inestable.

En la figura 1.29, ¿qué valor tiene la energía cinética del cuerpo para las posiciones correspondientes a las intesecciones de la curva de $E_P(x)$ y las rectas E = const.?



Examinemos otra vez el cuerpo sujeto al resorte. Supongamos que se le comunica determinada energía, lo cual puede hacerse, por ejemplo, imprimiéndole cierta velocidad inicial, desplazándolo de la posición de equilibrio, o mediante ambas cosas a la vez. ¿Cómo representar la energía suministrada conjuntamente con el gráfico de $E_P(x)$? Puesto que la fuerza elástica es conservativa, la energía proporcionada al sistema cuerpo-resorte se conserva. Esto implica que durante el movimiento del cuerpo tienen lugar transformaciones de energía potencial en cinética y viceversa, pero la energía mecánica total permanece constante, o sea, es independiente de la posición x del cuerpo. Por consiguiente, la energía del sistema es representada por una línea paralela al eje de las X (Fig. 1.29). Los puntos de intersección de la curva de $E_P(x)$ y de la línea de E_M = const. corresponden a los extremos del intervalo en que se mueve el cuerpo. El diagrama de la figura muestra que mientras mayor sea la energía mecánica E_M, mayor será la amplitud de las oscilaciones del cuerpo.

En el gráfico de la figura 1.28, ¿a qué situación correspondería una energía mecánica total representada por una línea horizontal trazada por encima de los máximos?

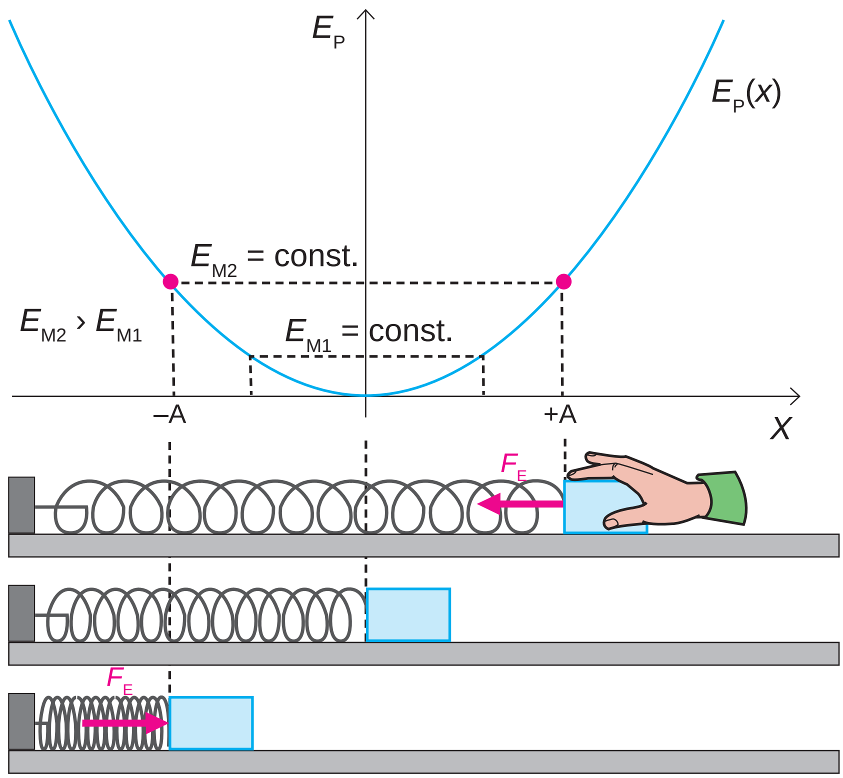


Fig. 1.29. Diagrama de energía correspondiente a un sistema cuerpo-resorte. Las líneas horizontales representan diversos valores de la energía del sistema. Mientras mayor sea ésta, mayor es la amplitud de las oscilaciones.

Consideremos ahora la interacción entre dos átomos que forman una molécula neutra. En este caso la expresión analítica de la energía potencial en función de la separación entre los átomos, $E_P(x)$, es mucho más compleja que las conocidas por ti, pero del diagrama de energía puede obtenerse rápidamente información de interés (Fig. 1.30). El origen de coordenada se ha elegido en el centro de uno de los átomos. Del gráfico se ve que para una separación x_o entre los átomos, correspondiente al **mínimo de energía potencial**, se tiene **equilibrio estable**. Observa que para separaciones mayores la pendiente de la tangente a la curva es positiva, lo que indica que la fuerza es negativa, es decir, atractiva. A su vez, para separaciones menores que x_o la pendiente es negativa, por lo que la fuerza es positiva, o sea, repulsiva. Nota también que mientras más se aproximen los átomos mayor es la fuerza de repulsión entre ellos.

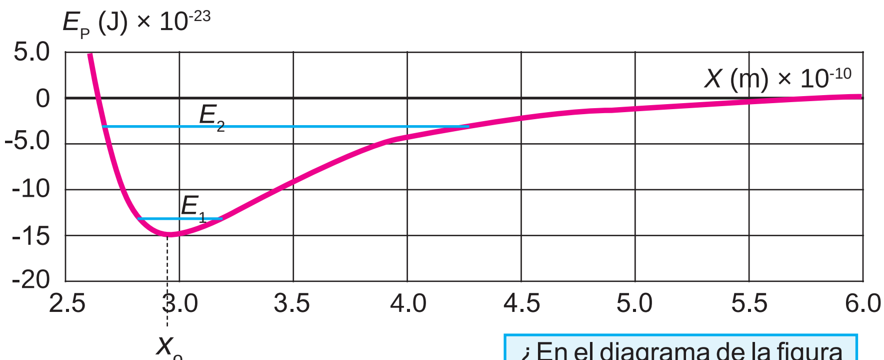
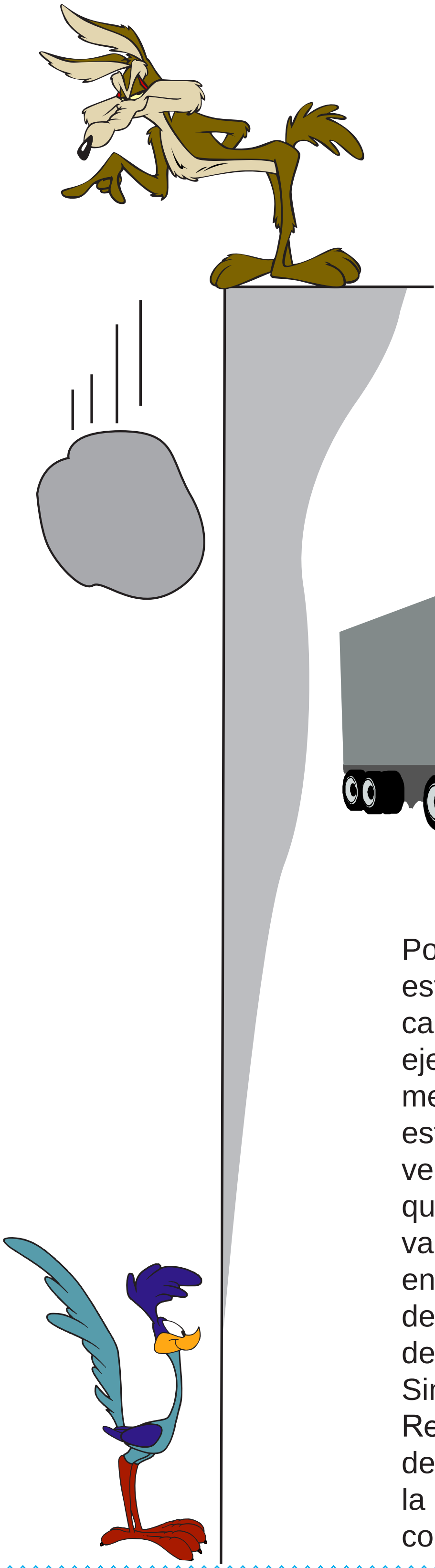


Fig. 1.30. Diagrama de energía para dos átomos que forman una molécula neutra. Cuando la energía mecánica de los átomos es pequeña, oscilan en torno a la posición de equilibrio; si es suficientemente grande, entonces la molécula se disocia.

Supongamos que los átomos que forman la molécula tienen una energía mecánica total E_1, entonces realizan oscilaciones alrededor del punto de equilibrio, x_o. Observa que en la zona próxima al mínimo de energía potencial la curva es simétrica respecto a x_o. Ello indica que si la energía E_M de los átomos no es muy grande, las oscilaciones serán simétricas respecto a la posición de equilibrio. Sin embargo, si se suministra energía a los átomos, por ejemplo mediante radiación o calentamiento de la sustancia, de modo que la energía mecánica de ellos se eleve, digamos hasta E_2, sus oscilaciones dejarán de ser simétricas respecto a x_o. Nota, por otra parte, que mientras mayor sea la energía mecánica E_M de los átomos, mayor amplitud tendrán sus oscilaciones. Si la energía proporcionada es tal que la energía mecánica de los átomos corresponde a una línea a nivel del eje X, ello significa que se separan mucho, en otras palabras, que la molécula se rompe o disocia.

¿En el diagrama de la figura 1.30, qué interpretación tendría una energía mecánica E representada mediante una línea por encima del eje X?



1.1.8. Ley de conservación de la energía.

Al comenzar el estudio de esta unidad recordábamos que una característica esencial del universo son los constantes **cambios** que tienen lugar en él. Allí señalamos, además, que el concepto de energía caracteriza cuantitativamente los cambios, relativos a la naturaleza, que ocurren o tienen posibilidad de ocurrir. Por ejemplo, las ecuaciones de la **energía cinética** y la **energía potencial gravitatoria** cuantifican, respectivamente, la magnitud de los cambios que puede provocar un cuerpo en movimiento, y en reposo a cierta altura sobre la superficie de la Tierra.

Por su parte, la ley de conservación de la **energía mecánica** establece las condiciones bajo las cuales se conservan los cambios en la esfera de los **fenómenos mecánicos**. Como ejemplo simple consideremos dos carritos que interactúan mediante un resorte (Figura 1.31). Si inicialmente el resorte está comprimido, al liberarlo, los carritos adquieren cierta velocidad que aumenta según el resorte se estira. Nota que este cambio en el valor de la velocidad de los carritos va acompañado de un cambio de las posiciones relativas entre ellos, o sea, de la **configuración del sistema**. La ley de conservación de la energía contiene la idea fundamental de que **un cambio siempre lleva aparejado otro, u otros**. Sin embargo, ella va más allá de este aspecto cualitativo. Resulta que los cambios pueden cuantificarse por medio de ciertas magnitudes y que en determinadas condiciones la suma de esas magnitudes permanece constante, se conserva.

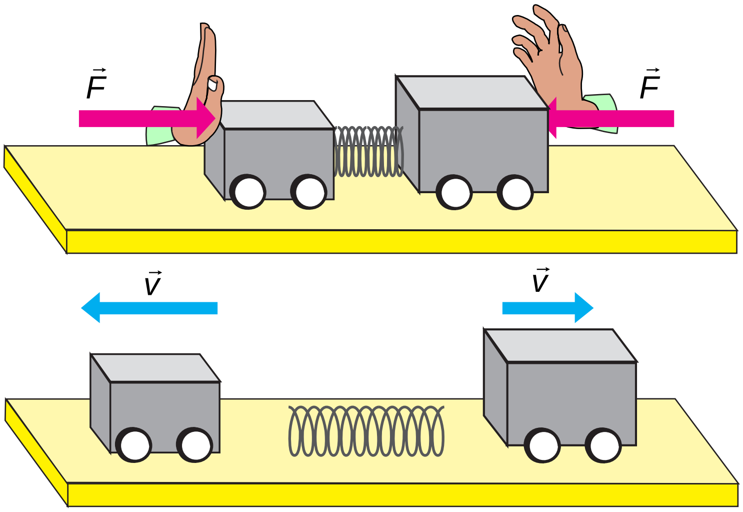
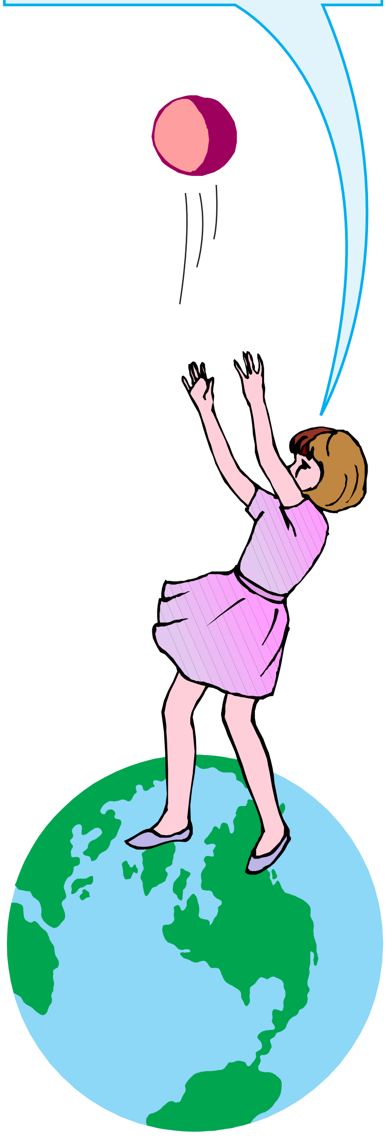


Fig. 1.31. El cambio en las posiciones relativas de los cuerpos, es decir en la configuración del sistema, va acompañado de un cambio en sus velocidades. Estos cambios son cuantificados, respectivamente, por las variaciones de energía potencial elástica y energía cinética, las cuales son de igual magnitud y signo opuesto.

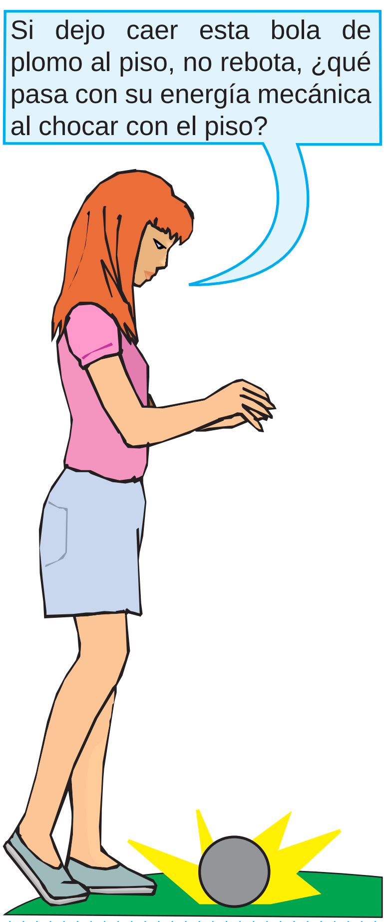
Considera el sistema formado por la Tierra y una pelota que es lanzada verticalmente hacia arriba. ¿Cómo se manifiesta en este caso la idea fundamental de que un cambio siempre lleva aparejado otro, u otros?



Así, en el ejemplo ilustrado en la figura 1.31, el cambio en los valores de las velocidades de los carritos es cuantificado mediante la **energía cinética** y el de la configuración del sistema por la **energía potencial elástica**. A medida que la primera aumenta, disminuye la segunda. Como sabes, si el sistema está **aislado** y la **fuerza de interacción entre los cuerpos es conservativa**, entonces el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial, con lo cual la suma de ellas, es decir la energía mecánica total, se mantiene constante, se conserva. La energía simplemente cambia de una forma a otra, se **trans-forma**.

¿Y qué ocurre cuando las fuerzas que actúan entre los cuerpos no son conservativas y, por tanto, la energía mecánica del sistema no se conserva?

Consideremos como ejemplo un bloque sobre una superficie horizontal al que se comunica cierta velocidad inicial. Debido al rozamiento, luego de recorrer cierta distancia se detiene. El bloque experimenta un cambio en su velocidad sin que al parecer ello vaya acompañado de algún otro cambio. ¿Es que en este caso un cambio no lleva aparejado otro? En términos de energía: ¿Será posible que la energía cinética del bloque se extinga sin que aparezca alguna otra forma



de energía? El análisis de situaciones comunes indica que ello no es posible.

Así, por experiencia sabemos que la fricción continuada entre dos superficies provoca elevación de temperatura. Esto sugiere que durante el deslizamiento del bloque también se eleva la temperatura, solo que en una cantidad tan pequeña que pasa inadvertida. Si el bloque deslizara, por ejemplo, sobre una tira de papel (Fig. 1.32) y el sistema bloque-papel estuviese aislado, de modo que no pudiera transferir energía al exterior, y si además dispusiésemos de un termómetro suficientemente sensible, entonces la elevación de temperatura podría ser detectada. Esa elevación de temperatura indica que **la energía de movimiento de las moléculas** del bloque y del papel aumentan. En otras palabras, la energía de movimiento del bloque se transforma en energía de movimiento de sus moléculas y las del papel, o sea, en **energía interna** de esos cuerpos.

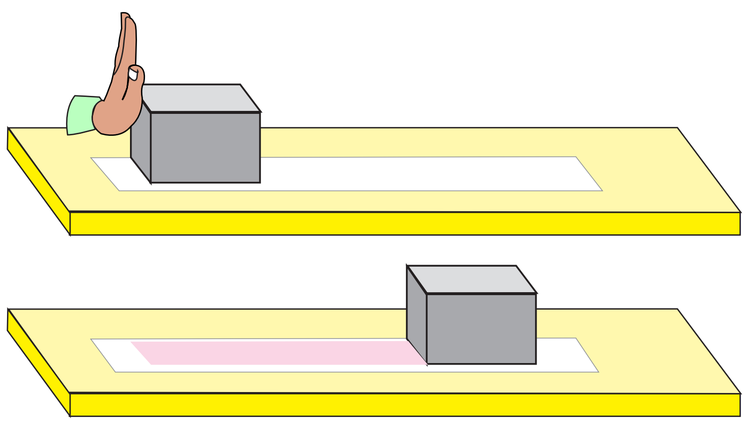


Fig.1.32. Mientras el bloque desliza su energía cinética se transforma en energía térmica de él y del papel.

La energía asociada al cambio de temperatura de un cuerpo se denomina **energía térmica** y, como hemos señalado, forma parte de la energía interna de los cuerpos. De modo que en la situación analizada se produce una **transformación de energía mecánica en térmica**. ¿Cómo cuantificar el aumento de energía térmica implícito en la elevación de temperatura de un cuerpo?

Dicho aumento se determina mediante la expresión:

$$E_T = cm\Delta T$$

Donde m es la masa del cuerpo, ΔT la variación de su temperatura y c un coeficiente que depende del material de que está constituido el cuerpo y es conocido como el calor específico.

Si bien como acabamos de ver, es posible aumentar la energía térmica de un cuerpo mediante la aplicación de fuerzas (en el caso analizado la de rozamiento), o sea mediante trabajo, es obvio que la vía más comúnmente utilizada no es ésa, sino el **calentamiento**. Puesto que en el desarrollo de la ciencia, inicialmente el estudio de los fenómenos mecánicos y térmicos se realizó desvinculado uno del otro, al medir las energías mecánica y térmica se empleaban diferentes unidades: para la primera se utilizaba el **joule** y para la segunda la **caloría**.

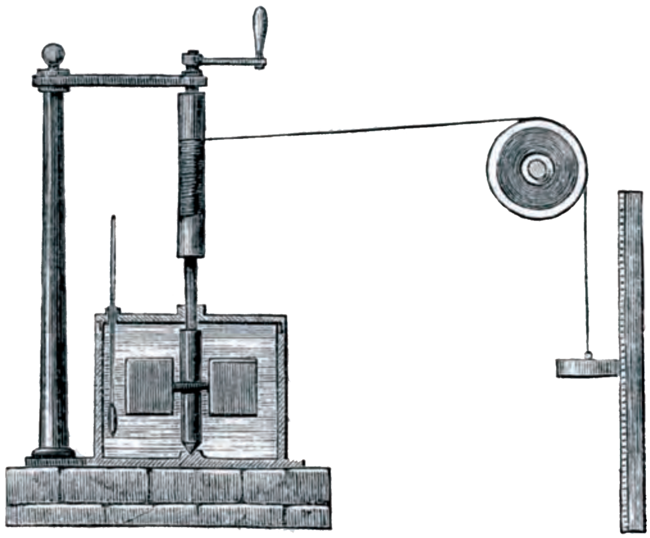
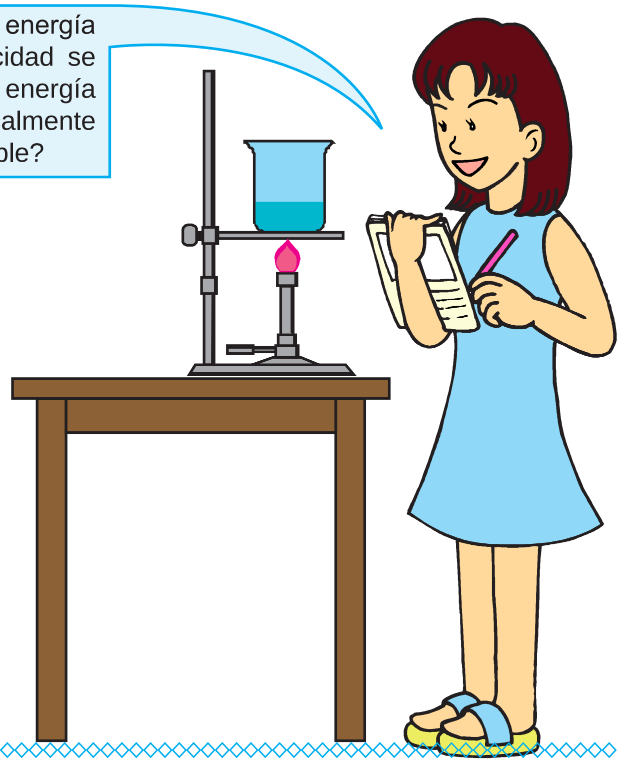


Fig.1.33. Aparato empleado por Joule en la medición del equivalente mecánico del calor.

Al elevar en 10º C la temperatura de 250 g de agua, su energía térmica aumenta en 1.0×10^4 J. ¿Con qué velocidad se movería un cuerpo de masa 1.00 kg que tuviera esa energía cinética? ¿A qué altura se elevaría si se lanzara verticalmente hacia arriba y la resistencia del aire fuese despreciable?



Sin embargo, a partir de meticulosos experimentos, James Prescott Joule (1818-1889) determinó la cantidad de energía térmica que se originaba al tranformar en ella cierta cantidad de energía mecánica. En uno de sus experimentos colocó agua en un recipiente aislado térmicamente y al hacer girar en su interior unas paletas, la temperatura del agua se elevó (Fig. 1.33). Las paletas eran movidas utilizando la energía potencial gravitatoria de un cuerpo que descendía desde cierta altura, por lo que la variación de energía mecánica podía ser calculada utilizando la ecuación *mgh*. A su vez, el aumento de energía térmica del agua era calculado mediante la ecuación $E_T = cm\Delta T$. El científico encontró que por cada joule de energía mecánica que se tranformaba, aparecía 0.24 caloría de energía térmica, o a la inversa, cada caloría de energía térmica que aparecía correspondía a 4.2 joule de energía mecánica tranformada. La equivalencia encontrada por Joule permitió a partir de entonces expresar la energía transmitida a un cuerpo en cualquiera de las dos unidades, independientemente de que el procedimiento utilizado sea trabajo o calentamiento.

Actualmente en la ciencia y la tecnología la unidad fundamental de energía (ya sea mecánica, térmica o de otro tipo) es el **joule**, aunque en algunas esferas, como la de los productos alimenticios y ciertas ramas de la ingeniería, continúa empleándose la **caloría**.

No solo se transforma la energía mecánica en térmica, sino también a la inversa. Así, al calentar una pequeña cantidad de agua en un tubo de ensayos cerrado con un tapón (Fig. 1.34), llega un momento en que el tapón sale despedido, poniendo de manifiesto que se ha transformado cierta cantidad de energía térmica en mecánica.

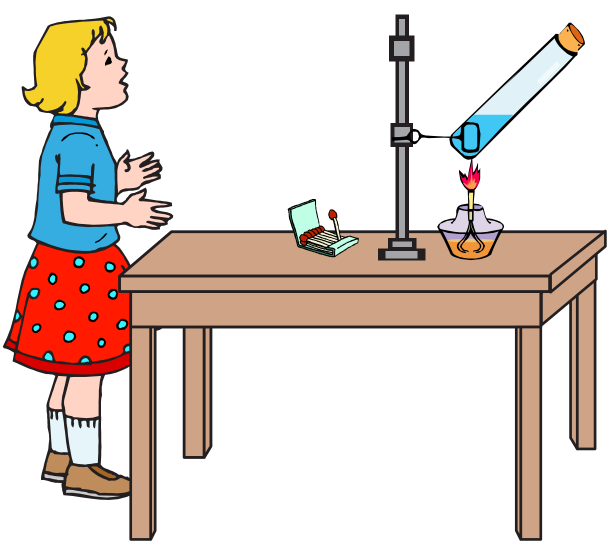


Fig. 1.34. El mechero comunica energía térmica al agua contenida en el tubo de ensayo y llega un momento en que parte de esa energía se tranforma en energía mecánica del tapón.

Nos hemos detenido en ejemplos del ámbito de los fenómenos mecánicos y térmicos que muestran cómo **un cambio siempre va acompañado de otro, u otros**. Resulta que esto no es exclusivo de tales fenómenos, sino una regularidad general del mundo físico. Así, por ejemplo, en la esfera de los fenómenos eléctricos tenemos que al generar una corriente eléctrica ésta puede dar lugar a cambios de muy diversa naturaleza: elevación de temperatura (como en una hornilla eléctrica), movimiento (por ejemplo, en un motor eléctrico), reacciones químicas (en la electrólisis), radiación (como la luminosa en una lámpara fluorescente). Y a la inversa, la elevación de temperatura, el movimiento mecánico, las reacciones químicas y la radiación pueden producir corriente eléctrica (por ejemplo, en los termopares, dinamos, pilas y paneles solares, respectivamente). Todos estos cambios tienen asociada una forma de energía: eléctrica, cinética, química, radiante.

Ya conoces cómo calcular las energías:

Cinética: $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

Potencial gravitatoria: $E_p = mgy$ o $E_p = -\frac{Gm_1 m_2}{r}$

Potencial elástica: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

Térmica: $E_T = cm\Delta T$

Pero también se conoce cómo calcular otros tipos de energía. Así, la **energía eléctrica** que se transforma durante el paso de corriente eléctrica por resistores, motores, electrólitos, lámparas y otros dispositivos eléctricos, se determina mediante la ecuación:

$$\boxed{E_e = VIt}$$

Donde V es el voltaje, I la intensidad de corriente y t el tiempo de funcionamiento del dispositivo.

Un caso de especial interés es el de la **energía propia** o intrínseca de un cuerpo. Ésta se calcula mediante la famosa ecuación:

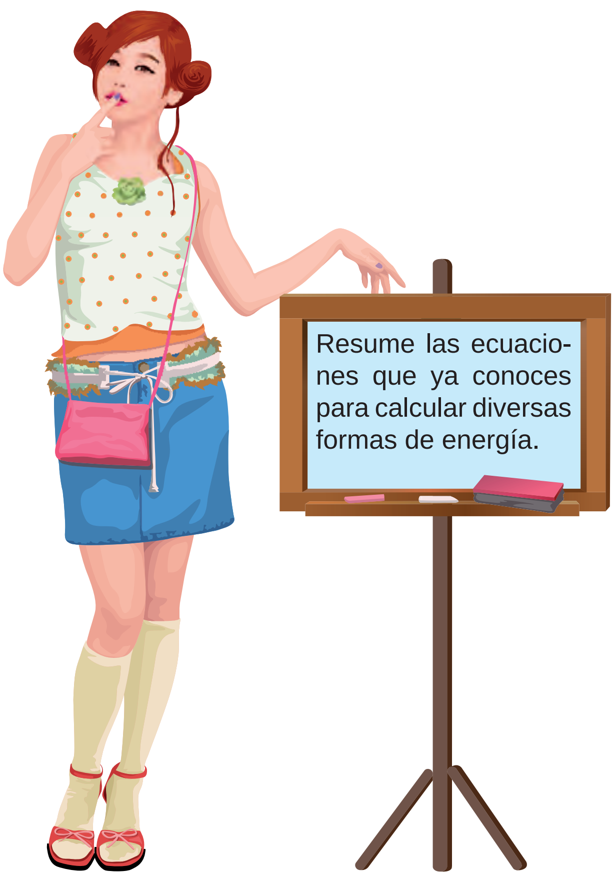
$$\boxed{E_o = mc^2}$$

Obtenida por A. Einstein a principios del siglo XX. En ella, E_o es **la energía interna total del cuerpo**, m su masa y c el valor de la velocidad de la luz en el vacío. La energía interna total de un cuerpo incluye desde la interna de los núcleos de los átomos que lo forman, hasta la cinética asociada al movimiento de sus átomos y moléculas y la potencial debida a la interacción entre éstos.

En las ecuaciones utilizadas para calcular diversas formas de energía profundizarás en cursos posteriores de Física.

Como conclusión de lo analizado anteriormente podemos decir, que el hecho de que un cambio sea imposible sin otro, u otros, constituye una regularidad general del mundo físico. Por otra parte, la ciencia ha encontrado cómo cuantificar la magnitud de diversos cambios, lo cual realiza por medio de las ecuaciones correspondientes a diferentes formas de energía. Y, lo más importante, ha llegado al convencimiento de que siempre que alguna forma de energía disminuya o aumente, otras de sus formas aumentan o disminuyen, de tal modo que, en total, las variaciones quedan compensadas. En otras palabras, la ciencia tiene la certeza de que la energía cambia de forma, pero que en total se conserva. Estas ideas han sido resumidas en la **ley de conservación de la energía**:

La energía total de un sistema se conserva si el sistema está aislado.



Debemos subrayar que la energía total de un sistema se compone de la suma de diversas formas de energía. En general pueden distinguirse tres términos básicos en esa suma: energía cinética de las partes del sistema (E_C), energía potencial debida a la interacción entre dichas partes (E_P) y energía interna de cada uno de los componentes del sistema (E_i). De modo que la ecuación de conservación de la energía total de un sistema puede escribirse:

$$E_C + E_P + E_i = \text{constante}.$$

Examinemos a continuación varios ejemplos que ilustran las ideas anteriores.

Ejemplo 1.14. Intepreta la ecuación $E_c + E_p + E_i$ = const., en el caso del bloque que desliza sobre la tira de papel representado en la figura 1.32.

La energía total de este sistema consta solo de dos de los tres términos de la ecuación, el de la energía interna de los componentes del sistema y el de la energía cinética de ellos (en este caso únicamente la del bloque), no hay energía potencial debida a la interacción entre los componentes del sistema. Por consiguiente, la energía total es: $E = E_c + E_i$.

La energía total E de este sistema varía, porque no se cumple la condición para su conservación: si bien el sistema puede considerarse aislado respecto a fuerzas, no así respecto a intercambio de energía mediante calor. Mientras el bloque desliza, su energía cinética se transforma en energía interna de ambos cuerpos, pero ésta puede ser transmitida al exterior. La disminución de la energía total del sistema está dada por la energía transferida al exterior mediante calor: $\Delta E = Q$, que es igual a lo que disminuye la energía cinética del bloque.

Ejemplo 1.15. Se tiene aire encerrado en un cilindro con un émbolo. ¿Qué sucede con la energía total del aire, si el émbolo se desplaza comprimiéndolo bruscamente?

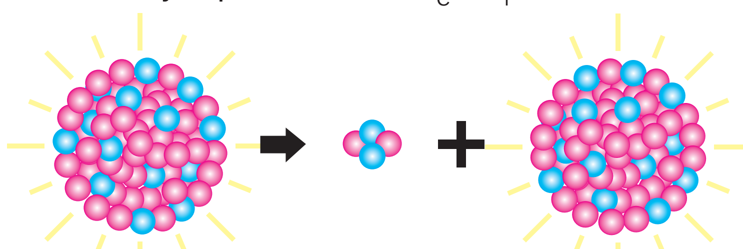
El aire en el cilindro es un sistema de gran número de moléculas. La energía potencial debida a la interacción entre ellas puede despreciarse, de ahí que la energía total del sistema es $E = E_C + E_i$, donde E_i representa la suma de la energía interna correspondiente a cada una de las moléculas. El aire no está aislado, ni respecto a fuerzas externas ni respecto a calor. Puesto que al comprimirlo se realiza cierto trabajo W_F sobre él, su energía total E debe aumentar en esa cantidad: $\Delta E = W_F$.

En este punto es necesario tener en cuenta lo siguiente: Al comunicar energía a un cuerpo mediante trabajo, comúnmente no varía la energía del interior de sus moléculas E_i, para ello por lo general se precisa emplear calentamiento o radiación. Por eso es de suponer que el aumento de la energía total del aire se traduzca en un aumento solo de la energía cinética de sus moléculas E_C. Ello significa que su temperatura ha de elevarse, lo cual en efecto puede apreciase al realizar la experiencia. Por otra parte, ya que el sistema no está aislado respecto a calor, al elevar su temperatura comienza a transferir energía interna al exterior, hasta que la temperatura se iguala a la del ambiente, es decir, a la que tenía inicialmente. La disminución de la energía total es igual a la cantidad de energía Q transferida mediante calor: $\Delta E = -Q$.

Ejemplo 1.16. El radio 226 se desintegra espontáneamente en radón 222 y una partícula alfa. Durante la desintegración, la masa del sistema disminuye en 8.52 x 10^{-30} kg. a) ¿Cuál es la energía cinética total del radón y la partícula alfa? b) Estima la velocidad de la partícula alfa, su masa es 4 u, que equivale a 6.65 x 10^{-27} kg.

Como la desintegración ocurre espontáneamente, sin necesidad de interacción con el exterior, podemos considerar al sistema aislado. Por consiguiente, su energía total se conserva.

a) Puesto que el radio está en reposo, la energía total del sistema antes de la desintegración es simplemente la interna del radio, E_{io}. Después de la desintegración es igual a la suma de las energías cinéticas e internas del radón y la partícula alfa: $E_C + E_i$. La conservación de la energía total implica que:



$E_{io} = E_C + E_i$

De aquí que:

$E_C = E_{io} - E_i = -(E_i - E_{io}) = -\Delta E_i$

En otras palabras, la energía cinética total del radón y la partícula alfa es igual a la disminución de la energía interna del sistema.

Según la ecuación de Einstein, una disminución Δm de masa implica una disminución de energía interna $\Delta E_i = \Delta mc^2$. Por tanto, la disminución de la energía interna del sistema es:

$$\Delta E_i = \left(8.52\times10^{-30}\ \text{kg}\right)\left(3.00\times10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 7.67\times10^{-13}\ \text{J}$$

La energía cinética total del radón y la partícula alfa es E_C = 7.67 x 10^{-13} J

b) La masa de la partícula alfa representa la fracción 4 u /222 u = 0.018 de la masa del radón, es decir, solo el 1.8% de ella. Por tanto, el radón ha de adquirir una velocidad muy pequeña comparada con la de la partícula alfa y prácticamente toda la energía cinética debe corresponder a ésta. En otras palabras $E_{c\,(alfa)} \approx$ 7.7 x 10^{-13} J.

De aquí que $\frac{1}{2}mv^2 \approx$ 7.7 x 10^{-13} J, siendo v la velocidad de la partícula alfa y m su masa. Por consiguiente:

$$v \approx \sqrt{\frac{2E_{c(alfa)}}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(7.7\times10^{-13}\ \text{J}\right)}{6.65\times10^{-27}\ \text{kg}}} = 1.5\times10^{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En la próxima unidad profundizaremos en la solución de este problema.

1.2. Obtención y utilización de la energía.

Hemos examinado el concepto de energía y sus formas principales, las vías mediante las cuales se transmite y transforma, y la ley de conservación de la energía. Esta última nos permitió resolver problemas que de otro modo sería muy difícil, o incluso imposible, enfrentar.

Pero como dijimos al comenzar la unidad, el tema de la energía posee en la actualidad un interés no solo científico, sino también social y para el medio ambiente. En particular, se prevé para un futuro próximo el agotamiento de los recursos energéticos que más utilizamos hoy en día, lo que ya está generando numerosos problemas a la humanidad; al propio tiempo, el empleo desmedido y sin el debido cuidado de dichos recursos, es una de las causas principales del deterioro del medio ambiente y de los cambios climáticos que estamos apreciando desde hace algunos años. En los apartados que siguen examinaremos estas cuestiones, en particular, responderemos las últimas tres preguntas planteadas al iniciar la unidad:

¿De qué modo se obtiene la energía que diariamente empleamos? ¿Cómo ahorrarla? ¿Qué problemas ha traído a la humanidad la creciente e incontrolada demanda de energía y cuáles podrían ser algunas medidas para enfrentarlos?

Explica con tus palabras el significado de los términos energía útil y energía disipada. Auxíliate de un diccionario para esclarecer el significado de los adjetivos “útil” y “disipada”.

1.2.1. Obtención de energía útil.

Una parte de la energía que utilizamos diariamente es obtenida directamente mediante **combustión**. Así, para calentar el agua con que nos bañamos y preparar los alimentos, con frecuencia se emplea simplemente la llama producida en la combustión de gas. Cabe notar que no toda la energía puesta en juego durante la combustión se traduce en **energía útil**, cierta cantidad inevitablemente se pierde en elevar la temperatura de recipientes, tuberías y, sobre todo, del aire circundante. Aquella parte de la energía que produce otros cambios diferentes a los que nos hemos propuesto se denomina **energía disipada**.

Indaga acerca del funcionamiento de las turbinas de vapor y de los motores de combustión interna, así como la época en que se inventaron.

Muchas veces la energía que requerimos no es térmica, sino cinética, o sea de movimiento. Tal es el caso de los medios de transporte habituales (vehículos terrestres, aviones, barcos) y de las turbinas de las centrales termoeléctricas. En estos casos primeramente suele obtenerse energía térmica a partir de la combustión de petróleo, gas o carbón y a continuación una parte de ella es transformada en energía cinética.

En la figura 1.34 ya describimos una sencilla experiencia que muestra cómo transformar energía térmica en energía de movimiento, esa experiencia resume el principio físico del funcionamiento de cualquier central termoeléctrica. Parte de la energía térmica originada en la combustión se transmite al agua y luego, cuando ésta hierve, se invierte en hacerla cambiar de estado, en vaporizarla. Finalmente se alcanza el objetivo deseado: una porción de la energía térmica obtenida durante la combustión es transformada en energía cinética. En una central termoeléctrica el agua es calentada en la caldera, en la cual se produce el vapor que hace girar la turbina, cuyo eje está acoplado al del generador de electricidad.

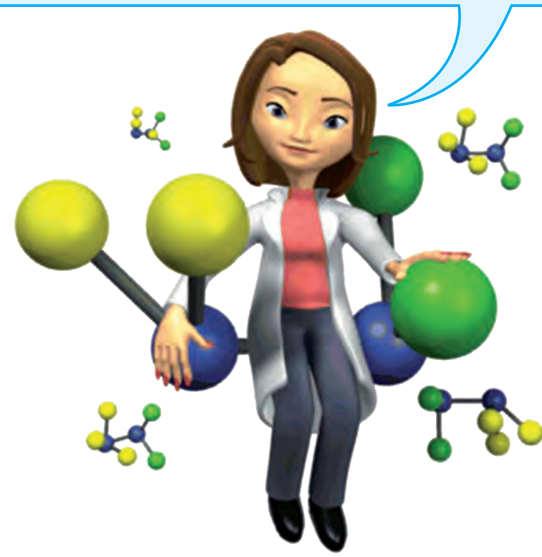
¿Y de dónde procede la energía que se origina durante la combustión?

Las moléculas de los combustibles comunes reaccionan con las del oxígeno del aire. Un ejemplo muy simple de esto es la reacción de combustión del carbono puro: $C + O_2 = CO_2$. Cuando los átomos de las sustancias iniciales se reagrupan, formando la molécula de dióxido de carbono, disminuye la **energía potencial** de ellos.

Argumenta detalladamente por qué puede afirmarse que en el experimento de la figura 1.34 la energía útil que se obtiene es mucho menor que la energía producida en la combustión.

Esta energía potencial "desaparecida", aparece en otras formas, como energía de movimiento de las moléculas, o sea térmica, y radiación. Por cada gramo de Carbono que reacciona se invierten 2.7 g de Oxígeno, y son transformados de energía potencial interna en energía térmica y de radiación alrededor de 400 millones de joule.

Describe con ayuda de un dibujo esquemático, en el cual representes las moléculas y átomos por pequeños círculos, la reacción de combustión del carbono con el oxígeno. ¿Cómo podrías explicar cualitativamente la disminución de energía potencial de los átomos?



De este modo, el principio general de funcionamiento de toda **máquina térmica** (máquinas de vapor, turbinas de vapor, motores de combustión interna) es la transformación mediante combustión, de energía potencial interna en energía térmica y de parte de ésta en energía cinética.

1.2.2. Eficiencia energética.

Sintetiza en un esquema las transformaciones de energía que tienen lugar al obtener energía cinética mediante combustión.

Un concepto de suma importancia en los procesos de obtención de energía útil y, en particular, en el funcionamiento de las máquinas térmicas, es el de **eficiencia energética**.

El concepto de **eficiencia energética** (η) caracteriza la fracción que representa la **energía útil** ($E_{útil}$) obtenida en determinado proceso ("salida" del sistema) respecto a la **energía inicial** ($E_{entrada}$) puesta en juego para ello ("entrada" al sistema). Mientras mayor sea dicha fracción y menor la de la energía disipada, mayor es la eficiencia del proceso. La ecuación para calcular la eficiencia energética de un sistema es:

$$\eta = \frac{E_{útil}}{E_{entrada}}$$

En la tabla siguiente se relacionan los valores aproximados de eficiencia energética de algunos sistemas de interés. Como puedes apreciar de la tabla, las turbinas hidroeléctricas (Fig. 1.37) son mucho más eficientes que las de vapor (Fig. 1.38).

Tabla 1.1. Estimados de eficiencia energética de algunos sistemas de interés

Sistema	Eficiencia energética (%)
Primera máquina de vapor	0.2
Máquina de vapor de finales del s. XIX	17
Motor de combustión interna de gasolina	25
Motor de combustión interna diésel	35
Turbinas de vapor	35-55
Turbina hidroeléctrica	90
Bicicleta	95

Fig. 1.37. (a) Turbinas de una central hidroeléctrica. (b) Rotor de una turbina de vapor producida por Siemens, Alemania.

Cuando un automóvil viaja a velocidad constante su energía cinética no aumenta. ¿En qué se invierte entonces la energía interna que continuamente se transforma durante la combustión en el motor?

1.2.3. Potencia.

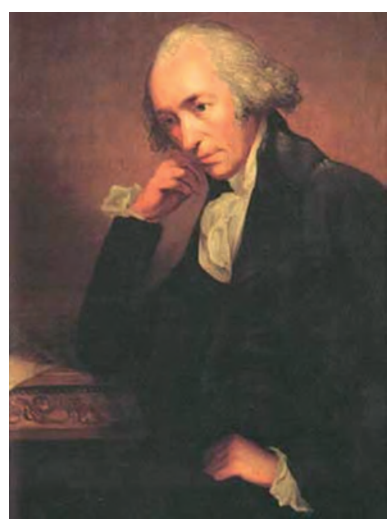
Los procesos de obtención de energía útil se diferencian no solo por su mayor o menor eficiencia, sino también **por la rapidez con que tienen lugar**. Por ejemplo, en igual intervalo de tiempo un motor puede subir hasta cierta altura mayor cantidad de agua que otro; un automóvil cuyo acelerador se presiona más, aumenta su velocidad más rápidamente; una hornilla de gas puede calentar el agua de una olla en menor tiempo que otra; etc. En unos casos la energía se transforma o transmite con mayor rapidez que en otros. El concepto que da cuenta de ello es el de **potencia**.

Potencia es la magnitud que caracteriza la rapidez con que se transforma o transmite energía.

Para calcular la potencia se halla la razón entre la energía ΔE transformada o transmitida en determinado intervalo de tiempo Δt y dicho intervalo:

$$\boxed{P = \frac{\Delta E}{\Delta t}}$$

La unidad de potencia, 1 joule / 1 segundo (J/s), se denomina **watt** y se designa con la letra *W*, en honor a James Watt (1736-1819), ingeniero escocés, quien introdujo numerosas mejoras a la máquina de vapor, dirigidas a elevar su eficiencia y potencia.

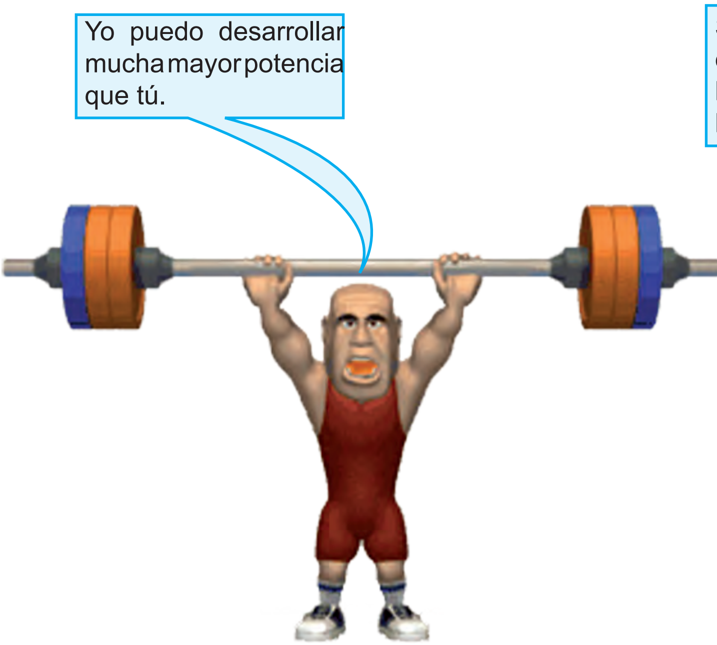


James Watt (1736-1819). Aportó grandes mejoras a la máquina de vapor, e hizo posible su uso práctico en la industria.

En la documentación técnica de muchos equipos, en particular eléctricos, se informa la potencia de ellos. A continuación se da una tabla con los estimados de algunos sistemas (tabla 1.2).

Tabla 1.2. Estimados de potencia de algunos sistemas.

Sistema	Potencia media aproximada (W)
Corazón humano a ritmo normal	3
Lámpara fluorescente ahorradora	20
Ventilador eléctrico común	80
Persona corriendo moderadamente	4×10^{2}
Corredor de 100 metros planos	1×10^{3}
Plancha eléctrica	1×10^{3}
Pesista durante un levantamiento	5×10^{3}
Motor de automóvil	1×10^{5}
Cohete cósmico	1×10^{7}
Mayores centrales termoeléctricas	1.3×10^{9}



Ejemplo 1.17. En la modalidad de arranque, un levantador de pesas elevó 210 kg desde el suelo hasta una altura de 1.3 m en aproximadamente 0.5 s. a) ¿Qué potencia media desarrolló al hacer esto? b) ¿Será igual la energía puesta en juego por el pesista que la transmitida a las pesas?

a) Las pesas elevaron su energía potencial gravitatoria a cuenta de la energía transmitida por el levantador. Esta energía es:

$$\Delta E_{\text{Pg}} = mgy = (210\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1.3\ \text{m}) = 2.7\times10^3\ \text{J}$$

Por consiguiente, la potencia media fue:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{2.7\times10^3\ \text{J}}{0.5\ \text{s}} = 5\times10^3\ \text{W}$$

b) En realidad, la eficiencia del cuerpo humano a la hora de transformar energía interna en mecánica es de solo 25%, o menor. Por consiguiente, la energía puesta en juego durante el levantamiento es cuatro veces mayor, o más, que la transmitida a las pesas. La potencia calculada en el apartado (a) representa la rapidez con que se transformó energía interna en energía útil, pero otra parte importante de la energía puesta en juego es disipada.

Observa que la potencia calculada es considerable, equivale a la de cinco planchas eléctricas, y la correspondiente a la energía interna total puesta en juego es todavía mayor. El ser humano sólo puede desarrollar tales potencias durante intervalos de tiempo muy cortos.

Ejemplo 1.18. Un hombre común utiliza diariamente alrededor de 3.0 x 10^3 kcal para mantener el funcionamiento de su organismo y realizar diversas actividades. Calcula su potencia media.

Primeramente expresemos 3.0 x 10^3 kcal en joule.

1 cal equivale aproximadamente a 4.2 J. De ahí que 1 kcal equivale a 4.2 x 10^3 J. Por consiguiente, 3.0 x 10^3 kcal representan 12.6 x 10^6 J.

Esta energía es utilizada durante un intervalo de tiempo Δt = 24 h, que expresado en segundos representa: 24 h x 3 600 s/h = 86400 s

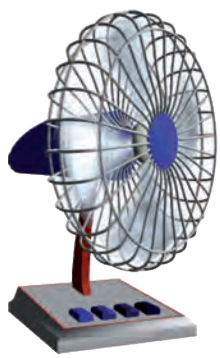
La potencia media de un hombre común es, pues:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{12.6\times10^6\ \text{J}}{86400\ \text{s}} = 1.5\times10^2\ \text{W}$$

El resultado no puede ser expresado con mayor número de cifras significativas, ya que los datos utilizados poseen solo dos. Sin embargo, los resultados intermedios deben calcularse con más de dos cifras significativas, a fin de no perder información contenida en los datos.

Puedes comprobar que el valor de potencia obtenido equivale a la de 7-8 lámparas “ahorradoras”, cada una de unos 20 W.

Ejemplo 1.19. Los datos técnicos de cierto ventilador eléctrico indican que su potencia es 60 W. ¿Qué cantidad de energía eléctrica transforma en una hora? No toda esa energía es útil. Da algunas razones para ello.



La potencia es: $P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$

Por consiguiente, la energía transformada puede ser calculada como sigue:

$$\Delta E = P\Delta t = (60\ \text{W})\left(1\ \text{h}\times\frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}}\right) = 216\times10^{3}\ \text{J}$$

ó

$$\Delta E = 216\ \text{kJ}$$

Cabe señalar que frecuentemente la energía consumida por los equipos, especialmente por los eléctricos, se expresa en otra unidad con la que resulta más cómodo trabajar. Por ejemplo, se dice que la energía consumida por el ventilador en una hora es, simplemente, 60 W.h. Y si el ventilador hubiese trabajado durante 2 h, entonces sería:

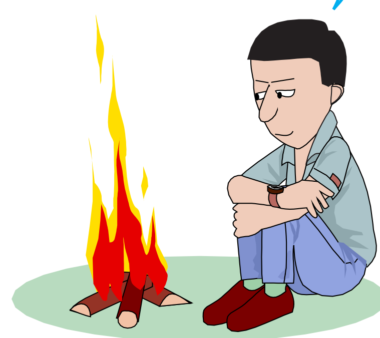
2h x 60 W = 120 W.h

No toda esa energía resulta útil, una parte se gasta, inevitablemente, en calentar los cables del enrollado del motor mientras pasa la corriente eléctrica, en trabajo de la fuerza de fricción en el eje, etc.

1.2.4. "Ahorro" de energía y preservación del medio.

Como sabes, los seres humanos utilizaron la combustión, principalmente de leña, desde tiempos remotos. Pero hasta mediados del siglo XIX el consumo mundial de combustibles era muy pequeño comparado con el actual, por una parte, debido a la menor población del planeta y, por otra, a que más del 95% de la energía necesaria para las labores productivas y el transporte todavía era obtenida directamente de los animales y de los propios hombres. Sin embargo, solo un siglo después, alrededor de 1960, la situación de la energía empleada en las labores productivas y el transporte se había literalmente invertido: más del 95% de ella provenía de los combustibles, fundamentalmente **combustibles fósiles** (petróleo, carbón, gas natural). Y si bien en los últimos años se ha ampliado la utilización de **fuentes alternativas**, como la nuclear, la hidráulica, la eólica, la solar y los biocombustibles, los combustibles fósiles continúan aportando la mayor parte de la energía total que se genera en el planeta, cerca del 80% de ella (Fig. 1.38).

Si la energía se transforma y transmite de unos sistemas a otros, pero en general se conserva, ¿qué significado tienen entonces expresiones como "producción de energía" y "consumo de energía"?



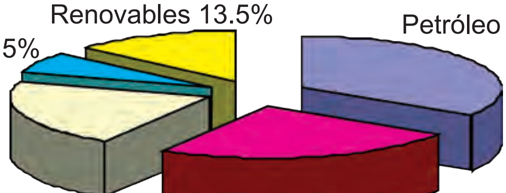


Fig. 1.38 Distribución aproximada de las fuentes de energía en el 2004.

Indaga acerca de la formación de los denominados combustibles fósiles. ¿Por qué este recurso energético no es renovable?

Investiga en qué época comenzaron a utilizarse ampliamente los diferentes combustibles fósiles.

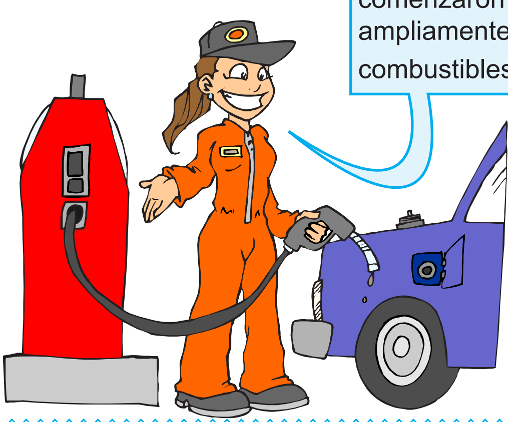


Fig. 1.39 En esta fotocomposición de imágenes satelitales se refleja claramente la enorme diferencia entre países en el consumo de energía eléctrica.

Fig. 1.40 Algunas personas despilfarran la energía.

Durante los últimos cien años la población del planeta ha crecido casi 7 veces, hecho que como es lógico conlleva un aumento del consumo de energía. Sin embargo, dicho consumo ha aumentado mucho más que la población, unas 80 veces. Ello se debe, en parte, al continuo desarrollo de nuevas necesidades humanas, cuya satisfacción demanda cada vez mayores cantidades de energía; pero también al hiperconsumo característico de algunas sociedades (Fig. 1.39) y al despilfarro de energía de muchas personas, tanto en actividades productivas y de servicios como en las domésticas (Fig. 1.40). Así, la mayor parte de la energía generada en el planeta, alrededor del 80%, es consumida por solo una minoría de sus habitantes, aproximadamente el 20%, minoría que se concentra en los países altamente industrializados. En cuanto al despilfarro, hay que señalar que estimaciones conservadoras revelan que elevando la eficiencia durante la obtención, transmisión y consumo de energía, podría ahorrarse hasta el 40% de los recursos energéticos, sin que esto perjudicara el desenvolvimiento de la vida humana.

De mantenerse el actual ritmo de utilización de los combustibles fósiles, sus reservas, en particular las de petróleo, quedarán agotadas en un futuro próximo. La conciencia de esta realidad está originando una serie de graves problemas, entre ellos: la progresiva elevación de los precios del petróleo; confrontaciones, incluidas guerras, por la posesión de reservas petrolíferas; empleo de recursos alimentarios tradicionales como fuentes de energía, en detrimento de la base alimenticia de algunos pueblos.

Detalla los factores que han conducido a la creciente explotación de los combustibles fósiles y cómo este crecimiento podría atenuarse.

Por tanto, la necesidad de "ahorrar energía" responde, ante todo, a la urgencia de **economizar la principal fuente de energía útil hoy en día**: **los combustibles fósiles**. En otras palabras, significa ahorrar este recurso energético no renovable.

Propón algunas medidas que contribuyan a "ahorrar" energía en la casa y la escuela.

Pero además del interés que tiene disminuir el uso de los combustibles fósiles debido a su encarecimiento y próximo agotamiento, existe aún otra importantísima razón para ello: la **necesidad de preservar el medio**. Algunos afirman que de mantenerse el ritmo en la utilización de los combustibles fósiles, incluso antes de que comience el declive forzoso de

Investiga acerca de los factores que pudieran conducir a "ahorrar" energía. Considera las fases de producción, transmisión y utilización.

dicho ritmo a causa del agotamiento, ya el daño ocasionado al medio podría ser irreversible.

Yo pensaba que el "problema de la energía" consistía en el encarecimiento y agotamiento del petróleo. Pero ahora veo que también está el asunto de la contaminación, que pudiera ser incluso más alarmante.

Dos graves problemas asociados a la creciente utilización de los combustibles aparecieron en el pasado siglo: el aumento de la concentración de dióxido de carbono (CO_2) en la atmósfera y la formación de lluvias ácidas (Fig. 1.41).

Fig. 1.41. Algunas termoeléctricas y vehículos emiten a la atmósfera dióxido de carbono y óxidos de azufre y nitrógeno que contaminan el medio ambiente.

Como conoces, durante la combustión de carbón, petróleo y sus derivados, y gas natural, se genera dióxido de carbono. En el pasado siglo la concentración de este gas en la atmósfera se incrementó alrededor de 1.3 veces, intensificando el denominado **efecto invernadero**, con el consiguiente aumento de la temperatura media del planeta. Durante las últimas décadas dicha temperatura se ha elevado como promedio 0.2 ºC cada diez años. Se estima que de elevarse 2 - 3 ºC por encima del valor actual, podría originar un **cambio climático** de catastróficas consecuencias para la humanidad. Recientes estudios indican cómo el calentamiento global del planeta está mostrando ya sus efectos sobre la naturaleza.

Esclarece en qué consiste el fenómeno denominado “efecto invernadero”.

Conjuntamente con el dióxido de carbono, las termoeléctricas y vehículos de motor habituales emiten a la atmósfera dióxido de azufre y óxidos de nitrógeno (fig. 1.41), los cuales dan lugar a ácido sulfúrico y ácido nítrico. Estas sustancias son luego arrastradas por las lluvias, originando las llamadas **lluvias ácidas**, las que en algunas regiones del planeta han alcanzado una acidez incluso similar a la del vinagre.

Investiga acerca del “Cambio Climático”, en particular, sus causas, los desastrosos efectos que puede provocar y los acuerdos que se toman para frenarlo.

Tanto el problema del agotamiento de los combustibles fósiles como el de la contaminación debida a su utilización, pueden ser enfrentados mediante el empleo de **fuentes alternativas de energía**, que sean **renovables** y **no contaminantes o “limpias”**.

En este caso el término **renovable** se utiliza en un sentido amplio, significa, o que el recurso es realmente renovable, como la biomasa, o que resulta prácticamente inagotable, como la radiación solar. En contraposición con esta noción está la de **fuente no renovable**, que es aquella cuyo ritmo de utilización es muy superior al de formación del propio recurso y que por tanto terminará agotándose, como es el caso de los combustibles fósiles.

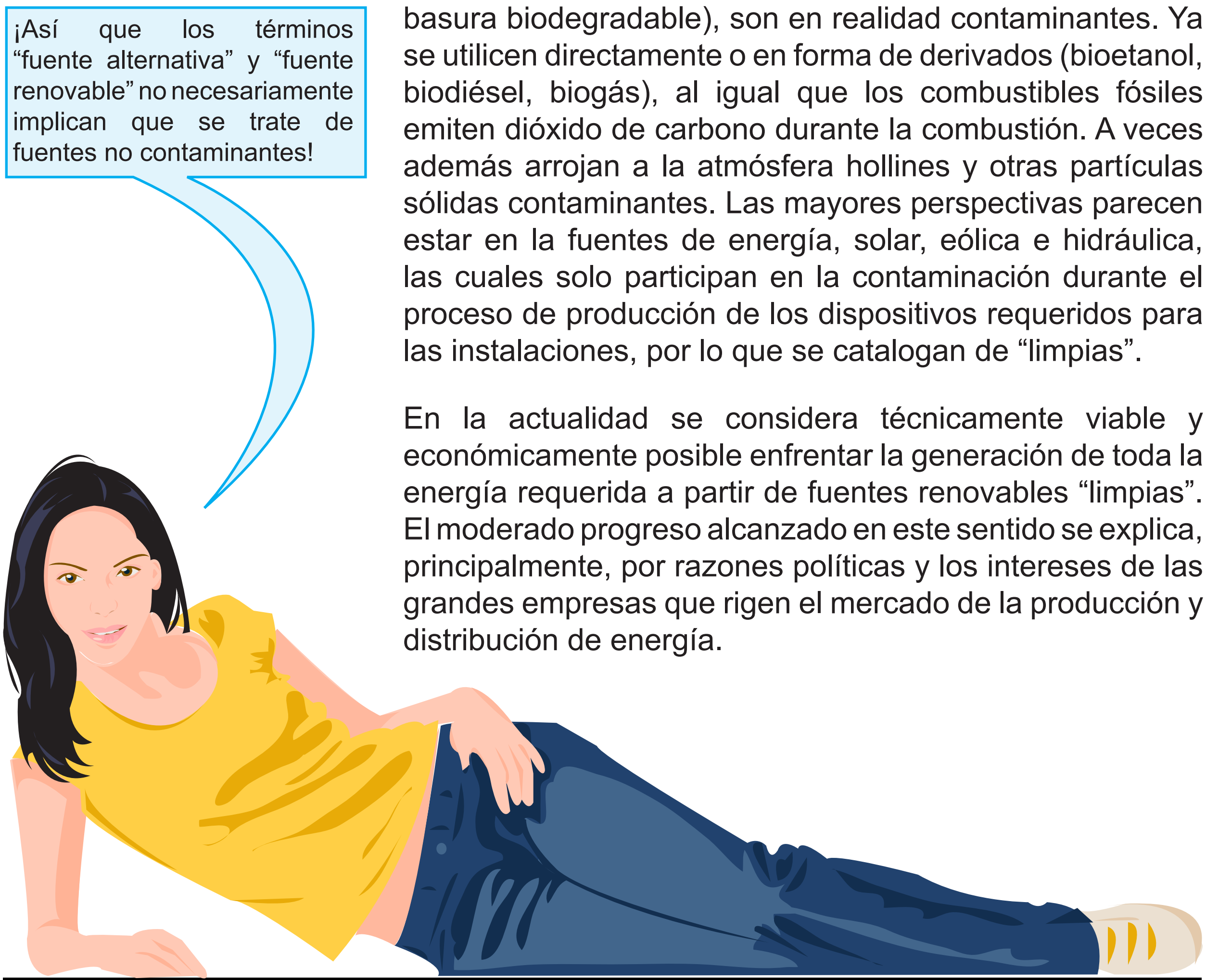
Entre las **fuentes renovables** de energía están: la **solar**, ya sea al emplear directamente la radiación para el calentamiento de agua, o para la generación de electricidad mediante paneles fotovoltaicos; la **hidráulica**, que se vale de la energía potencial y cinética del agua; la **eólica**, que utiliza la energía cinética del viento; la **geotérmica**, procedente de la energía térmica del interior de la corteza terrestre y que se manifiesta en forma de agua o vapor calientes; la **maremotriz**, que aprovecha mareas, olas y corrientes marinas; los **combustibles renovables** (biomasa, biogás, biocombustibles líquidos) y la **basura biodegradable**, de procedencia doméstica o comercial, incinerada en instalaciones concebidas para el calentamiento o la generación de electricidad.

¿A qué fuentes alternativas pudieran corresponder estas imágenes fotográficas? Explica con tus propias palabras el significado de los términos: fuentes alternativas de energía, fuentes renovables y fuentes no renovables.

El origen último de las fuentes de energía renovables mencionadas anteriormente, exceptuando la geotérmica y las mareas, es la radiación solar. Como icono de dichas fuentes se ha elegido el girasol, con cuya foto iniciamos este capítulo. Ello se debe a que el girasol aprovecha al máximo la radiación solar, es utilizado para producir biocombustible y tiene parecido con el Sol.

Las fuentes de energía renovable se destinan fundamentalmente a la generación de electricidad, pero hasta ahora todas ellas en conjunto aportan tan solo el **20% de la energía eléctrica** que se genera en el planeta. Ello significa el **13.5 % de la energía total** (además de la eléctrica, la dedicada a climatización de locales, transporte, etc.). El mayor peso en esta contribución de las fuentes renovables a la energía total lo tienen los combustibles renovables y la basura biodegradable, que en conjunto suministran cerca del 11%; a la energía hidráulica corresponde alrededor del 2% y el 0.5% restante es aportado, en orden descendente de peso relativo, por las energías geotérmica, eólica, solar y mareomotriz.

Cabe señalar que aunque las diversas fuentes renovables constituyen alternativas a los combustibles fósiles, no todas son **no contaminantes** o **"limpias"**. Las estrictamente "renovables", en el sentido de que efectivamente se regeneran (combustibles renovables y basura biodegradable), son en realidad contaminantes. Ya se utilicen directamente o en forma de derivados (bioetanol, biodiésel, biogás), al igual que los combustibles fósiles emiten dióxido de carbono durante la combustión. A veces además arrojan a la atmósfera hollines y otras partículas sólidas contaminantes. Las mayores perspectivas parecen estar en la fuentes de energía, solar, eólica e hidráulica, las cuales solo participan en la contaminación durante el proceso de producción de los dispositivos requeridos para las instalaciones, por lo que se catalogan de "limpias".



En la actualidad se considera técnicamente viable y económicamente posible enfrentar la generación de toda la energía requerida a partir de fuentes renovables "limpias". El moderado progreso alcanzado en este sentido se explica, principalmente, por razones políticas y los intereses de las grandes empresas que rigen el mercado de la producción y distribución de energía.

1.3. Actividades de sistematización y consolidación.

Escribe cada palabra en Wikipedia o en Encarta y da un vistazo a lo que encuentres.

1.3.1. Sopa de letras.

O	I	R	B	I	L	I	U	Q	E	G	Í	Ú	C	I	C	I	Á
R	G	L	E	N	E	R	G	Í	A	C	É	C	A	A	Á	A	E
B	B	I	O	M	A	S	A	U	S	W	O	B	L	L	C	C	L
G	I	Ü	K	G	B	B	Ñ	Á	M	N	Ü	O	E	O	O	I	B
K	G	O	M	Q	O	C	G	E	T	C	R	I	N	P	I	T	I
Í	Q	S	C	E	N	O	V	A	F	Í	P	F	T	Q	B	É	T
É	S	É	Á	O	I	Ó	M	C	A	I	I	Q	A	Ó	M	N	S
D	C	H	É	B	M	I	I	A	Ó	G	C	V	M	X	A	I	U
J	J	O	Ó	J	N	B	I	C	U	Ñ	I	I	I	Í	C	C	B
Á	W	D	M	A	M	S	U	R	A	T	J	A	E	U	É	H	M
C	M	Y	N	B	L	Í	A	S	A	P	T	Ñ	N	N	Ñ	V	O
Q	G	T	X	A	U	C	S	V	T	É	I	C	T	Ú	C	Ó	C
J	E	H	D	Í	I	S	R	G	R	I	D	S	O	P	Y	I	L
R	R	O	Í	Ó	T	E	T	B	M	H	B	Ú	I	O	X	Ü	A
K	Ü	X	N	E	S	S	Q	I	E	J	J	L	N	D	W	Ñ	P
H	O	Á	O	N	A	C	I	L	Ó	E	N	W	E	V	Ú	W	I
T	B	E	O	A	A	L	T	E	R	N	A	T	I	V	A	S	Ó
Ñ	S	C	P	K	V	É	Ó	E	L	Á	S	T	I	C	A	Ñ	É

Aislado
Alternativas
Biocombustible
Biogás
Biomasa
Calentamiento
Caloría
Cambio
Cinética
Combustible
Combustión
Configuración
Conservativa
Contaminante
Disipación
Eficiencia
Elástica
Energía
Eólica
Equilibrio

S	I	S	T	E	M	A	P	P	N	X	K	M	Ü	I	Z	P	O
A	C	I	M	R	É	T	O	E	G	Ó	C	U	W	Q	G	G	F
F	C	L	P	M	N	T	Y	O	P	K	I	K	Q	B	M	R	U
E	E	R	J	J	E	S	U	E	H	D	N	C	B	Á	Z	A	W
S	W	D	Ü	N	V	R	O	L	L	Ó	D	Ó	A	É	E	V	E
T	H	Z	C	I	V	R	K	N	I	I	Q	M	C	I	Í	I	O
A	R	I	S	Á	A	Ü	H	C	L	T	F	J	E	G	D	T	Q
B	A	G	Á	L	Z	Ú	C	V	I	E	L	U	O	J	M	A	T
L	W	Ó	O	Ú	I	A	C	I	L	U	Á	R	D	I	H	T	R
E	Á	S	W	Y	R	I	C	G	Z	É	V	B	R	S	Ú	O	P
Q	H	L	L	E	T	B	N	I	Q	Ú	A	E	E	E	O	R	O
Y	Ú	R	T	D	O	U	U	E	M	Í	Ü	É	N	L	J	I	T
R	X	N	S	Ú	M	B	C	F	S	R	H	C	O	I	A	A	E
D	I	A	Ú	W	O	R	L	É	D	T	É	V	V	S	B	Ó	N
H	C	Ó	A	Ó	E	S	E	O	Ñ	K	A	T	A	Ó	A	Z	C
M	U	T	Í	B	R	Q	A	X	Í	R	Í	B	B	F	R	H	I
Y	T	R	F	Y	A	É	R	C	T	L	P	V	L	B	T	Ü	A
O	Q	P	C	G	M	A	W	N	Á	U	T	I	E	E	Í	B	N

Estable
Fósiles
Geotérmica
Gravitatoria
Hidráulica
Inestable
Interacción
Joule
Ley
Mareomotriz
Nuclear
Potencia
Potencial
Radiación
Renovable
Sistema
Solar
Térmica
Trabajo
Watt

1.3.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Energía debida al movimiento de los cuerpos.
2. Forma de energía que depende de la interacción entre los cuerpos y de la posición relativa de ellos.
3. Energía total de los componentes de un cuerpo o sistema.
4. Energía asociada con la variación de temperatura de un cuerpo.
5. Expresa que en un sistema aislado la energía puede cambiar de forma, pero que en total se conserva.
6. Expresa que la suma de las energías cinética y potencial de un sistema de partículas permanece constante, si el sistema está aislado y las fuerzas entre las partículas son conservativas.
7. Establece que el trabajo de la fuerza neta ejercida sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética.
8. Se dice de una fuerza si el trabajo realizado por ella en una trayectoria cerrada cualquiera es nulo.
9. Es la suma de las energías cinética y potencial de un sistema de cuerpos.
10. Si una mínima desviación de un cuerpo de su posición de equilibrio provoca una fuerza que tiende a hacerlo regresar a ella.
11. Si una ligera desviación de un cuerpo de su posición de equilibrio provoca una fuerza que tiende a alejarlo aún más de ella.
12. Aquella parte de la energía obtenida en determinado proceso que se invierte en el efecto deseado.
13. Parte de la energía obtenida en determinado proceso que se gasta en efectos diferentes a los propuestos.
14. Fracción que representa la energía útil obtenida en determinado proceso respecto a la energía inicial puesta en juego.
15. Fenómeno que provoca el sobrecalentamiento de la Tierra.
16. Uno de los principales gases causantes del efecto invernadero.
17. Cambios en la atmósfera y mares de la Tierra debidos al sobrecalentamiento de ésta.
18. Fuente de energía que durante su empleo no contamina.
19. Fuente de energía que representa una opción diferente a la utilización de combustibles fósiles.
20. Fuente de energía que se regenera o que es prácticamente inagotable.

( ) Cambio climático

( ) Dióxido de carbono

( ) Efecto invernadero

( ) Eficiencia energética

( ) Energía cinética

( ) Energía disipada

( ) Energía interna

( ) Energía mecánica total

( ) Energía potencial

( ) Energía térmica

( ) Energía útil

( ) Equilibrio estable

( ) Equilibrio inestable

( ) Fuente alternativa de energía

( ) Fuente de energía “limpia”

( ) Fuente renovable de energía

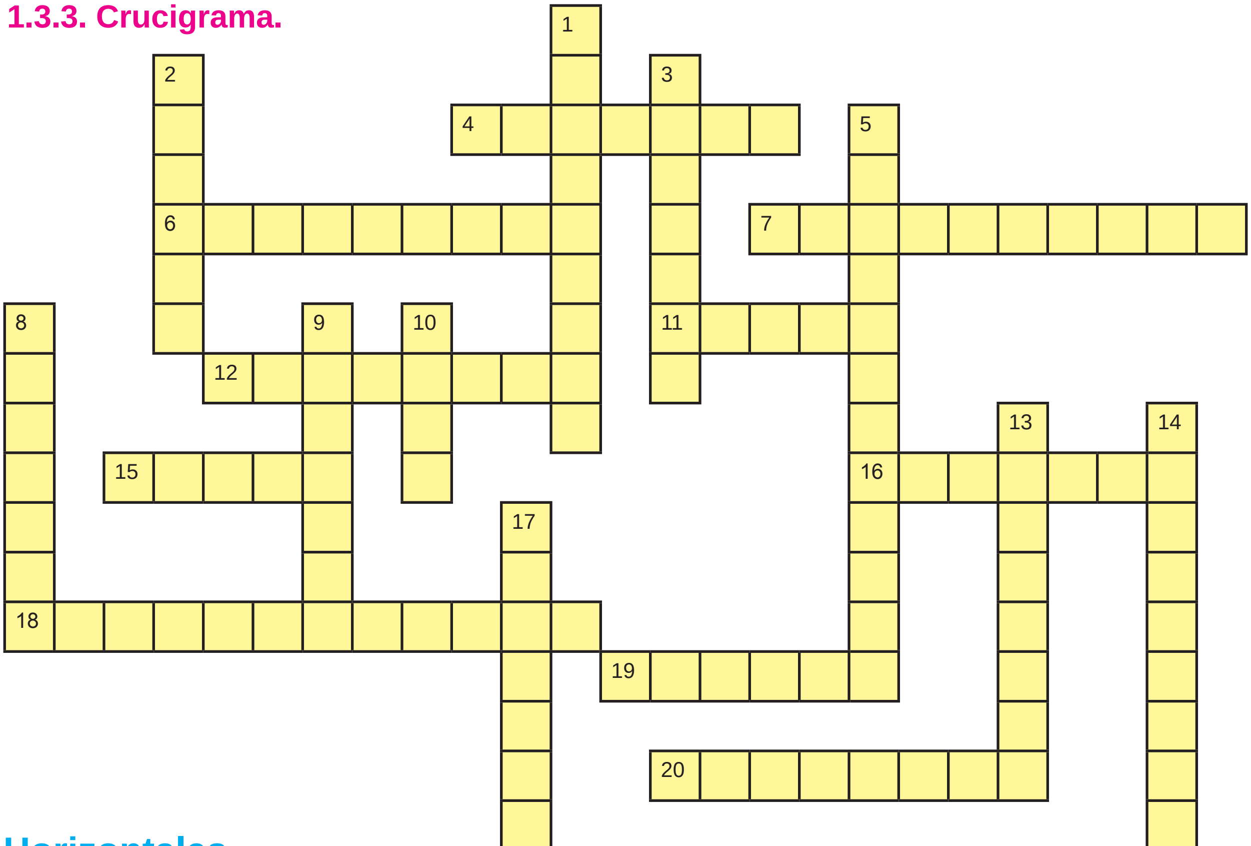
( ) Fuerza conservativa

( ) Ley de conservación de la energía

( ) Ley de conservación de la energía mecánica

( ) Teorema del trabajo y la energía

1.3.3. Crucigrama.



Horizontales

4. Adjetivo utilizado para calificar a la energía total de las partículas que constituyen un cuerpo.
6. Proceso en el cual se transforma o transmite energía mediante ondas electromagnéticas o partículas subatómicas.
7. Se dice de las fuentes de energía que se regeneran o que son prácticamente inagotables.
11. Unidad de energía del Sistema Internacional de Unidades.
12. Adjetivo utilizado para calificar a la energía de un cuerpo debida a su movimiento.
15. Proceso en el cual se transmite energía en forma de movimiento de átomos o moléculas y que es debido a cierta diferencia de temperatura.
16. Adjetivo que define la condición para que la energía de un sistema se conserve.
18. Se dice de las fuentes de energía que constituyen una opción diferente a la de los combustible fósiles.
19. Adjetivo que caracteriza a la energía que se obtiene de los vientos.
20. Se dice de aquella parte de la energía puesta en juego que se gasta en efectos diferentes a los propuestos.

Verticales

1. Adjetivo utilizado para calificar a la energía que depende de la interacción entre los cuerpos y de la posición relativa de ellos.
2. Está dada por la pendiente, con signo opuesto, de la tangente a la curva de Ep(x).
3. Proceso en el cual se transforma o transmite energía mediante la aplicación de fuerzas.
5. Se dice de una fuerza si el trabajo realizado por ella en una trayectoria cerrada cualquiera es nulo.
8. Unidad de energía comúnmente utilizada en la esfera de la alimentación.
9. Caracteriza cuantitativamente los cambios relativos a la naturaleza que ocurren, o que tienen posibilidad de ocurrir.
10. Se dice de aquella parte de la energía obtenida en determinado proceso que se invierte en el efecto deseado.
13. Energía potencial que se calcula mediante la ecuación $\frac{1}{2}kx^2$.
14. Rapidez con que se transforma o transmite energía.
17. Está dado por el área comprendida entre el gráfico de $F(x)$ y el eje de las X.

1.3.4. Actividades de repaso.

1. Comenzando con el concepto “energía”, confecciona un diagrama que conecte y ramifique los conceptos e ideas fundamentales relacionados con: sus diferentes formas, las vías mediante las cuales se transforma y transmite, su obtención y utilización.

2. Confecciona un diagrama que conecte y ramifique conceptos e ideas relativos a las fuentes de energía.

3. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo. ¿En cuáles de ellas sería de interés profundizar?

4. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos de: a) energía, b) trabajo, c) calor, d) radiación, e) energía cinética, f) energía potencial, g) energía interna, h) fuerza conservativa.

5. Enuncia e interpreta: a) el teorema del trabajo y la energía cinética, b) la ley de conservación de la energía mecánica, c) la ley de conservación de la energía.

6. Considera una molécula formada por dos átomos. a) Dibuja el gráfico aproximado de la energía potencial $E\mathrm{p}(x)$ correspondiente a dicho sistema. b) Interpreta el significado de la pendiente a la curva para diferentes separaciones entre los átomos. c) ¿Qué sucede con los átomos en los casos que la energía mecánica total E del sistema sea: i) $E < 0$, ii) $E = 0$, iii) $E > 0$.

7. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos de: a) energía útil, b) energía disipada, c) eficiencia energética, d) potencia, e) fuente alternativa de energía, f) fuente renovable de energía.

8. Indaga sobre la época en que se elaboraron las principales ideas acerca de la energía y sobre los científicos que las desarrollaron.

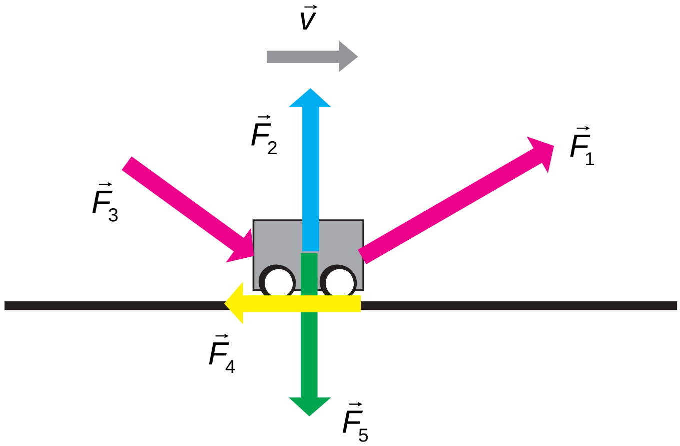
9. ¿Puede determinado cuerpo poseer energía cinética respecto a cierto cuerpo y no poseerla respecto a otros? Argumenta tu respuesta.

10. ¿Puede un conjunto de dos o más cuerpos que no interactúan entre sí poseer energía potencial? Argumenta tu respuesta.

11. Al golpear un trozo de plomo con un martillo su temperatura se eleva, poniendo de manifiesto que se ha aumentado su energía interna. Argumenta auxiliándote de un esquema del fenómeno descrito, por qué puede afirmarse que cada vez que se golpea el trozo de plomo se realiza trabajo.

12. Los ocupantes de una canoa reman en un río contra la corriente. Si bien logran no dejarse llevar por la corriente, no consiguen avanzar en contra de ella. ¿Realizan trabajo?

13. Analiza la figura e indica cómo es el trabajo realizado por cada una de las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo, positivo, negativo o nulo.



14. La fuerza de gravedad y la fuerza elástica de un resorte pueden realizar trabajo tanto positivo como negativo. ¿Ocurre lo mismo con la fuerza de rozamiento? Argumenta tu respuesta.

15. ¿Realiza trabajo un levantador de pesas sobre éstas, mientras las mantiene en alto? ¿Cómo se explica su agotamiento mientras las mantiene de ese modo?

16. ¿Varía la energía cinética de un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra? ¿Y la de uno que describe una órbita elíptica? Argumenta tus respuestas.

17. ¿Puede ser la energía cinética menor que cero en algún caso? ¿Y la energía potencial? Argumenta tus respuestas e ilústralas mediante ejemplos.

18. Un cohete es impulsado por una fuerza reactiva debida a la expulsión de gases a gran velocidad ¿Será conservativa o no esa fuerza reactiva?

19. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba. ¿Cuál será mayor, el tiempo de ascenso o el de descenso? Argumenta tu respuesta.

20. Explica desde el punto de vista de la energía, por qué en una pendiente el consumo de combustible de un camión es mayor durante la subida que durante la bajada.

21. En un cilindro se tiene cierta cantidad de aire fuertemente comprimido mediante un émbolo. ¿Qué sucederá con la energía total del aire si de pronto el émbolo se libera?

22. Sintetiza mediante un esquema la cadena de transformaciones de energía que tiene lugar en los siguientes casos: a) el ciclo del agua, b) la formación de vientos, c) la fotosíntesis de las plantas.

23. El chofer de un auto frena bruscamente al ver un peatón. ¿Cuál fue la variación de la energía cinética del auto? ¿Qué sucedió con la energía del auto al detenerse?

24 Indaga acerca del funcionamiento de la máquina de vapor, así como sobre la época en que se inventó y la repercusión histórica que tuvo.

25 Reflexiona acerca de las razones de que podamos desplazarnos significativamente más rápido en bicicleta que corriendo, si en ambos casos la energía cinética se obtiene a cuenta de nuestro organismo

26 Imagina la siguiente secuencia de transformaciones de energía: energía potencial gravitatoria del agua de una represa de una hidroeléctrica → energía cinética del agua que sale de la represa → energía de las turbinas de la hidroeléctrica → energía de la corriente eléctrica originada → energía de las aspas de un ventilador. ¿Será igual la energía cinética adquirida por las aspas del ventilador al ponerse en movimiento, que la energía potencial gravitatoria puesta en juego en la represa para obtenerla? ¿Qué sucede con la energía cuando las aspas se mueven con velocidad constante? Argumenta tus respuestas.

27. ¿Qué significa que la eficiencia energética de un motor de gasolina es del 25%? ¿A dónde va a parar la energía no utilizada?

28. Detalla las funciones del cuerpo humano y las actividades habituales que requieren energía. ¿De dónde procede dicha energía? Si la eficiencia del cuerpo humano a la hora de realizar labores mecánicas (levantar pesos, arrastrar cargas, correr, etc.) es tan solo de 25%, ¿a dónde va a parar el resto de la energía puesta en juego?

29. Averigua acerca del invento de la rueda. ¿Por qué su utilización ha permitido elevar enormemente la eficiencia energética de los medios de transporte terrestres?

30. Reflexiona acerca de las causas de que durante los pasados cien años el crecimiento del consumo mundial de energía haya sido mucho mayor que el de la población.

31. Indaga acerca de cómo ha variado el precio del petróleo en los últimos años y sugiere algunas razones de ello.

32. Investiga acerca de las consecuencias de las lluvias ácidas.

33. Una de las variantes más simples de calentador solar consiste en una caja, cuyo interior se recubre con negro de humo y en la que se coloca un serpentín hecho con un tubo de material transparente por el que circula agua. La caja se cierra con un vidrio a través del cual pasa la radiación solar. Describe las funciones principales de los diferentes elementos de esta variante de calentador.

34. El uso de biomasa (por ejemplo, bagazo, paja y cogollo de la caña; biogás obtenido de vertimientos y biodegradables) contribuye al ahorro de los combustibles fósiles, pero dicha fuente de energía no puede considerarse “limpia”. Argumenta por qué.

1.3.5. Ejercicios de repaso.

1. Calcula el trabajo realizado al elevar 75 cm sobre el piso unas pesas de 90 kg.

   Respuesta: 6.6×10^2 J

2. Estima el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad cuando subes uniformemente por la escalera de un edificio del primero al segundo piso. Obtén por ti mismo los datos necesarios para resolver el problema.

3. Considera la grúa de la figura 1.10c. a) ¿Cuál es el trabajo realizado sobre la carga, si su masa es 2 540 kg y se eleva con movimiento uniforme a una altura de 8 m? b) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de gravedad sobre la carga?

   Respuesta: a) 2.0×10^5 J, b) -2.0×10^5 J).

4. Imagina un choque entre un automóvil de masa 1 540 kg y una pared de concreto. La energía cinética transformada constituye una medida de la destrucción producida. Calcula dicha energía en los casos que el automóvil choque a: a) 60 km/h, b) 120 km/h. ¿Qué conclusión puede extraerse de los resultados?

   Respuesta: a) 2.1×10^5 J, b) 8.6×10^5 J

5. Resuelve nuevamente el problema del ejemplo 1.9, pero esta vez utilizando la ley de conservación de la energía mecánica.

6. En un parque de diversiones se dejan caer por una vía de deslizamiento (tobogán), primero un niño y luego un adulto. El rozamiento puede despreciarse. ¿Cuál de ellos emplea menor tiempo en llegar al extremo inferior?

   Respuesta: Emplean el mismo tiempo.

7. Una piedra es lanzada tres veces con igual valor de velocidad, pero de tres modos diferentes: 1) verticalmente hacia arriba, 2) formando un ángulo de 60º con la horizontal y 3) formando un ángulo de 45º con la horizontal. En los tres casos la piedra sobrepasa una altura de 3 metros. La resistencia del aire puede despreciarse. ¿En qué caso la velocidad de la piedra será mayor al alcanzar los 3 m de altura?

Respuesta: En los tres casos tiene el mismo valor.

8. Sobre una mesa horizontal hay dos carritos, de masa 550 g cada uno, con un resorte entre ellos. Sobre los carritos se aplican fuerzas de 20 N, comprimiendo el resorte 2.0 cm. La masa del resorte y la resistencia del aire pueden despreciarse. a) ¿Qué energía cinética total adquieren los carritos al liberar el resorte? b) ¿Qué velocidad adquiere cada uno? c) Si uno de los carritos se sujeta con una mano, ¿qué energía cinética y velocidad adquiere el otro?

Respuesta: a) 0.20 J; b) 0.60 m/s; c) 0.20 J, 0.85 m/s.

9. Sobre una mesa se tiene un péndulo formado por un pequeño cuerpo que cuelga de un hilo. El cuerpo queda a 20 cm de la superficie de la mesa. El péndulo se desvía de su posición de equilibrio, elevando el cuerpo 15 cm y luego se suelta. Justamente en el instante que el cuerpo pasa por la posición de equilibrio, se desprende del hilo. ¿A qué distancia horizontal cae sobre la mesa?

Respuesta: 35 cm

10. Se monta un péndulo suspendiendo un cuerpecito de masa 100 g del extremo de un hilo de 20 cm de longitud. La máxima tensión que puede soportar el hilo es 1,5 N. ¿Resistirá, si se pretende hacer oscilar el péndulo de modo que el cuerpecito ascienda 10 cm por encima de su posición de equilibrio?

Respuesta: El hilo no resiste.

11. Por una vía de deslizamiento (tobogán) de 2.50 m de altura se deja caer en una piscina un niño de masa 30.0 kg. Si su velocidad al llegar al agua es 4.00 m/s, a) ¿cuál es la pérdida de energía mécanica? b) ¿A qué se deberá esa pérdida?

Respuesta: a) 495 J, b) a la fricción con la canal.

12. En 1994 un cometa de masa 4×10^{13} kg chocó con Júpiter a 60 km/s respecto a él. Considera que el cometa no alteró la velocidad de Júpiter. a) ¿Qué cantidad de energía cinética desapareció en el choque? b) ¿En qué forma habrá reaparecido?

Respuesta: a) 7×10^{22} J, b) básicamente en forma de energía térmica y sonido.

13. Si el tiempo empleado por una persona en levantar una maleta de 50 kg a 40 cm sobre el suelo fue 0.50 s, ¿qué potencia media desarrolló?

Respuesta: 3.9×10^{2} W

14. Determina, aproximadamente, tu potencia útil en los siguientes casos: a) al subir por escaleras lo más rápidamente posible a un tercer piso; b) al correr, partiendo del reposo, hasta alcanzar lo más rápidamente posible la máxima velocidad. Obtén por ti mismo los datos necesarios.

15. Los datos técnicos de un motor eléctrico utilizado para elevar agua a un tinaco indican que su potencia es 0.65 kW. ¿Qué cantidad de energía eléctrica transforma en media hora? Expresa el resultado en joule y en Wh No toda esa energía es útil. Da algunas razones para ello.

Respuesta: 1. 2 x 10^{6} J, 0.32 kW.h

16. El Sol irradia con una potencia de 3.8 x 10^{26} W (a la Tierra llega tan solo alrededor de 1.8 x 10^{17} W, pero aún así esto es cerca de 10^{5} veces la potencia media generada por los seres humanos actualmente). Calcula: a) la energía transmitida al espacio y la disminución de su masa en un año, b) la fracción que esta última representa respecto a su masa total. Considera que la masa del Sol es 2.0 x 10^{30} kg.

Respuesta: a) 3.3 x 10^{31} J, 3.6 x 10^{14} kg; b) 1.8 x 10^{-14} %

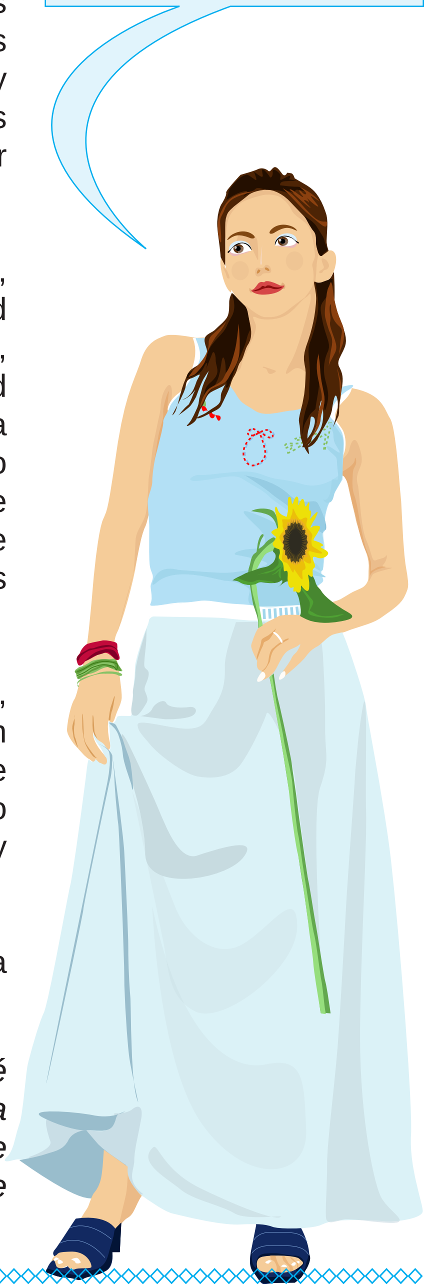
2

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

2. Ley de conservación de la cantidad de movimiento.

El objetivo fundamental de la unidad anterior consistió en estudiar una magnitud (energía) que, cuando el sistema considerado está aislado, tiene la propiedad de permanecer constante, de conservarse, pese a los múltiples cambios que puedan ocurrir en el interior del sistema. La importancia de este hecho, conocido como **ley de conservación de la energía**, pudiste apreciarla durante el análisis de varios ejemplos. No solo hace posible resolver ciertos problemas con mayor facilidad y rapidez que al utilizar la segunda ley de Newton, sino que permite enfrentar situaciones en las que incluso se desconoce la fuerza de interacción y, por tanto, resulta imposible emplear la ley de Newton.

Así que cuando el sistema está aislado no solo se conserva la energía, sino también la cantidad de movimiento. Pero, ¿en qué consiste esta magnitud y cómo utilizarla?



En esta segunda unidad estudiaremos otra magnitud, **cantidad de movimiento**, que también tiene la propiedad de conservarse cuando el sistema está aislado. Juntas, las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento constituyen una poderosísima herramienta para resolver una serie de problemas que de otro modo sería muy difícil, o sencillamente imposible. Entre estos problemas están aquellos que involucran lo que habitualmente denominamos **choque**. A ello dedicaremos un apartado en esta unidad.

Ambas leyes, como señalamos en la Introducción al curso, trascienden el ámbito de la Mecánica Newtoniana, pueden ser utilizadas aún cuando se trate de situaciones en que intervienen velocidades comparables a la de la luz, o procesos atómicos y nucleares, en que los conceptos y leyes de la Mecánica fallan.

De modo que las preguntas claves a responder en esta unidad serán:

¿Qué se denomina cantidad de movimiento? ¿En qué consiste la ley de su conservación y cómo utilizarla para analizar diversas situaciones? ¿A qué se llama choque en Física? ¿Cómo analizarlos utilizando las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento?

2.1. Impulso de una fuerza.

En el apartado 1.1.4 consideramos el efecto de una fuerza centrando la atención en el **desplazamiento** Δx del cuerpo sobre el que actúa (Fig. 1.19), concretamente en el producto $F\Delta x$, es decir en el trabajo. En aquella oportunidad llegamos a la conclusión que dicho efecto consiste en la variación de la magnitud ½ mv^2, llamada energía cinética. Como recordarás, esta conclusión se denomina teorema del trabajo y la energía cinética.

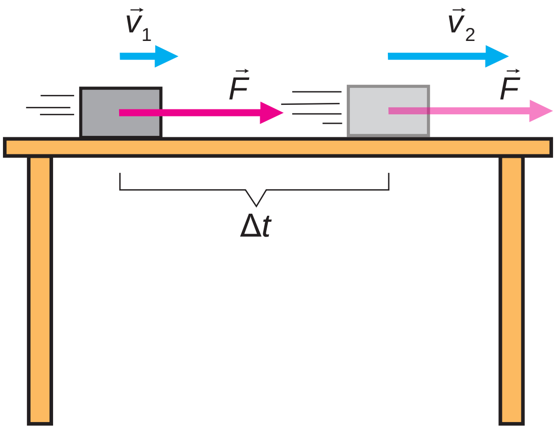


Fig. 2.1. El impulso $\vec{J}$ de la fuerza neta $\vec{F}$ es igual al producto de ella y el intervalo de tiempo considerado: $\vec{J} = \vec{F}\Delta t$.

Ahora volveremos a analizar la misma situación, pero en lugar de focalizar la atención en el desplazamiento Δx del cuerpo, lo haremos en el **intervalo de tiempo** Δt (Fig. 2.1), específicamente en el producto $\vec{F}\Delta t$. Este producto se denomina **impulso de la fuerza**.

Si en la situación de la figura 2.1 la fuerza es de 1.5 N y el tiempo durante el cual actúa 1.0 s, ¿Qué impulso se comunica al cuerpo?

Cabe señalar que, a diferencia del trabajo, que es una magnitud escalar, el **impulso de una fuerza** es un vector. Tiene igual dirección y sentido que la fuerza, pues resulta de multiplicarla por un escalar (Δt). Representaremos el impulso por $\vec{J}$, de modo que:

$$\boxed{\vec{J} = \vec{F}\Delta t}$$

Si la fuerza que actúa sobre el cuerpo varía, entonces para calcular su impulso puede dividirse el intervalo de tiempo considerado en subintervalos tan pequeños que durante cada uno de ellos sea posible asumirla como constante. Este procedimiento es similar al seguido para calcular el trabajo de una fuerza variable, solo que ahora lo que se divide es el intervalo de tiempo en lugar del desplazamiento.

A fin de ilustrar lo anterior, consideremos el caso simple de un cuerpo que se desplaza en línea recta bajo la acción de una fuerza cuyo módulo varía, digamos, un cuerpo sujeto al extremo de un resorte estirado (Fig. 2.2a). Como sabes, mientras el cuerpo se mueve hacia la posición de equilibrio la fuerza no es constante, disminuye. Pero si el tiempo t empleado en llegar a dicha posición se divide en intervalos Δt tan pequeños que en cada uno de ellos pueda considerarse prácticamente constante, entonces el impulso total es aproximadamente igual a la suma de los impulsos en cada pequeño intervalo:

$$J \approx F_1\Delta t + F_2\Delta t + F_3\Delta t + \cdots$$

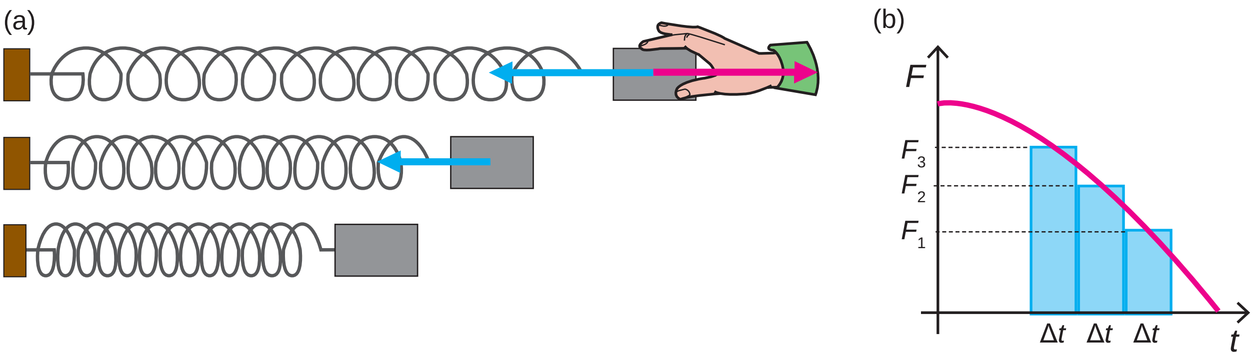
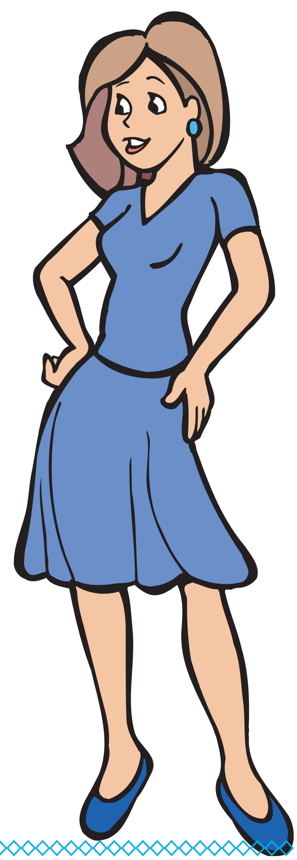


Fig. 2.2. Cálculo del impulso de una fuerza cuando su módulo no es constante: a) se divide el intervalo de tiempo considerado en subintervalos muy pequeños y se halla la suma de los impulsos de la fuerza en cada uno de ellos; b) el impulso de la fuerza está dado por el área entre el gráfico $F(t)$ y el eje de t.

Esta expresión deja de ser aproximada y se convierte en exacta al reducir indefinidamente el tamaño de los intervalos Δt:

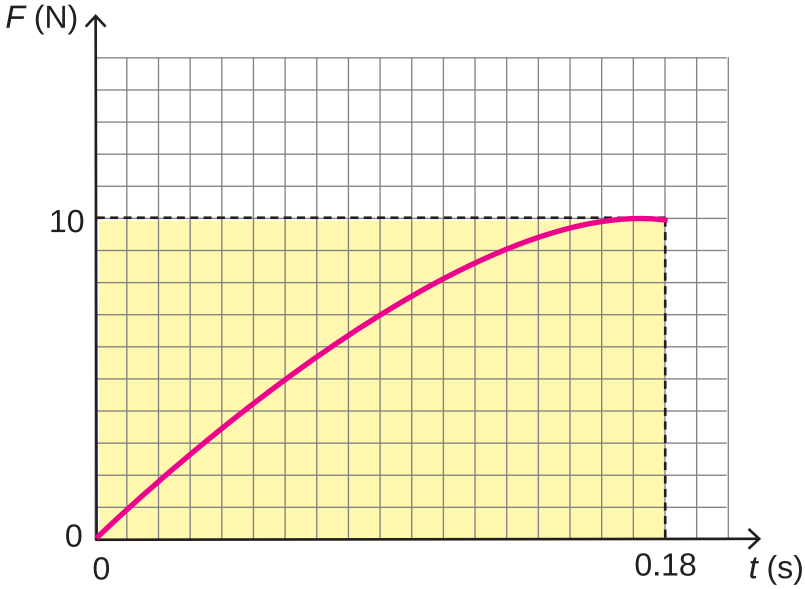
$$J = \lim_{\Delta t \to 0}\left(F_1\Delta t + F_2\Delta t + F_3\Delta t + \cdots\right)$$

Menciona ejemplos donde se involucre el término del impulso



Probablemente ya te has percatado de la interpretación gráfica que tiene la suma anterior. La figura 2.2b muestra el gráfico del módulo de la fuerza del resorte en función del tiempo. De él se ve que la suma $F_1\Delta t + F_2\Delta t + F_3\Delta t + \ldots$ equivale a la suma de las áreas de los rectángulos trazados. Nota que al reducir el tamaño de los intervalos Δt, aumenta el número de rectángulos y entonces la suma de sus áreas se aproxima más al área entre el gráfico de $F(t)$ y el eje t.

Ejemplo 2.1. El gráfico que aparece a continuación muestra la fuerza de un resorte sobre un cuerpo durante determinado intervalo de tiempo. a) ¿En qué se diferencia esta situación de la representada en la figura 2.2? b) Calcula el impulso de la fuerza.



a) En ambos casos se trata de la fuerza ejercida por un resorte, pero la figura 2.2 corresponde a una situación en que la magnitud de la fuerza disminuye hasta cero, por lo que el cuerpo en el extremo del resorte se mueve desde una posición en que está estirado hasta la posición de equilibrio. En el caso que ahora analizamos ocurre lo contrario, la fuerza aumenta desde cero hasta cierto valor, por lo que el cuerpo se desplaza de la posición de equilibrio a otra en que el resorte está estirado.

b) Para calcular el impulso de la fuerza no puede simplemente hallarse el producto $F\Delta t$, ya que la fuerza no es constante. Sin embargo, es posible hacerlo determinando el área entre el gráfico $F(t)$ y el eje t. Es posible hallar esta área si se conoce la de los cuadraditos. Hay varios modos de calcular el área de un cuadradito, uno de los cuales es el siguiente:

En el rectángulo resaltado caben 10 cuadraditos según la ordenada y 18 según la abscisa. Por consiguiente, el número de ellos en dicho rectángulo es:

$$n = (10)(18) = 180$$

Por otra parte, el área de ese rectángulo es:

$$A = (10\ \text{N})(0.18\ \text{s}) = 1.8\ \text{Ns}$$

El área de un cuadradito será, por tanto, la del rectángulo entre el número de cuadraditos que contiene:

$$A_{\text{cuad}} = \frac{A}{n} = \frac{1.8\ \text{Ns}}{180} = 0.01\ \text{Ns}$$

Ahora hallaremos el área bajo la curva. Contando cuadraditos puedes comprobar que el número de ellos bajo la curva es:

Completos – 103
Incompletos – 20

Observa que algunos de los cuadraditos incompletos tienen más de la mitad del cuadradito y otros menos. Si se divide entre dos el número total de ellos, entonces se obtiene un aproximado del equivalente en cuadraditos completos.

Por tanto, el área bajo la curva es aproximadamente igual a la de 113 cuadraditos, o sea:

$$A_{\text{cuad}} = 113(0.01\ \text{Ns}) = 1.13\ \text{Ns}$$

El impulso de la fuerza es, pues:

$$J = 1.13\ \text{Ns}$$

Hemos dado el resultado con dos cifras significativas porque los datos de partida, que son los valores de fuerza y tiempo leídos en el gráfico, solo poseen dos.

2.2. Teorema del impulso y la cantidad de movimiento.

En la unidad anterior, para encontrar la magnitud asociada al trabajo de una fuerza utilizamos la segunda ley de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$. Ahora procederemos de modo análogo para hallar la magnitud asociada al impulso $\vec{J}$ de una fuerza.

Consideremos otra vez el caso simple de la figura 2.1, en que la fuerza ejercida sobre el cuerpo es constante. Al cabo del intervalo de tiempo Δt el impulso de esa fuerza es, como sabes,

$$\vec{J} = \vec{F}\Delta t$$

Utilizando la segunda ley de Newton queda:

$$\vec{J} = \vec{F}\Delta t = m\vec{a}\Delta t$$

Si tenemos en cuenta que la aceleración es

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

podemos escribir:

$$\vec{J} = m\left(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}\right)\Delta t = m\Delta \vec{v} = m\left(\vec{v} - \vec{v}_0\right)$$

O también:

$$\vec{J} = m\vec{v} - m\vec{v}_o$$

Observa que el segundo miembro de esta ecuación representa la variación de la magnitud $m\vec{v}$. Ella es precisamente la que se denomina **cantidad de movimiento**. Es una magnitud vectorial, que tiene igual dirección y sentido que la velocidad, ya que se obtiene multiplicando ésta por un escalar (m). La cantidad de movimiento suele representarse por $\vec{p}$, de modo que:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

Con esta notación la relación anteriormente obtenida queda:

$$\vec{J} = \vec{p} - \vec{p}_o = \Delta\vec{p}$$

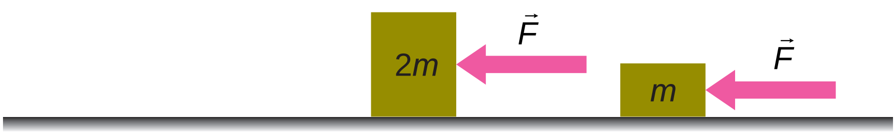
Esto puede ser expresado en palabras como sigue:

El impulso de la fuerza neta ejercida sobre un cuerpo es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

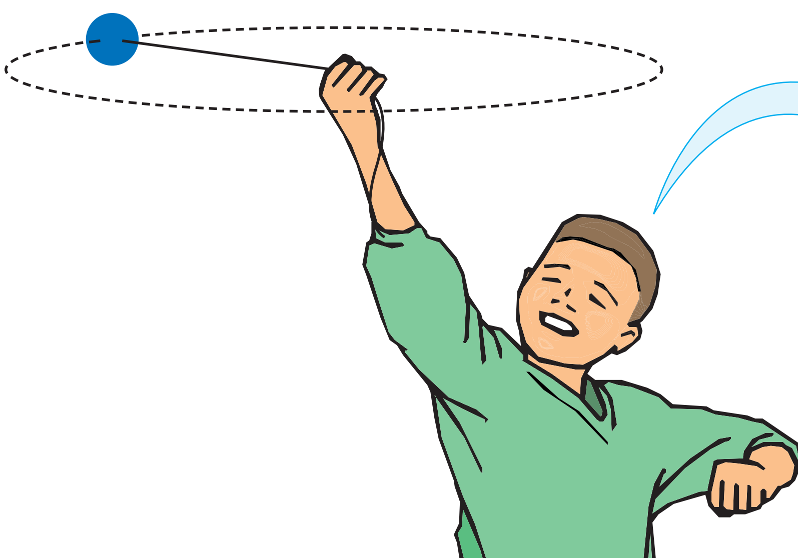
Nota que esta conclusión es análoga al teorema del trabajo y la energía cinética, pero esta vez las magnitudes relacionadas son el impulso y la cantidad de movimiento, en lugar del trabajo y la energía cinética. Ello se debe, recordemos, a que hemos considerado el efecto de la fuerza respecto al intervalo de tiempo Δt y no al desplazamiento Δx del cuerpo.

Si $\vec{J} = \Delta\vec{p}$, ¿cómo entender entonces que $\vec{J}$ pueda expresarse en N.s y $\Delta\vec{p}$ en kg.m/s?

Sobre dos cuerpos, uno de doble masa que el otro, se ejercen idénticas fuerzas netas durante igual intervalo de tiempo. ¿Cuál de ellos adquiere mayor cantidad de movimiento?



Debemos señalar que aunque en el ejemplo analizado (Fig. 2.1) la fuerza es constante, el resultado obtenido es general y abarca también aquellos casos en que es variable.



¿Cómo varía la cantidad de movimiento de este cuerpo? ¿El impulso de qué fuerza origina dicha variación?

A partir de las nuevas relaciones obtenidas es posible obtener una nueva expresión para la fuerza. Así, si ésta es constante puede escribirse:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}, \quad \text{de donde:} \quad \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Esta ecuación también puede ser utilizada cuando la fuerza no es constante, como por ejemplo, en la situación de la figura 2.2, o durante los choques. Pero en tales casos la $\vec{F}$ representa una **fuerza media**. Para hallar la fuerza en un instante determinado se requeriría tomar un intervalo Δt en torno a dicho instante y reducirlo indefinidamente, operación que simbólicamente se expresa:

$$\vec{F} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Cómo realizar dicha operación, lo aprenderás en cursos posteriores.

En palabras puede decirse que:

La fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual a la rapidez con que varía su cantidad de movimiento.

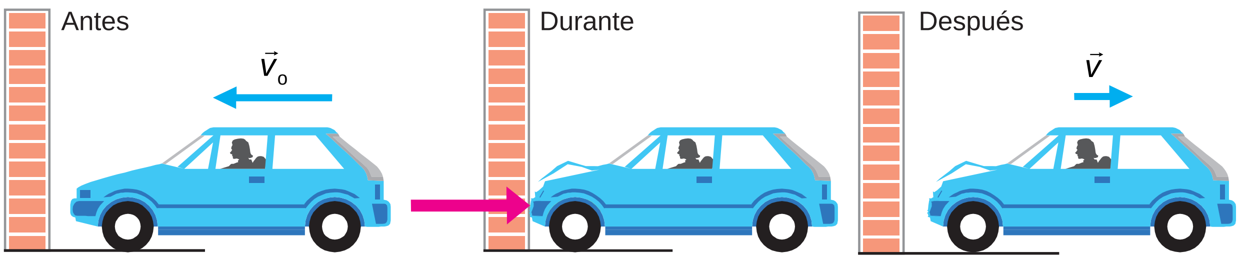
La fuerza ejercida sobre un cuerpo representa la **rapidez con que dicho cuerpo intercambia cantidad de movimiento con otros cuerpos**.

Nota que la ecuación encontrada para la fuerza es diferente de la que ya conocías, $\vec{F} = m\vec{a}$. La nueva ecuación es muy importante. En realidad corresponde mejor al modo en que Newton formuló la segunda ley en sus *Principia*:

“El cambio en la cantidad de movimiento es proporcional a la fuerza motriz y tiene lugar en la dirección de la recta a lo largo de la cual actúa dicha fuerza”.

Por otra parte, la expresión encontrada es más general, pues a diferencia de $\vec{F} = m\vec{a}$, es posible utilizarla incluso cuando la masa del cuerpo varía y también en caso que el cuerpo se mueva a velocidades comparables con la de la luz.

Ejemplo 2.2. En una prueba se hizo chocar un automóvil perpendicularmente contra un muro. Su masa era 1800 kg, la velocidad con que chocó 16 m/s, la velocidad con que rebotó 2.5 m/s y el tiempo de contacto con el muro 0.12 s. a) ¿Qué fuerza media ejerció el muro sobre el automóvil? b) Compárala con el peso del automóvil.



a) Para calcular la fuerza puedes emplear cualquiera de las dos expresiones que ahora conoces:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{o} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

Aquí utilizaremos la primera y te dejamos como tarea que pruebes por ti mismo con la segunda.

Las cantidades de movimiento del automóvil antes del choque y después de él tienen la misma dirección, perpendicular al muro. Por eso no es necesario emplear vectores para hallar su variación. Pero sí deberás tener muy en cuenta los sentidos de las cantidades de movimiento, ya que son opuestos.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p - p_o}{\Delta t}$$

Si adoptamos como sentido positivo el que se aleja del muro (lo cual, como sabes, es convencional), entonces la cantidad de movimiento antes del choque (p_o) será negativa y después de él, positiva (p). Por consiguiente, queda:

$$F = \frac{mv - (-mv_o)}{\Delta t} = \frac{m(v + v_o)}{\Delta t} = \frac{(1800 \text{ kg})\left(16 \dfrac{\text{m}}{\text{s}} + 2.5 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0.12 \text{ s}}$$

$$F = 2.8 \cdot 10^5 \text{ N}$$

Esta fuerza representa la rapidez con que, como promedio, el automóvil y el muro intercambian cantidad de movimiento.

Nota que si el automóvil rebota con una velocidad mayor que 2.5 m/s, la variación de su cantidad de movimiento hubiese sido mayor y, por tanto, el valor de la fuerza media también.

b) El peso del automóvil es:

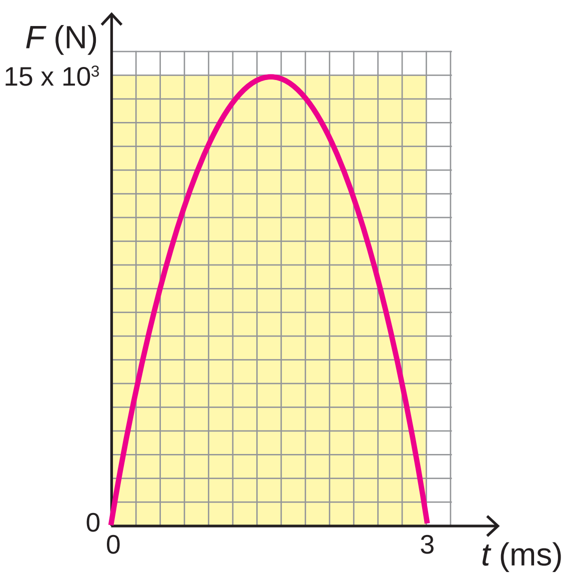
$$F_g = mg = (1800\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 1.8 \times 10^4\ \text{N}$$

De aquí se ve que la fuerza media ejercida por el muro sobre el automóvil es mayor que el peso de éste. Para precisar cuántas veces mayor, hallamos la razón entre ellas:

$$\frac{F}{F_g} = 16$$

Esto da idea de lo enorme que puede ser la fuerza media durante un choque. ¡En este caso es unas 16 veces el peso del carro! Y el valor máximo de la fuerza es todavía mayor.

Ejemplo 2.3. En la figura se muestra un gráfico simplificado de $F(t)$ para una pelota de béisbol que es golpeada por un bate. a) Describe con palabras cómo varía la fuerza sobre la pelota. b) ¿Cuál es el valor de la fuerza media? ¿Y el de la fuerza máxima? c) Compáralos con algunos valores característicos de fuerza.



a) En cuanto la pelota hace contacto con el bate comienzan a actuar las fuerzas de interacción entre ellos. La fuerza crece hasta que la pelota alcanza su máxima compresión y a partir de ese momento decrece, haciéndose nula en el instante que la pelota deja de hacer contacto con el bate.

b) En este caso la fuerza es variable, por lo que en la expresión $J = F\Delta t$ la F representa una fuerza media. De ahí que la fuerza media sea:

$$F = \frac{J}{\Delta t}$$

El impulso J puede ser calculado a partir del área entre la curva de $F(t)$ y el eje t. Para ello procedemos de modo similar que en el ejemplo 2.1: encontramos el área de cada cuadradito y luego contamos su número bajo el gráfico.

En el rectángulo de lados 15 x 10^3 N y 3 ms, hay:

$$n = (19)(13) = 247 \text{ cuadritos.}$$

Y el área de ese rectángulo es:

$$A = \left(15\times10^3\ \text{N}\right)\left(3\times10^{-3}\ \text{s}\right) = 45\ \text{Ns}$$

De ahí que el área de un cuadradito sea:

$$A_{cuad} = \frac{A}{n} = \frac{45\ \text{Ns}}{247} = 0.182\ \text{Ns}$$

El número de cuadraditos bajo la curva es:

Completos – 142
Incompletos – 38

Por consiguiente, el área bajo la curva es aproximadamente igual a la de 161 cuadraditos:

$$A_{cuad} = (161)(0.182\ \text{Ns}) = 29.3\ \text{Ns}$$

El impulso de la fuerza es, por tanto: J = 29.3 Ns

Y la fuerza media:

$$F = \frac{J}{\Delta t} = \frac{29.3\ \text{Ns}}{3\times10^{-3}\ \text{s}} = 9.8\times10^3\ \text{N}$$

Este resultado representa la rapidez promedio con que la pelota y el bate intercambian cantidad de movimiento.

El valor de la fuerza máxima se lee directamente en el gráfico: 15 x 10^3 N

c) Los valores anteriores de fuerza pueden ser comparados, por ejemplo, con el peso de un cuerpo. Así, el peso de un cuerpo de 1.0 kg es:

$$F_g = (1.0\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 9.8\ \text{N}$$

Esto significa que la fuerza media equivale al peso de un cuerpo de mil kilogramos.

Por su parte, la fuerza máxima es:

$$F = \frac{15 \cdot 10^3}{9.8 \cdot 10^3} = 1.5$$

Es decir, 1.5 veces mayor que la media, por lo que equivale al peso de un cuerpo de masa 1.5 x 10^3 kg.

¿Por qué en el texto se dice que el concepto de sistema resultó esencial al formular la ley de conservación de la energía?

Hemos respondido la primera de las preguntas claves planteadas al iniciar esta unidad, *¿qué se denomina cantidad de movimiento?*, e incluso hemos ido más allá. En particular, encontramos una nueva expresión para la fuerza, $\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$, más general que $\vec{F} = m\vec{a}$, y aprendimos a utilizarla para evaluar ciertas fuerzas cuyas leyes desconocemos. Los siguientes dos apartados están dedicados a la pregunta central de esta unidad, *¿en qué consiste la ley de conservación de la cantidad de movimiento?*

2.3. Fuerzas internas y externas a un sistema.

Para arribar a la ley de conservación de la cantidad de movimiento y utilizarla correctamente durante el análisis de diversas situaciones es importante tener en cuenta los conceptos de **sistema** y de **fuerzas internas** y **externas**.

Con el concepto de sistema ya te relacionaste desde la primera unidad del curso de Mecánica 1, y en la unidad anterior resultó esencial al formular la ley de conservación de la energía y examinar múltiples situaciones. Como recordarás, denominamos sistema a un conjunto de elementos **estrechamente relacionados entre sí**, el cual aparece como **una unidad relativamente independiente**.

Dos ejemplos de sistemas mecánicos simples conocidos por ti son: una pelota que cae debido a la atracción de la Tierra (Fig. 2.3a) y dos carritos que interaccionan gracias a un resorte entre ellos (Fig. 2.3b). Nota que en estos ejemplos el vínculo entre los elementos de los sistemas considerados es tan estrecho, que si faltara alguno de ellos el fenómeno no tendría lugar. Así, sin la acción de la Tierra la piedra no cae y sin uno de los carritos el otro no se pone en movimiento.

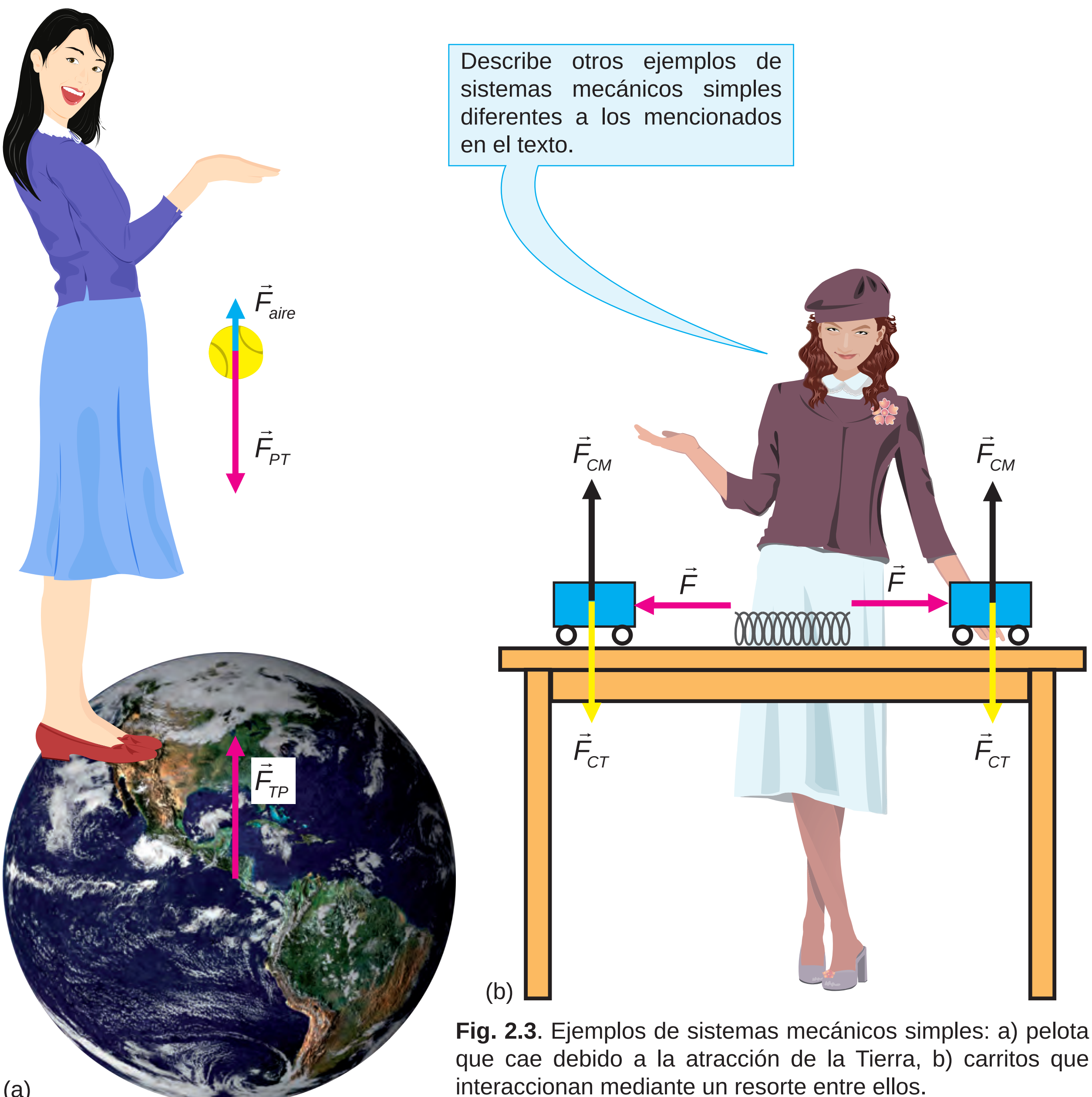


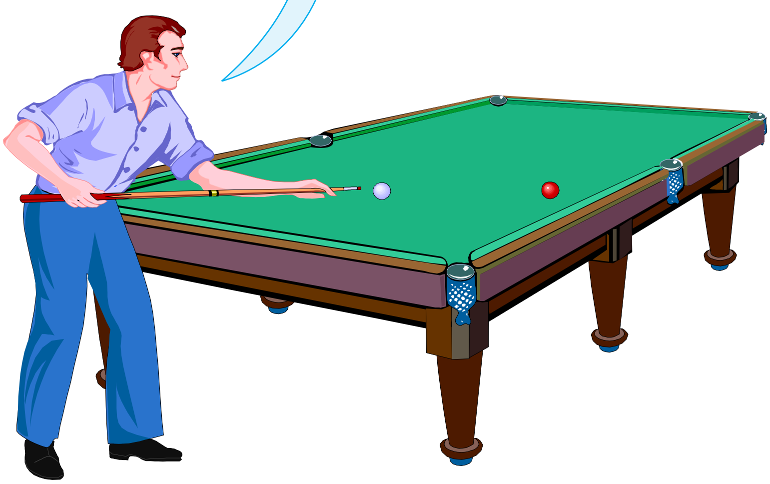
Fig. 2.3. Ejemplos de sistemas mecánicos simples: a) pelota que cae debido a la atracción de la Tierra, b) carritos que interaccionan mediante un resorte entre ellos.

El conjunto de cuerpos que se delimita como sistema es en cierto modo relativo. Por ejemplo, en la situación de la pelota que cae se ha considerado como tal a ésta y la Tierra, pero también podría ser el formado por la pelota, la Tierra y el aire que circunda la pelota.

Una vez precisado el sistema, las acciones ejercidas sobre él por los cuerpos que quedan fuera se llaman **externas** y las de los cuerpos del sistema entre sí, **internas**.

Considera dos bolas de billar que chocan entre sí, ¿qué considerarías como sistema y cuáles serían las fuerzas internas y externas?

En general, los cuerpos pueden interactuar de diversos modos, por ejemplo, mediante fuerzas, térmicamente, mediante radiación. Sin embargo, a los efectos de la **cantidad de movimiento**, que es la magnitud fundamental que nos ocupa en esta unidad, la fuerza merece una atención especial, pues como acabamos de ver en el apartado anterior, ella representa la rapidez con que los cuerpos intercambian cantidad de movimiento.



En el caso de la pelota que cae (Fig. 2.3a), si el sistema delimitado está constituido solo por la pelota y la Tierra, entonces las fuerzas internas son las de interacción gravitatoria entre ellas, y la fuerza externa la del aire sobre la pelota. Por su parte, en el ejemplo del sistema formado por los dos carritos (Fig. 2.3b), las fuerzas internas son las de interacción entre ellos, mientras que las externas son las ejercidas por la Tierra, la mesa y el aire circundante sobre los carritos.

En la unidad anterior viste que cuando un sistema no intercambia energía con el exterior se dice que está **aislado** (o **cerrado**). Resulta que este término también se emplea al referirse a un sistema que no intercambia cantidad de movimiento. Y puesto que la fuerza representa la rapidez con que los cuerpos intercambian cantidad de movimiento, entonces si no hay fuerza externa actuando sobre el sistema, significa que está aislado.

De aquí que, **en lo que respecta al intercambio de cantidad de movimiento, un sistema está aislado si no hay fuerza externa aplicada sobre él**.

Cabe notar que la noción de sistema aislado, tanto en lo que se refiere a la energía como a la cantidad de movimiento, es una **abstracción**, pues en rigor es imposible tener un sistema que no intercambie energía o cantidad de movimiento con el exterior. Sin embargo, en determinadas circunstancias los sistemas pueden considerarse como aislados, sin que en rigor lo estén.

Así, el formado por los dos carritos de la figura 2.3b no está aislado, ya que sobre los carritos actúan varias fuerzas externas: la atracción de la Tierra, la reacción de la mesa, el rozamiento en las ruedas, la resistencia del aire. Y pese a esto, el sistema pudiera comportarse como si estuviese aislado. En efecto, la fuerza de gravedad sobre los carritos es compensada por la reacción normal de la mesa, la resistencia del aire resulta insignificante y el rozamiento en las ruedas, aunque a la larga pueda ser importante, probablemente no lo es en el pequeño intervalo que dura la interacción.

De este modo, a los efectos del intercambio de cantidad de movimiento con el exterior, un sistema mecánico puede comportarse como aislado en los casos siguientes: a) no actúan fuerzas externas sobre él (lo cual en realidad es una abstracción), b) la suma de las fuerzas externas sobre el sistema es nula, c) en el intervalo de tiempo considerado el impulso de las fuerzas externas es despreciable.

2.4. Ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Imaginemos un sistema constituido por dos cuerpos que interaccionan entre sí mediante las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$, (Fig. 2.4). Consideremos además que **el sistema está aislado**. Ya sabes que en la práctica pudiera no estarlo realmente, lo importante es que se comporta como tal. Sean $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$ las cantidades de movimiento de los cuerpos en determinado instante. Al cabo de cierto tiempo, debido a los impulsos de las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$, sus cantidades de movimiento habrán variado. Estas variaciones son:

Para el cuerpo 1, $\vec{J}_{12} = \Delta\vec{p}_1$ y para el cuerpo 2, $\vec{J}_{21} = \Delta\vec{p}_2$

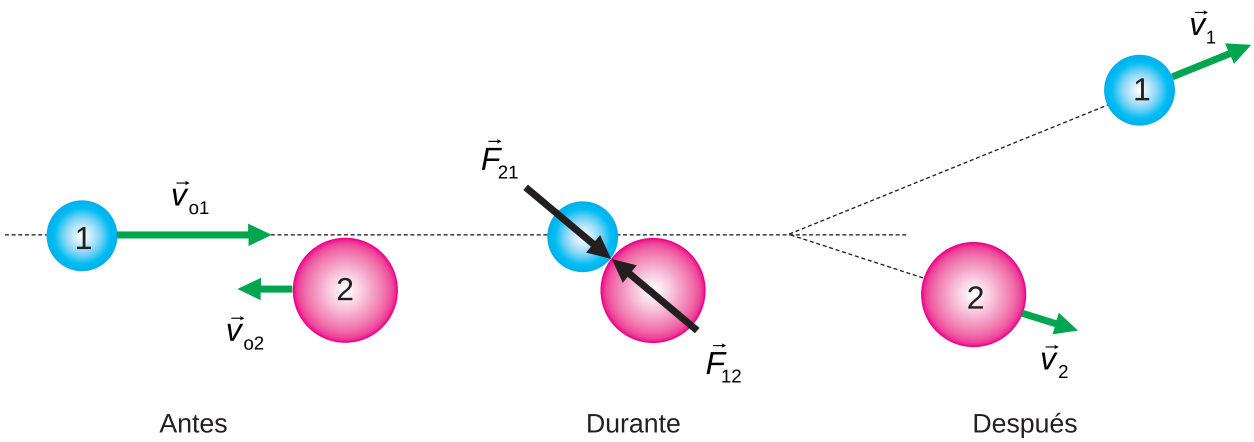


Fig. 2.4. Sistema constituído por dos cuerpos que interaccionan entre sí, antes, durante y despues de la interacción.

Pero **según la tercera ley de Newton** las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$ tienen la misma magnitud y sentidos opuestos. Por consiguiente, sus impulsos también son de igual magnitud y sentidos contrarios, es decir:

$$\vec{J}_{12} = -\vec{J}_{21}$$

Utilizando el teorema del impulso y la cantidad de movimiento:

$$\vec{J} = \Delta\vec{p}$$

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$$

De donde: $\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$

o $\Delta\left(\vec{p}_1+\vec{p}_2\right)=0$

La suma $\vec{p}_1+\vec{p}_2$ **es la cantidad de movimiento total del sistema**, que designaremos por $\vec{P}$, por lo que queda:

$\Delta\vec{P}=0$

En otras palabras, la cantidad de movimiento total del sistema considerado no varía, permanece constante.

Observa que los cuerpos del sistema intercambian cantidades de movimiento entre sí, pero lo hacen de tal modo que la variación de la cantidad de movimiento de uno es de igual magnitud y sentido contrario que la del otro ($\Delta\vec{p}_1=-\Delta\vec{p}_2$). Esta es la razón por la que la cantidad de movimiento total del sistema permanece invariable.

El resultado anterior era de esperarse. En efecto, ya que el sistema está aislado, no intercambia cantidad de movimiento con el exterior. Por otra parte, las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$ ejercidas sobre cada cuerpo representan, como ya sabes, la rapidez con que varían sus cantidades de movimiento. Y debido a que dichas fuerzas tienen igual magnitud y sentidos contarios, las variaciones de cantidad de movimiento que ellas originan también son de igual magnitud y sentidos contrarios, por lo que se compensan.

La ley de conservación de la cantidad de movimiento puede enunciarse como sigue:

La cantidad de movimiento total de un sistema se conserva si el sistema está aislado.

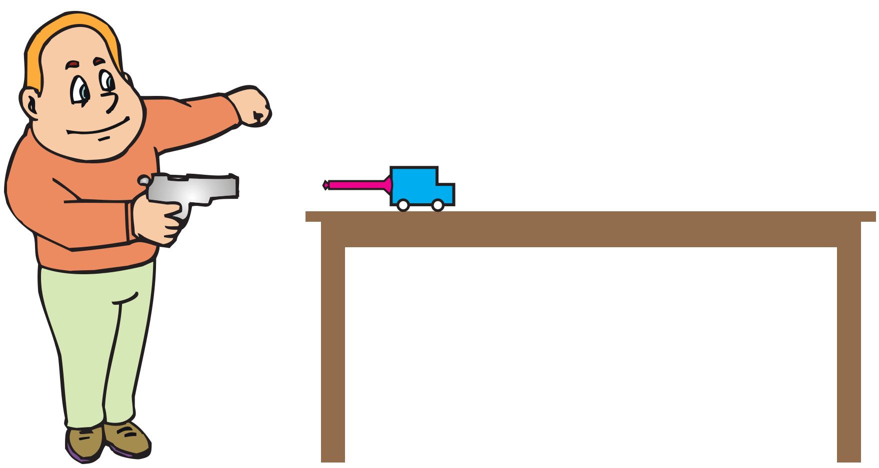
Ya sabes, sin embargo, que en la práctica lo de aislado no significa que en rigor el sistema lo esté.

Como recordarás, la ley de conservación de la energía pone de manifiesto el hecho de que un **cambio** no puede tener lugar sin que ocurra algún otro cambio. La de conservación de la cantidad de movimiento vuelve a subrayar este hecho, un cuerpo no puede variar su **movimiento** sin que algún otro lo varíe también. Pero mientras que **la ley de conservación de la energía se refiere a los cambios en**

general, independientemente de la naturaleza de ellos, la de conservación de la cantidad de movimiento tiene que ver con los cambios en una esfera determinada, la del movimiento. Ambas leyes afirman que si el sistema está aislado, entonces las variaciones de la magnitud que mide esos cambios (energía o cantidad de movimiento) se compensan, de tal modo que, en total, dicha magnitud permanece constante.

Ilustremos ahora cómo utilizar la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Analizaremos el Ejemplo 1.3 ya planteado en la Introducción de este curso, pero ahora incorporando datos numéricos. Luego, en el siguiente apartado, **Choque y sus tipos**, emplearemos las dos leyes de conservación estudiadas, de la cantidad de movimiento y de la energía, para analizar diversas situaciones.

Ejemplo 2.4. A fin de hallar la velocidad con que sale un proyectil de una pistola de juguete, se dispara contra un carrito, de modo que el proyectil queda adherido a él (Fig. 1.3). La velocidad del conjunto es 0.45 m/s y las masas del proyectil y el carrito 10.0 g y 200 g, respectivamente ¿Cuál era la velocidad del proyectil?



La situación descrita es interesante por diversas razones. En primer lugar, porque muestra un procedimiento indirecto pero relativamente simple, para medir la velocidad de un proyectil. Debido a las características del proyectil y a la gran velocidad que pudiera tener, técnicamente resultaría más complejo medirla de otro modo. Por otra parte, se trata de una situación en que es imposible emplear la segunda ley de Newton o la ley de conservación de la energía, la primera porque se desconoce la ley de la fuerza que actúa entre el proyectil y el carrito y la segunda, debido a que no se conserva la energía mecánica. No obstante, el problema planteado puede ser fácilmente resuelto empleando la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Consideremos como sistema el constituido por el proyectil y el carrito. Aplicar la ley de conservación de la cantidad de movimiento a este sistema significa suponer que permanece constante, es decir, que la cantidad de movimiento del sistema después que el proyectil se ha adherido al carrito ($\vec{P}$) es la misma que antes de adherirse ($\vec{P}_o$):

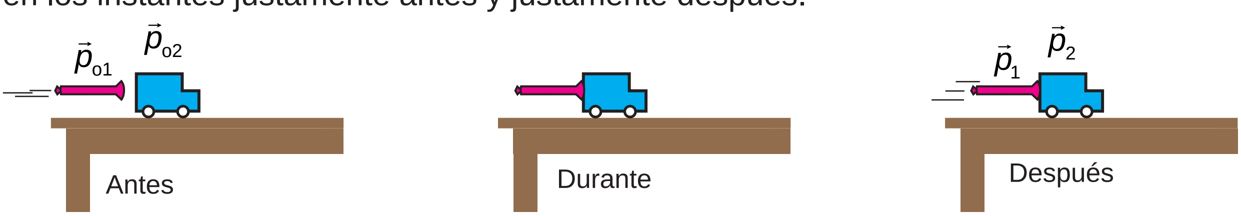
$$\vec{P}_o = \vec{P}$$

Pero el enunciado de la ley de conservación de la cantidad de movimiento especifica que para ello el sistema debe poderse considerar aislado. Examinemos detenidamente el cumplimiento de esta condición.

Sobre el sistema actúan varias fuerzas externas. La fuerza de gravedad sobre el carrito es compensada por la de reacción de la mesa a su peso. Por su parte, la resistencia del aire al movimiento del carrito es despreciable y si el recorrido del proyectil no es grande, sobre éste también puede despreciarse. En consecuencia, el efecto total de todas estas fuerzas externas sobre el sistema es nulo, como si no existieran.

Sin embargo, todavía quedan por considerar la fuerza de gravedad sobre el proyectil y la de rozamiento sobre el carrito. El hecho de que el efecto de estas fuerzas en general no pueda despreciarse se hace evidente al considerar la acción de ellas en un tiempo relativamente grande: la fuerza de gravedad varía la velocidad del proyectil, haciéndolo seguir una trayectoria parabólica, y el rozamiento finalmente detiene el carrito. No obstante, **si limitamos el análisis al intervalo de tiempo que dura la interacción** entre el proyectil y el carrito, entonces resulta que en ese brevísimo intervalo los impulsos de la fuerza de gravedad y de la fuerza de rozamiento son tan pequeños que pueden no tenerse en cuenta.

De modo que, aunque el sistema proyectil-carrito en rigor no está aislado, **en el pequeño intervalo de tiempo que dura la interacción** sí es posible considerarlo como tal. Esto significa que en la ecuación $\vec{P}_o = \vec{P}$ dichas cantidades de movimiento representan no las que posee el sistema en cualquier instante antes y después de la interacción, sino en los instantes justamente antes y justamente después.



Si designamos por $\vec{p}_{o1}$ y $\vec{p}_{o2}$ las cantidades de movimiento que poseen respectivamente el proyectil y el carrito al comenzar la interacción y por $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$ las que poseen al finalizar, entonces:

$$\vec{p}_{o1} + \vec{p}_{o2} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

De donde:

$$m_1\vec{v}_{o1} + m_2\vec{v}_{o2} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Como el carrito está inicialmente en reposo, $\vec{v}_{o2} = 0$, con lo cual:

$$m_1\vec{v}_{o1} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Luego de la interacción, el proyectil y el carrito se mueven juntos, por lo que tienen una velocidad común, que designaremos por $\vec{v}$, es decir: $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$. De modo que:

$$m_1\vec{v}_{o1} = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

De aquí que:

$$\vec{v}_{o1} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\vec{v}$$

Sustituyendo los datos:

$$\vec{v}_{o1} = \left(\frac{10.0\ \text{g} + 200\ \text{g}}{10.0\ \text{g}}\right)\left(0.45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 8.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El ejemplo que acabamos de analizar y otros muchos, muestran que la cantidad de movimiento puede transmitirse de unos cuerpos a otros. Así, en la situación del ejemplo 2.4 el proyectil transmite parte de su cantidad de movimiento al carrito y cuando una canica choca con otra en reposo también transfiere parte de su cantidad de movimiento, o toda. Pero en estos casos, como sabes, no solo se transmite cantidad de movimiento, sino además energía cinética. El análisis de situaciones como éstas originó una larga discusión en la época que se elaboraban estos conceptos, acerca de cuál de las dos magnitudes, cantidad de movimiento (mv) o energía cinética ($\frac{1}{2}mv^2$), constituía realmente la medida del movimiento. La conclusión fue que las dos, en dependencia del tipo de fenómeno examinado.

La **energía cinética** es especialmente útil cuando se trata de la **transformación** del movimiento en otros fenómenos, y la **cantidad de movimiento** si se trata de su **transmisión**.

Si, por ejemplo, se dispara una bala, quedando incrustada en un bloque (Fig. 2.5), la energía cinética perdida por el proyectil no constituye una buena medida del movimiento que transmite al bloque, pues no toda ella se invierte en ponerlo en movimiento, una parte está asociada a la elevación de temperatura y al sonido, producidos al incrustarse en el bloque. Sin embargo, toda la cantidad de movimiento perdida por la bala sí es transmitida al bloque.

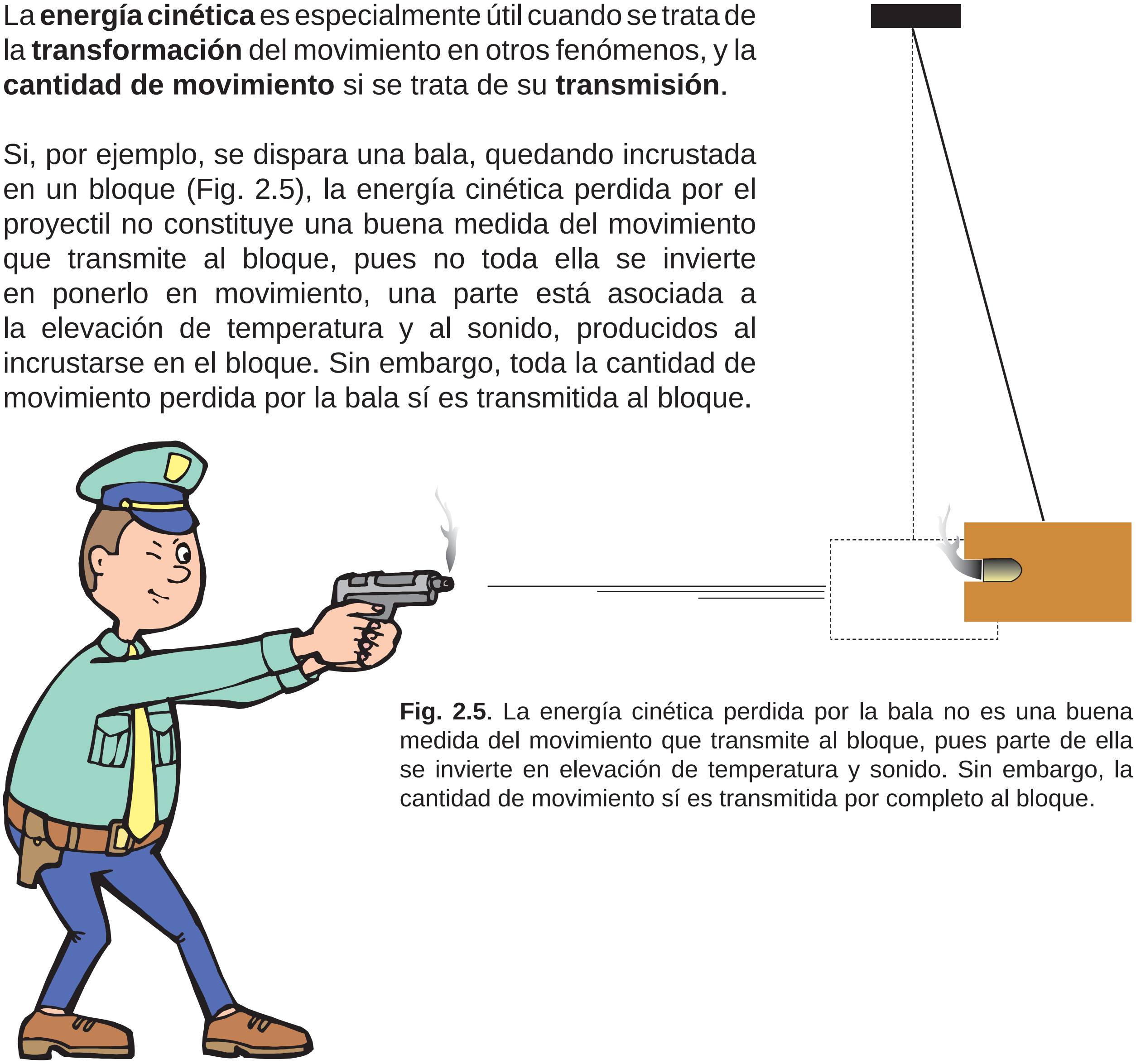
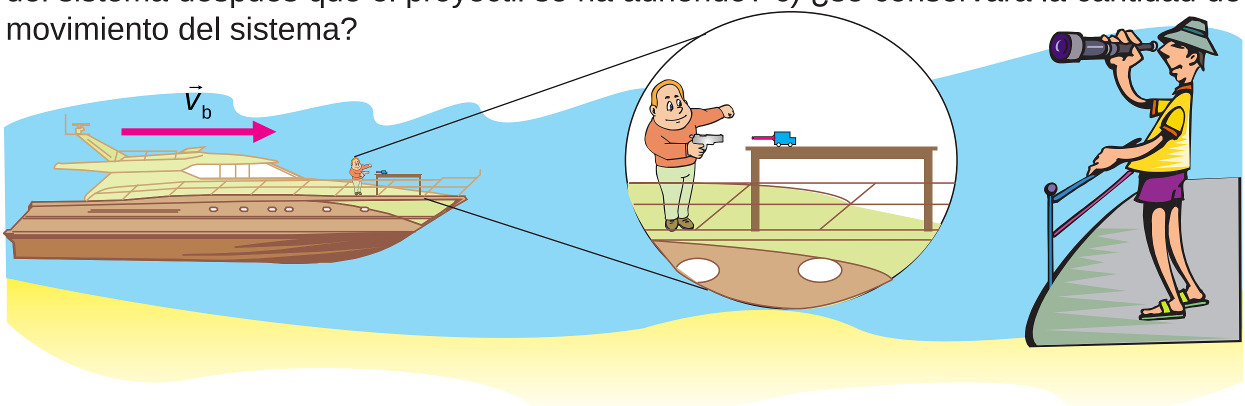


Fig. 2.5. La energía cinética perdida por la bala no es una buena medida del movimiento que transmite al bloque, pues parte de ella se invierte en elevación de temperatura y sonido. Sin embargo, la cantidad de movimiento sí es transmitida por completo al bloque.

Por su parte, cuando un cuerpo se lanza sobre una mesa y bajo la acción del rozamiento se detiene, la energía cinética desaparecida representa una medida del movimiento transformado en energía térmica, es decir, en energía de movimiento de las moléculas de las superficies del bloque y la mesa. En este caso, la cantidad de movimiento perdida por el bloque no resulta útil.

Otras veces, como en el choque de dos canicas, ambas magnitudes, energía cinética y cantidad de movimiento pueden resultar igualmente útiles.

Ejemplo 2.5. Considera que la experiencia descrita en el ejemplo 2.4, en la cual se conserva la cantidad de movimiento, se realiza en un buque que navega con velocidad constante $\vec{v}_b$. a) ¿Cuál será, desde tierra, la cantidad de movimiento del sistema proyectil-carrito justamente antes del choque, b) ¿cuál será la cantidad de movimiento del sistema después que el proyectil se ha adherido? c) ¿se conservará la cantidad de movimiento del sistema?



a) La velocidad del proyectil la habíamos designamos por $\vec{v}_{o1}$, pero ahora que el fenómeno tiene lugar en el buque y es apreciado desde tierra su velocidad será $\vec{v}_{o1}+\vec{v}_b$. Por su parte, la velocidad del carrito era nula, pero ahora será la que lleva el buque, $\vec{v}_b$. Por consiguiente, la cantidad de movimiento del sistema proyectil-carrito justamente antes de que el proyectil se adhiera es:

$$\vec{P}_o = m_1(\vec{v}_{o1}+\vec{v}_b)+m_2\vec{v}_b$$

Observa que ahora la cantidad de movimiento del sistema antes de la interacción es diferente a la que tenía en tierra (en aquel caso era simplemente $m_1\vec{v}_{o1}$).

b) La velocidad común del carrito y el proyectil luego que éste se adhiere la habíamos designado por $\vec{v}$. Ahora, apreciada desde tierra será $\vec{v}+\vec{v}_b$. De ahí que la cantidad de movimiento después de la interacción sea:

$$\vec{P} = (m_1+m_2)(\vec{v}+\vec{v}_b)$$

Nota que ésta tampoco coincide con la que tenía el sistema después de la interacción cuando el fenómeno ocurría en tierra (en aquél caso era $(m_1+m_2)\vec{v}$).

c) Decidir si se cumple la conservación de la cantidad de movimiento cuando el fenómeno ocurre en el buque supone comprobar si también en este caso $\vec{P}_o = \vec{P}$, es decir, si:

$$m_1(\vec{v}_{o1}+\vec{v}_b)+m_2\vec{v}_b = (m_1+m_2)(\vec{v}+\vec{v}_b)$$

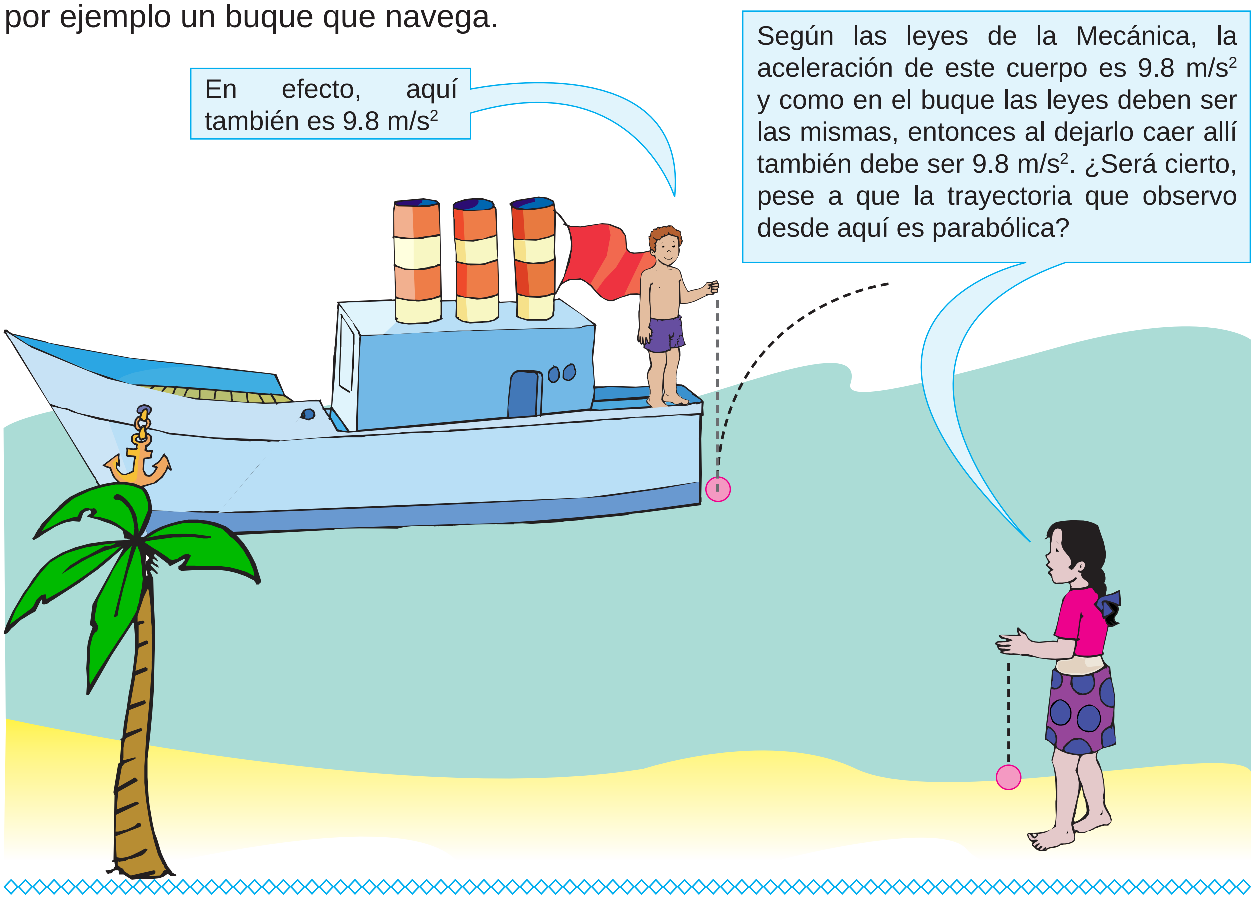
Desarrollando y reagrupando convenientemente los términos de cada miembro de la ecuación se tiene:

$$m_1\vec{v}_{o1} + (m_1 + m_2)\vec{v}_b = (m_1 + m_2)\vec{v} + (m_1 + m_2)\vec{v}_b$$

Observa que los segundos términos de cada miembro de esa ecuación son iguales. Por otra parte, como partimos de que en tierra la cantidad de movimiento del sistema analizado se conserva, entonces $m_1\vec{v}_{o1} = (m_1 + m_2)\vec{v}$, o sea, el primer término del lado izquierdo es igual al primer término del lado derecho. Por tanto, el primer miembro de la ecuación anterior es, en efecto, igual al segundo.

En conclusión, cuando la experiencia se realiza en el buque, $\vec{P}_o$ y $\vec{P}$ no son los mismos que cuando se realiza en tierra, como se mostró en los incisos a) y b), pero de todos modos se sigue cumpliendo que $\vec{P}_o = \vec{P}$.

Resulta de gran trascendencia el hecho de que la conclusión obtenida en el ejemplo anterior sea válida no solo para la ley de conservación de la cantidad de movimiento, sino **para todas las leyes de la Física**: si éstas se cumplen en relación con cierto cuerpo, digamos tierra, entonces también se cumplen en relación con cualquier otro cuerpo que se mueva a velocidad constante respecto al primero, por ejemplo un buque que navega.



A esta conclusión llegó ya Galileo en su tiempo en lo que se refiere a la Mecánica, lo que se conoce como **principio de relatividad de Galileo**. Sin embargo, hacia finales del siglo XIX el descubrimiento de nuevas leyes de la Física, las de la Electrodinámica, hizo dudar a la mayoría de los físicos que la conclusión anterior también fuera cierta para esas nuevas leyes. A principios del siglo XX Einstein mostró que la conclusión sí era válida para todas las leyes de la Física, pero que debían revisarse algunas ideas y conceptos fundamentales. Y uno de los conceptos que requirió ser modificado fue el de cantidad de movimiento.

Einstein demostró que en realidad la magnitud $\vec{p} = m\vec{v}$ puede conservarse al analizar los fenómenos en relación con un cuerpo y no conservarse cuando se analizan en relación con otro que se mueve a velocidad constante respecto al primero, solo que esto se hace notable únicamente cuando dicha velocidad es muy grande comparada con la de la luz. Al propio tiempo, indicó que la salida a esta dificultad estaba en considerar que la cantidad de movimiento de un cuerpo es:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

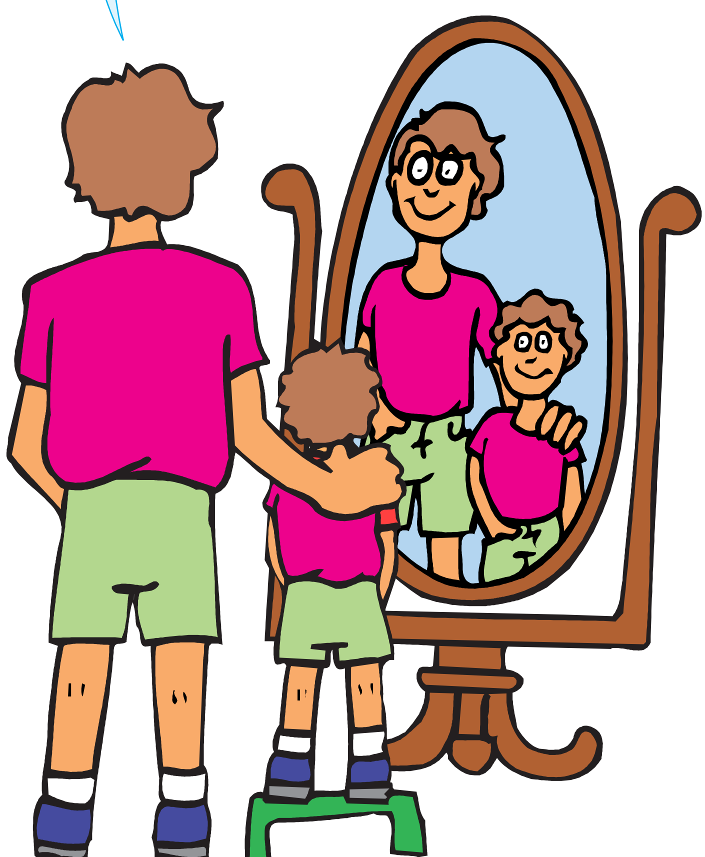
donde c es la velocidad de la luz en el vacío y $\vec{v}$ (3 x 10^8 m/s) la velocidad del cuerpo. Observa que si $v << c$, entonces $v^2/c^2 \approx 0$ y $\vec{p} \approx m\vec{v}$. O sea, cuando la velocidad de los cuerpos es muy pequeña comparada con la de la luz, lo que se cumple en todos los casos habituales, $\vec{p} = m\vec{v}$ representa bien a la cantidad de movimiento del cuerpo, pero si la velocidad es comparable con la de la luz, entonces debe utilizarse la nueva ecuación.

Una serie de hechos condujeron a un cambio todavía más significativo en el concepto de cantidad de movimiento, al requerirse su ampliación. En particular, se puso de manifiesto que cuando la luz incide sobre los cuerpos éstos reciben además de energía, cantidad de movimiento, lo cual indica que la luz posee cantidad de movimiento. Pero como sabes, la m en las expresiones de la cantidad de movimiento representa la masa de los cuerpos, y la luz no posee masa. ¿Cómo determinar entonces su cantidad de movimiento? Se encontró que debe hacerse mediante la ecuación:

$$p = \frac{E}{c}$$

Donde E es la energía del haz luminoso y c la velocidad de la luz en el vacío. Recuerda que el valor de c es muy grande, 3.0×10^8 m/s. Por eso, aún cuando el haz de luz sea muy intenso, su cantidad de movimiento y, por tanto, la fuerza que origina al incidir sobre un cuerpo, es extremadamente pequeña. No obstante, dicha fuerza ha sido medida utilizando instrumentos muy sensibles y se ha confirmado la ecuación anterior.

¿Cuándo será mayor la cantidad de movimiento transmitida por un mismo haz de luz, cuando es reflejada, como en un espejo, o cuando es absorbida, como en el caso de una superficie negra?



Lo expuesto evidencia que aunque aquí hayamos obtenido la ley de conservación de la cantidad de movimiento a partir de las leyes de Newton, en realidad, como hemos recalcado en otras ocasiones, la ley de conservación es más general. Es válida aún en aquellos casos que no lo son las leyes de Newton, por ejemplo, cuando los cuerpos se mueven a velocidades comparables con la de la luz, o cuando se trata de la acción de la luz sobre ellos.

Ejemplo. 2.6. La intensidad de la radiación solar, en el límite exterior de la atmósfera terrestre es alrededor de 0.13 J por segundo y por centímetro cuadrado. a) ¿Qué fuerza ejercerá al incidir perpendicularmente sobre el espejo de un satélite de 12 cm de largo y 10 cm de ancho? b) Compara dicha fuerza con el peso de un cuerpo de masa 1 g.

La fuerza ejercida sobre un cuerpo es igual a la rapidez con que se le transmite cantidad de movimiento:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Como la radiación incide perpendicularmente al espejo, ella se refleja en la misma dirección que incide. Por otra parte, supondremos que el espejo es muy bueno y que prácticamente toda la radiación incidente es reflejada. Por eso, si p es la magnitud de la cantidad de movimiento de la radiación y elegimos como sentido positivo el que se aleja del espejo, entonces la cantidad de movimiento con que incide es $p_i = -p$ y con que se refleja $p_r = p$.

En consecuencia:

$$\Delta p = (p_r - p_i) = (p - (-p)) = 2p$$

Y como $p = \frac{E}{c}$, queda: $\Delta p = \frac{2E}{c}$

Por tanto: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2E}{c\Delta t}$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$F = \frac{2(0.13\ \text{J})}{\left(3.0\times10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(1\ \text{s})} = 8.7\times10^{-10}\ \text{N}$$

Ésa es la fuerza ejercida por la radiación por cada centímetro cuadrado. Como el área del espejo es 12 cm x 10 cm = 120 cm^2, la fuerza total es:

$$F_{\text{esp}} = 120(8.7\times10^{-10}\ \text{N}) = 1\times10^{-7}\ \text{N}$$

b) El peso de un cuerpo de masa 1 g es:

$$F_g = mg = (1\times10^{-3}\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 1\times10^{-2}\ \text{N}$$

Para comparar las fuerzas podemos hallar la razón:

$$\frac{F_g}{F_{esp}} = \frac{1\times10^{-2}\ \text{N}}{1\times10^{-7}\ \text{N}} = 1\times10^{5}$$

La fuerza ejercida por la radiación sobre el espejo es unas cien mil veces menor que el peso de un cuerpo de masa 1 g.

Los satélites de la Tierra están muy distantes del Sol, por lo que la intensidad de la radiación y, en consecuencia la fuerza originada por ella, es muy pequeña. Pero en los cometas, que se aproximan mucho al Sol, la presión producida por la radiación es muy notable, junto al viento solar (gases expulsados por el Sol) influye en su cabellera y cola.

Abordaremos ahora las siguientes preguntas planteadas al inicio de la unidad: *¿A qué se llama choque en Física?* y *¿Cómo analizarlos utilizando las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento?*

2.5. Choque y sus tipos.

La noción de choque o colisión es común en la vida cotidiana. Así, se habla del choque de dos vehículos, de dos canicas, de un bate y una pelota, etc. El proyectil que se adhiere al carrito considerado en los ejemplos 2.4 y 2.5 también es un ejemplo de choque.

Dos características comunes poseen las situaciones anteriores: el pequeño tiempo que dura la interacción entre los cuerpos y el hecho de que no se presta atención a lo que ocurre en ella, sino solo antes y después. A partir de aquí podemos decir que:

Se denomina **choque o colisión** a una interacción que tiene lugar en un pequeño intervalo de tiempo, durante el cual no se examina lo que ocurre.

En los ejemplos mencionados, la interacción entre los cuerpos se realiza cuando ellos entran **en contacto**. Ésta es la noción habitual de choque. Sin embargo, si prestamos atención al concepto que acabamos de dar, advertiremos que otros tipos de interacciones, comúnmente no consideradas como choques, en realidad también lo son, entre ellas los choques **sin contacto entre los cuerpos** y los **“explosivos”**. Veamos algunos ejemplos de éstos:

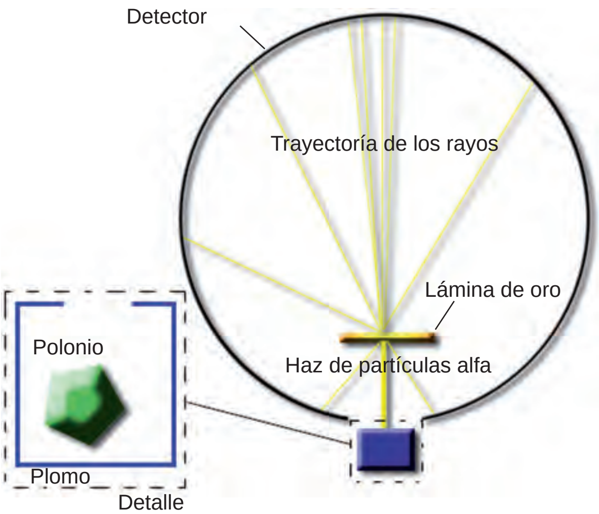


Fig. 2.6. Esquema del experimento de Rutherford y sus colaboradores. Al bombardear una fina lámina de oro con partículas alfa, éstas son desviadas. Solo una ínfima cantidad rebota directamente hacia atrás, lo que sugirió que prácticamente toda la masa de los átomos se concentra en una pequeñísima región con carga eléctrica positiva.

a) Choques **sin contacto** entre los cuerpos. Ejemplo típico es la desviación de la trayectoria seguida por una partícula alfa debido a la fuerza de repulsión ejercida sobre ella por un núcleo atómico (Fig. 2.6).

Otro ejemplo de este tipo de choque que tiene especial interés es el denominado "encuentro cercano", utilizado en los vuelos cósmicos hacia lugares del sistema solar muy distantes de la Tierra. Estos vuelos se diseñan de tal modo que la nave realiza un encuentro transitorio con algún planeta más cercano, entrando en órbita alrededor de él temporalmente (Fig.2.7). Como resultado de este "choque" o encuentro entre el planeta y la nave, cuando éste deja al planeta su velocidad ha aumentado. Ocurre como si la nave se impulsara, con el consiguiente ahorro de energía, debido a lo cual se dice que estos vuelos son asistidos, o propulsados, por gravedad. En el ejemplo 2.12 analizaremos cómo se explica este aumento de velocidad de la nave.

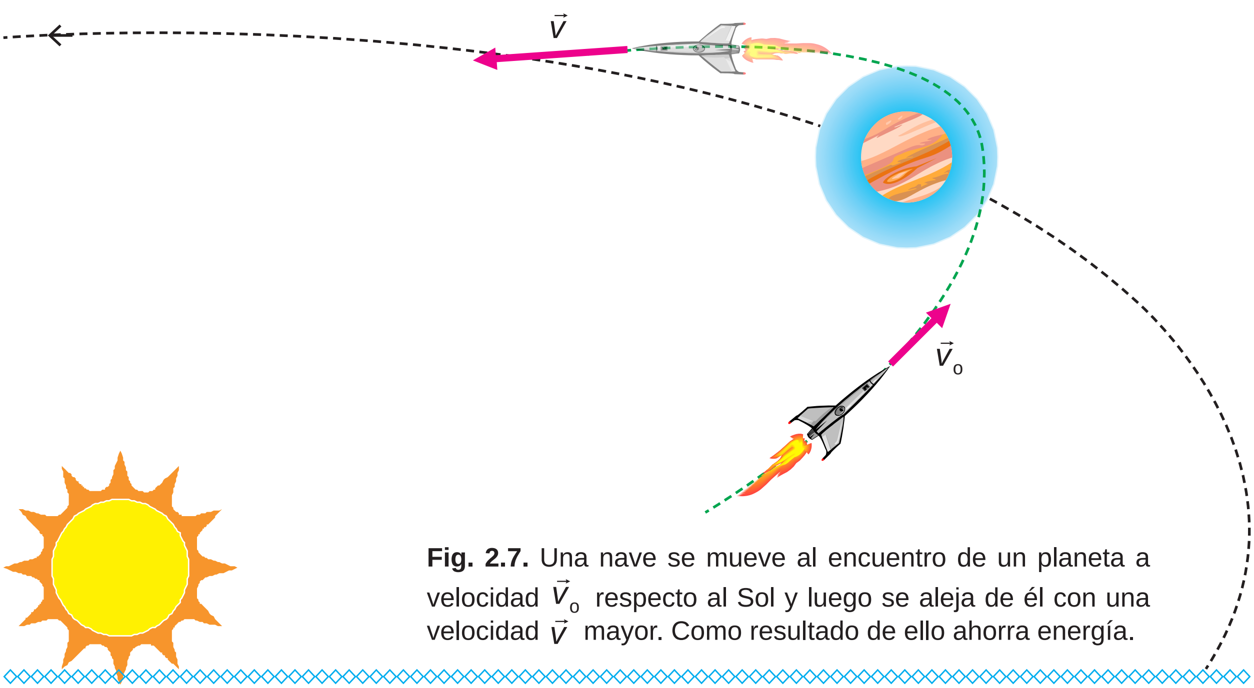


Fig. 2.7. Una nave se mueve al encuentro de un planeta a velocidad $\vec{v}_o$ respecto al Sol y luego se aleja de él con una velocidad $\vec{v}$ mayor. Como resultado de ello ahorra energía.

b) Choques **explosivos**. Ejemplos de éstos son: la explosión de una granada, la interacción de un carrito con otro por medio de un resorte comprimido entre ellos (Fig. 2.3b), la desintegración de un elemento radiactivo, como por ejemplo el radio, dando lugar a radón y una partícula alfa (Ra → Rn + α). Observa que en los tres casos, el sistema se separa en partes, como en una explosión.

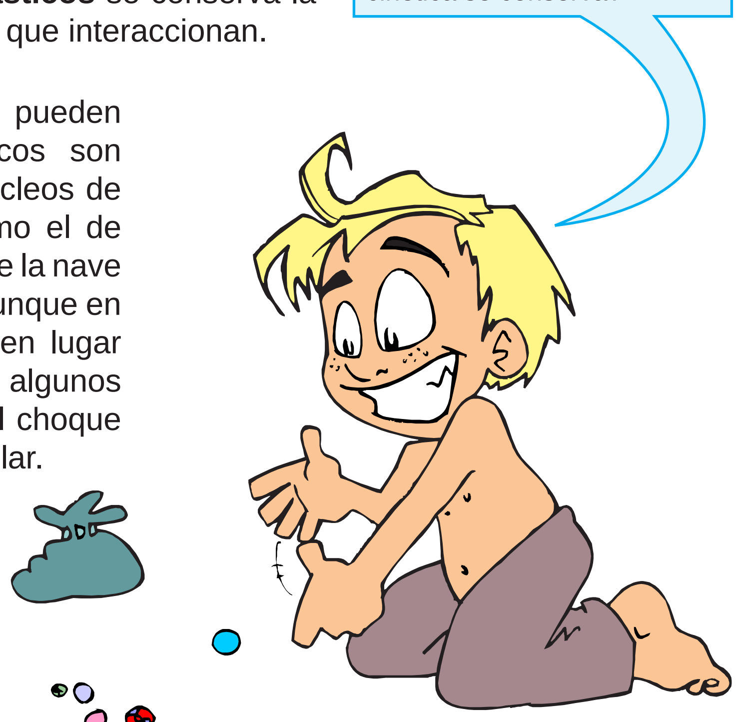
Todos los choques pueden ser clasificados en dos grandes grupos: **perfectamente elásticos** e **inelásticos**.

La característica distintiva de los perfectamente elásticos es que no se producen cambios en otras propiedades de los cuerpos que interaccionan que no sean las relativas a sus movimientos. Volumen, forma, temperatura, composición química y otras propiedades siguen siendo las mismas después de la interacción que antes de ella. Esto significa que la energía cinética que poseen puede ser intercambiada entre los cuerpos, pero que ninguna porción de ella es transformada en otro tipo de energía, ni tampoco otros tipos de energía son transformados en cinética. En otras palabras:

Cuando dos canicas chocan entre sí, escuchamos un sonido, lo que indica que se ha propagado energía por el espacio. ¿Cómo es posible entonces que pueda considerarse que la energía cinética se conserva?

En los **choques perfectamente elásticos** se conserva la *energía cinética total* de los cuerpos que interaccionan.

Ejemplos de choques que pueden considerarse perfectamente elásticos son los de las partículas alfa con los núcleos de los átomos en un experimento como el de Rutherford (Fig. 2.6) y el encuentro de la nave cósmica con un planeta (Fig. 2.7). Aunque en la vida cotidiana realmente no tienen lugar choques “perfectamente” elásticos, algunos se aproximan, como por ejemplo, el choque de dos canicas o de dos bolas de billar.



Menciona ejemplos de choques en que se transforma: a) energía cinética en otros tipos de energía, b) otros tipos de energía en cinética.

Este choque tiene que ser inelástico, pues las propiedades de los autos han cambiado ¡y de qué modo!

La inmensa mayoría de los choques que observamos comúnmente son inelásticos. En éstos cambian otras propiedades de los cuerpos además de las relativas al movimiento, parte de la energía cinética que poseen se transforma en otro tipo de energía, o a la inversa, otro tipo de energía es transformado en cinética. Por consiguiente:

En los choques inelásticos *no se conserva la energía cinética total* de los cuerpos que interaccionan.

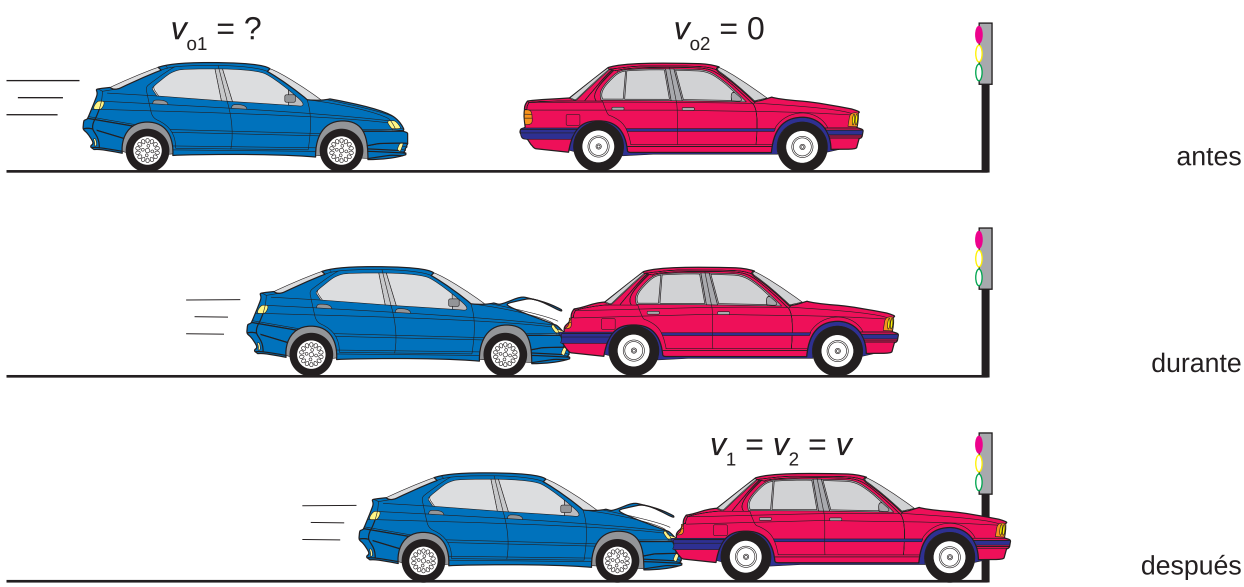
Entre los choques inelásticos cabe mencionar dos tipos especiales: los explosivos, de los cuales ya hemos dado varios ejemplos, y los **totalmente inelásticos**, o **plásticos**, caracterizados porque después de la interacción, ambos cuerpos poseen igual velocidad. Un ejemplo de choque totalmente inelástico es el proyectil que se adhiere al carrito considerado en los ejemplos 2.4 y 2.5. Después del choque, ambos, proyectil y carrito, tienen igual velocidad. Observa que mientras en los choques explosivos la **energía cinética** de los cuerpos aumenta, en los plásticos disminuye. En ninguno de los dos se conserva.

Analicemos ahora varios ejemplos de choque utilizando las leyes de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía. Primeramente consideraremos choques en que el movimiento de los cuerpos, antes y después de la interacción, tiene lugar en una misma dirección. Éstos frecuentemente se denominan **choques unidimensionales**. Luego examinaremos otros ejemplos en que el movimiento se realiza en un plano, denominados **choques bidimensionales**.

2.5.1. Choques unidimensionales.

Como en este caso las cantidades de movimiento de los cuerpos que chocan están en una misma dirección, no se requiere trabajar con vectores, sino solo tener en cuenta el sentido del movimiento de los cuerpos. Luego de elegir un sentido como positivo (lo cual, como sabes, es convencional), los valores numéricos de las velocidades serán positivos o negativos, dependiendo del sentido del movimiento.

Ejemplo 2.7. Un vehículo colisiona con otro que está estacionado en un semáforo y juntos deslizan cierto tramo. El chofer del vehículo impactado dice que el otro iba a más de 40 km/h, mientras que éste afirma que no es cierto. Los peritos miden las trazas de la ruedas en el pavimento y determinan que la velocidad conjunta de los vehículos justamente después del choque fue de 22 km/h. La masa del vehículo en reposo era 2 600 kg y la del que lo impactó 1850 kg. ¿Cuál de los choferes tiene razón?



La fuerza de gravedad de los vehículos es compensada con la fuerza de reacción normal del pavimento sobre ellos. Por su parte, en el intervalo de tiempo que dura el choque, el impulso de las fuerzas de rozamiento entre el pavimento y las ruedas de los carros puede despreciarse. En consecuencia, durante el choque el sistema formado por los dos vehículos puede considerarse aislado y, por tanto, utilizarse la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en este caso es:

$$P_{oT} = P_T$$

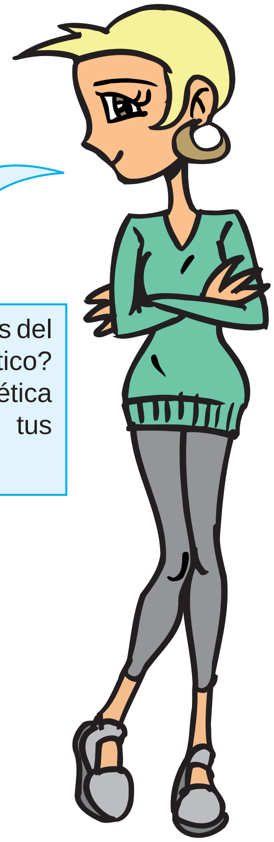
$$p_{o1} + p_{o2} = p_1 + p_2$$

$$m_1v_{o1} + m_2\cancelto{0}{v_{o2}} = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$m_1v_{o1} = (m_1 + m_2)v$$

en la cual m_1 y v_{o1} son la masa y velocidad del vehículo que impacta, m_2 la masa del estacionado y v la velocidad conjunta inmediatamente después del choque.

De donde:

$$v_{o1} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)v$$



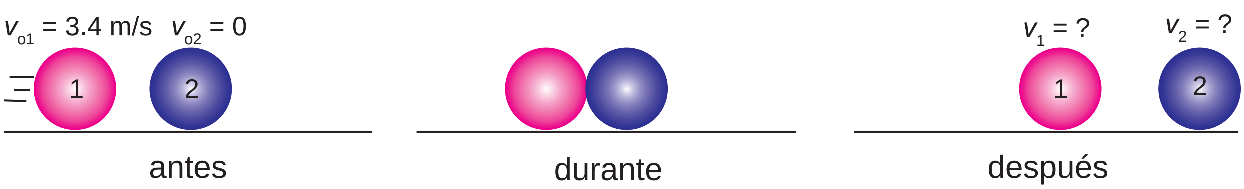
¿Será el choque de los vehículos del ejemplo 2.7, elástico o inelástico? ¿Se conservará la energía cinética en el choque? Argumenta tus respuestas.

Sustituyendo los valores numéricos en la ecuación:

$$v_{o1} = \left(\frac{1850\text{ kg} + 2600\text{ kg}}{1850\text{ kg}}\right)\left(22\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) = 53\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

De aquí se ve que el chofer del vehículo impactado es quien tiene la razón.

Ejemplo 2.8. Una canica con velocidad horizontal de 3.4 m/s impacta a otra de igual masa que está en reposo en el piso. El movimiento de las canicas tiene lugar según la línea que une sus centros. Halla la velocidad de cada canica inmediatamente después de la colisión.



En el pequeño intervalo de tiempo que dura la interacción, el sistema formado por las dos canicas puede considerarse como aislado, por lo que es posible utilizar la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Si m es la masa de las canicas (tienen igual masa), v_{o1} la velocidad de la canica incidente y v_1 y v_2 sus velocidades después del choque, entonces la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$P_{oT} = P_T$$
$$p_{o1} + \cancelto{0}{p_{o2}} = p_1 + p_2$$
$$mv_{o1} = mv_1 + mv_2$$

Dividiendo toda la ecuación entre *m* se simplifica:

$$v_{o1} = v_1 + v_2 \longrightarrow (1)$$

Con esta sola ecuación no es posible hallar las velocidades de las canicas después del choque, pues el único dato que se tiene es la velocidad de la canica incidente, v_{o1}. Las velocidades de las canicas después del choque, v_1 y v_2, ambas son incógnitas.

Sin embargo, como ya hemos dicho, el choque de canicas es uno de los casos que en la vida habitual puede ser considerado perfectamente elástico, es decir, en el cual se conserva la energía cinética del sistema.

La ecuación de conservación de la energía cinética es:

$$E_{CoT} = E_{CT}$$

$$E_{Co1} + \cancelto{0}{E_{Co2}} = E_{C1} + E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv_{o1}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación entre ½ *m* se simplifica:

$$v_{o1}^2 = v_1^2 + v_2^2 \longrightarrow (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (v_1 y v_2), el cual puede ser resuelto por cualquiera de los procedimientos conocidos. Utilicemos el procedimiento común de sustitución. Despejando v_1 en la ecuación (1):

$$v_1 = v_{o1} - v_2$$

Sustituyendo en la ecuación (2) y resolviendo para v_2:

$$v_{o1}^2 = \left(v_{o1} - v_2\right)^2 + v_2^2$$

$$v_{o1}^2 = v_{o1}^2 - 2v_{o1}v_2 + v_2^2 + v_2^2$$

$$0 = -2v_{o1}v_2 + 2v_2^2$$

Finalmente: $v_2 = v_{o1}$

Esto significa que después del choque la velocidad de la canica que estaba en reposo es igual a la que tenía la canica incidente, o sea, 3.4 m/s.

Sustituyendo el resultado anterior en la ecuación (1) se tiene:

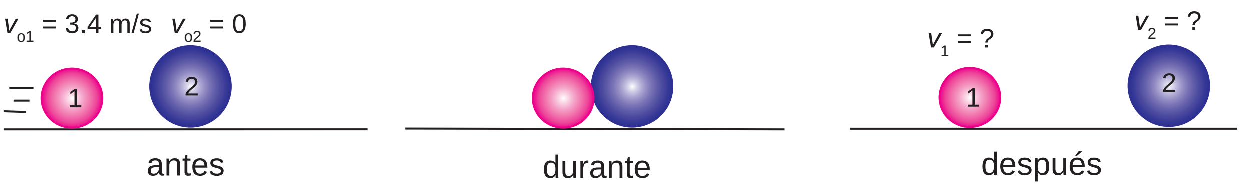
$$v_{o1} = v_1 + v_{o1}$$

De donde: $v_1 = 0$

Es decir, después del choque la canica incidente queda en reposo.

Como puedes ver, los resultados encontrados coinciden con los que seguramente has observado varias veces al jugar con canicas. Esta coincidencia apoya la suposición realizada de que en el choque de canicas es posible considerar que la energía cinética se conserva.

Ejemplo 2.9. Resuelve nuevamente el problema anterior, pero ahora considera que las masas de las canicas son distintas, la de la canica incidente 10 g y la otra 15 g. Recuerda que la velocidad de la canica incidente es 3.4 m/s y que la otra está en reposo.



Llamándole 1 a la canica incidente y 2 a la que está en reposo, la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$P_{oT} = P_T$$

$$p_{o1} + \cancelto{0}{p_{o2}} = p_1 + p_2$$

$$m_1 v_{o1} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \longrightarrow (1)$$

Y la ecuación de conservación de la energía cinética:

$$E_{CoT} = E_{CT}$$

$$E_{Co1} + \cancelto{0}{E_{Co2}} = E_{C1} + E_{C2}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{o1}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Esta se simplifica algo si se multiplica por dos:

$$m_1 v_{o1}^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \longrightarrow (2)$$

Observa que en este caso el sistema de ecuaciones (1) y (2) resulta más complejo que en el problema anterior, debido a que las masas de las canicas son distintas. Pero una manipulación inteligente de las ecuaciones facilita la solución.

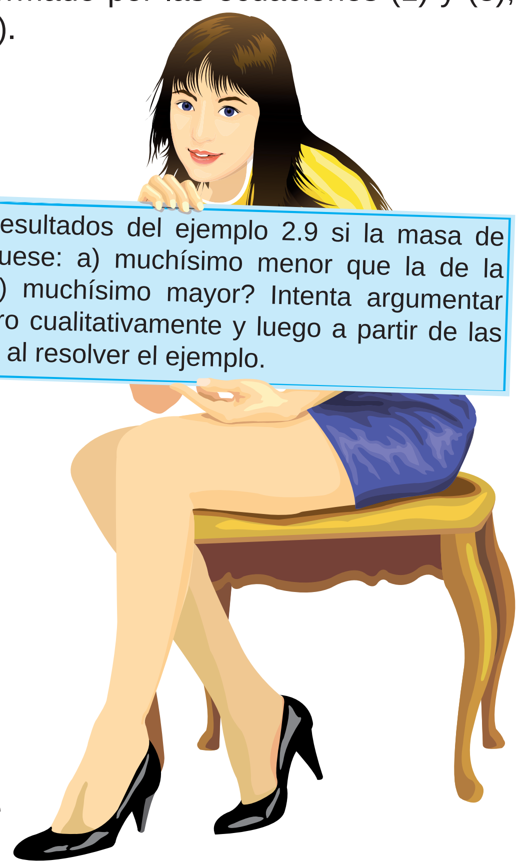
Así, la ecuación (1) puede escribirse: $m_1(v_{o1} - v_1) = m_2 v_2$

Y la ecuación (2): $m_1(v_{o1}^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2$

Si esta segunda ecuación se divide entre la primera, entonces se obtiene una nueva ecuación, en la cual no intervienen las masas, ni las velocidades están elevadas al cuadrado:

$v_{o1} + v_1 = v_2 \longrightarrow$ (3)

Ahora el sistema de ecuaciones a resolver está formado por las ecuaciones (1) y (3), que resulta más simple que el formado por (1) y (2).



Despejando v_1 en (3): $v_1 = v_2 - v_{o1}$

Sustituyendo en (1):

$$m_1 v_{o1} = m_1 (v_2 - v_{o1}) + m_2 v_2$$

Resolviendo para v_2:

$$m_1 v_{o1} = m_1 v_2 - m_1 v_{o1} + m_2 v_2$$

$$2 m_1 v_{o1} = (m_1 + m_2) v_2$$

$$v_2 = \frac{2 m_1 v_{o1}}{m_1 + m_2}$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$v_2 = \frac{2(10\text{ g})\left(3.4\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{10\text{ g} + 15\text{ g}} = 2.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ésa es la velocidad que tiene después del choque la canica 2, es decir, la que estaba inicialmente en reposo.

Para hallar la velocidad de la canica 1 despejamos v_1 en la ecuación (3) y sustituimos el resultado anteriormente obtenido:

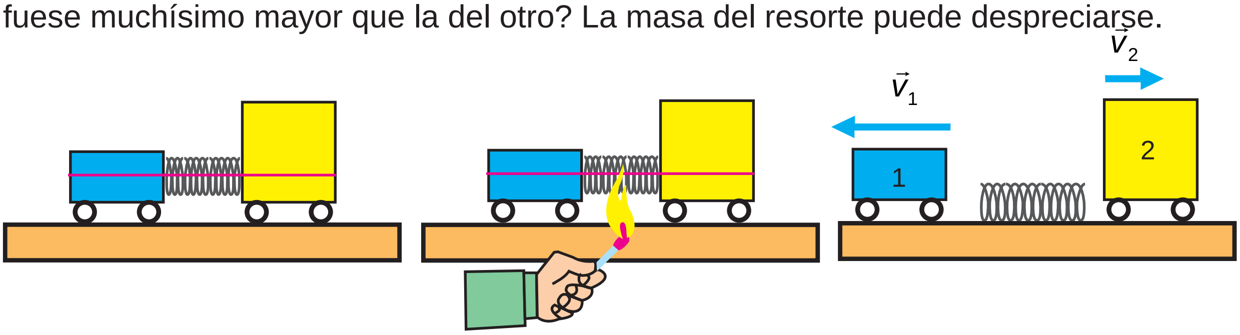
$$v_1 = v_2 - v_{o1} = 2.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = -0.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nota que en este caso la velocidad es negativa, lo que significa que después del choque la canica 1 se mueve en sentido contrario al que tenía inicialmente, o sea rebota.

El procedimiento utilizado en este ejemplo para resolver el sistema de ecuaciones puede ser empleado en otros casos de choques elásticos más complejos, como por ejemplo, cuando ambos cuerpos están inicialmente en movimiento. También pudo haberse utilizado al resolver el problema anterior, pero allí el sistema de ecuaciones era simple y por eso seguimos el procedimiento habitual.

Te dejamos como tarea calcular las velocidades de las canicas e interpretar los resultados, en el caso que la canica incidente sea la de 15 g y la que está en reposo la de 10 g.

Ejemplo 2.10. En una mesa se sitúan dos carritos con un resorte de constante elástica 420 N/m entre ellos, comprimido 6.0 cm. El conjunto se mantiene de ese modo gracias a una liga que va de un carrito a otro. La masa de un carrito es m_1 = 1.00 kg y la del otro m_2 = 2.00 kg. Los carritos se liberan quemando la liga que los sujeta con la llama de un fósforo. a) ¿Qué velocidad adquiere cada carrito como resultado de la interacción entre ellos? b) ¿Qué sucedería con las velocidades de los carritos si la masa de uno de ellos fuese muchísimo mayor que la del otro? La masa del resorte puede despreciarse.



a) En el intervalo de tiempo que dura la interacción, el sistema formado por los dos carritos puede considerarse aislado. Puesto que ambos carritos están inicialmente en reposo, la cantidad de movimiento del sistema antes de la interacción es nula, por lo que después de ella también lo será. La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es, pues:

$$P_{oT} = P_T$$

$$\cancelto{0}{p_{o1}} + \cancelto{0}{p_{o2}} = p_1 + p_2$$

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \longrightarrow \quad (1)$$

De la ecuación anterior se obtiene

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right) v_2$$

de donde se ve que la velocidades de los carritos tienen sentidos opuestos. También se aprecia que como m_2 es el doble que m_1, entonces v_1 es doble que v_2, es decir, al carrito de menor masa corresponde la mayor velocidad. Esto confirma la intuición que seguramente tenías, acerca de la situación que analizamos. Sin embargo, solo con la ecuación (1) es imposible hallar los valores de las velocidades, se requiere otra ecuación.

Nota que en este caso la energía cinética del sistema no se conserva, inicialmente era cero y luego de la interacción tiene cierto valor. Por eso no es posible utilizar como segunda ecuación la de conservación de la energía cinética. No obstante, ya que la interacción entre los carritos se realiza a través de la fuerza elástica y ésta es conservativa, la energía mecánica total (cinética más potencial elástica) sí se conserva y es posible escribir la ecuación correspondiente. Así, si E_{Mo} es la energía mecánica total del sistema antes de la interacción y E_M justamente después de ella, entonces la conservación de la energía implica:

$$E_{Mo} = E_M$$

$$E_{po} + \cancelto{0}{E_{Co}} = \cancelto{0}{E_p} + E_C$$

Pero en este caso E_{Co} es cero, debido a que los dos carritos están inicialmente en reposo. E_p también es cero, porque luego que termina la interacción el sistema no posee energía potencial.

Por tanto la ecuación anterior queda: $E_{po} = E_C$

En consecuencia, la ecuación de conservación de la energía mecánica total del sistema es:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

La ecuación se simplifica algo al multiplicarla por 2:

$$kx^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2 \longrightarrow (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema en el cual las incógnitas son v_1 y v_2. Despejando v_1 de (1):

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right)v_2$$

Sustituyendo esa expresión en (2) y resolviendo para v_2, es decir, para la velocidad del carrito de mayor masa:

$$kx^2 = m_1\left(-\frac{m_2}{m_1}v_2\right)^2 + m_2v_2^2$$

$$kx^2 = \frac{m_2^2}{m_1}v_2^2 + m_2v_2^2 = \left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)m_2v_2^2$$

$$v_2^2 = \frac{kx^2}{\left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)m_2} \qquad v_2 = x\sqrt{\frac{k}{\left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)m_2}} = (0.060\text{ m})\sqrt{\frac{450\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{\left(\frac{2.00\text{ kg}}{1.00\text{ kg}}+1\right)(2.00\text{ kg})}} = 0.50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para hallar la velocidad del otro carrito, colocamos el resultado obtenido en la ecuación:

$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right)v_2$. Sustituyendo, obtenemos $v_1 = -\left(\frac{2.00\text{ kg}}{1.00\text{ kg}}\right)\left(0.50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = -1.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

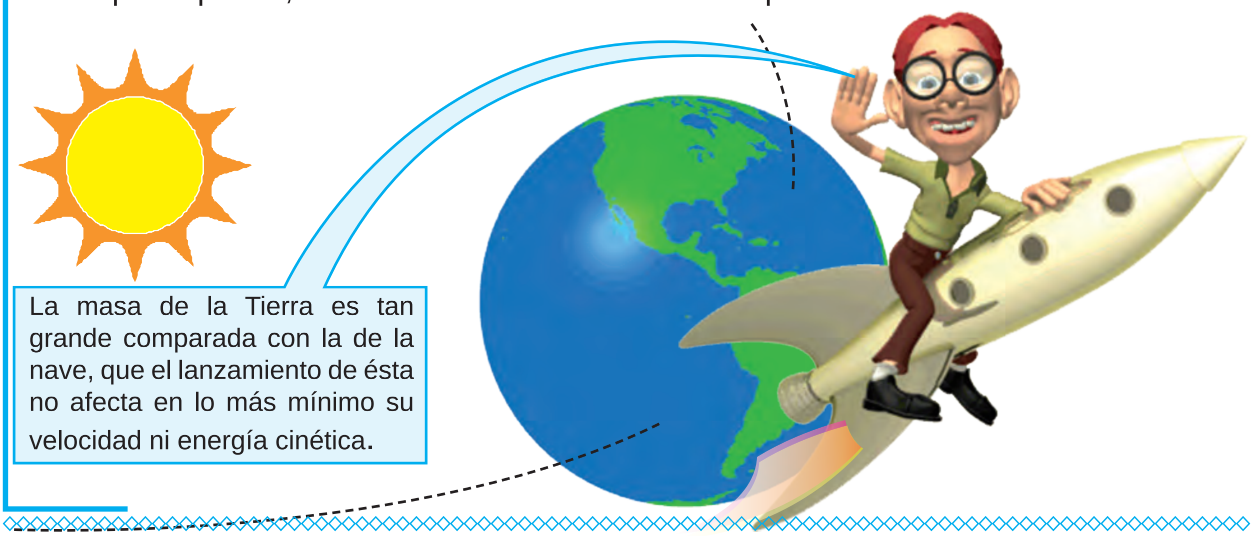
El signo "menos" significa, como ya sabes, que la velocidad de este carrito es contraria a la del otro. Observa que la velocidad del carrito ligero es tantas veces mayor que la del otro como número de veces menor es su masa.

b) Como acabamos de señalar, las velocidades que adquieren los carritos están en proporción inversa a sus masas. Por eso, si la masa del carrito 2 fuese mucho mayor que la del 1, su velocidad sería mucho menor que la de éste. Esto se hace evidente de la ecuación:

$$v_2 = -\left(\frac{m_1}{m_2}\right)v_1$$

Por ejemplo, si m_2 es 100 veces mayor que m_1, entonces $m_1/m_2 = 0.01$, con lo cual $v_2 = -0.01v_1$; si es 1000 veces mayor, entonces $v_2 = -0.001v_1$, etc. En conclusión, si la masa de un carrito fuese muchísimo mayor que la del otro, dicho carrito apenas se vería afectado por la interacción con el de menor masa.

Algo parecido es lo que ocurre al lanzar una pelota verticalmente hacia arriba. Si consideramos el sistema pelota-Tierra, según la ley de conservación de la cantidad de movimiento, la Tierra debe variar su cantidad de movimiento en igual magnitud y sentido contrario que la pelota. Pero la masa de la Tierra (¡6.0×10^{24} kg!) no es cien, ni mil, ni siquiera miles de millones de veces la de la pelota, sino un número todavía muchísimo mayor. Por consiguiente, la velocidad de la Tierra no se afecta en lo más mínimo al lanzar una pelota, ni siquiera al lanzar al espacio cósmico un cuerpo de mucha mayor masa que la pelota, como es el caso de las naves espaciales.



La masa de la Tierra es tan grande comparada con la de la nave, que el lanzamiento de ésta no afecta en lo más mínimo su velocidad ni energía cinética.

Ejemplo 2.11. Analiza nuevamente, ahora teniendo en cuenta la ley de conservación de la cantidad de movimiento, el inciso b) del ejemplo 1.16: El radio 226 se desintegra espontáneamente en radón 222 y una partícula alfa. Durante la desintegración, la masa del sistema disminuye en 8.52 x 10^{-30} kg. a) ¿Cuál es la energía cinética total del radón y la partícula alfa? b) Estima la velocidad de la partícula alfa, su masa es 4.0 u, que equivale a 6.65 x 10^{-27} kg.

En la unidad anterior, para responder el inciso b) de este problema utilizamos la intuición e hicimos una simplificación, ya que todavía desconocías la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Ahora profundizaremos en ello.

La desintegración radiactiva es, como sabes, un “choque” de tipo explosivo. Observa que la desintegración del radio en radón y una partícula alfa, de cierto modo es parecida a la separación de los carritos del ejemplo anterior. En ambos casos se trata de un sistema cuyas partes se separan con cierta velocidad, y la energía cinética que adquieren dichas partes procede de la energía interna del sistema. Por consiguiente, la solución de este problema es muy parecida a la del anterior.

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$\cancelto{0}{P_{oT}} = P_T$$

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \longrightarrow \quad (1)$$

Donde supondremos que el subíndice 1 corresponde al radón y el subíndice 2 a la partícula alfa.

De ahí que:

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right) v_2$$

De esta ecuación se ve que el radón y la partícula alfa se mueven en sentidos opuestos. Por otra parte, dicha ecuación posibilita ahora argumentar la suposición que hicimos al resolver el problema en la unidad anterior, acerca de que la velocidad del radón es pequeña comparada con la de la partícula alfa. En efecto, la masa del radón es 222 u y la de la partícula alfa 4.0 u, por lo que la velocidad del radón es:

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right) v_2 = -\left(\frac{4}{222}\right) v_2 = -0.018 v_2$$

o sea, mucho menor que la de la partícula alfa. Esto fue lo que nos permitió en aquella oportunidad considerar que prácticamente toda la energía interna que se transforma en cinética va a parar a energía cinética de la partícula alfa, y simplificar así la solución del problema. Pero ahora lo resolveremos sin realizar tal simplificación. Consideremos, como en efecto es, que una parte de la energía interna se transforma en energía cinética de la partícula alfa y otra parte, aunque mucho menor, en energía cinética del radón, o sea:

$$\Delta E_i = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

Multiplicando esta ecuación por dos se simplifica algo:

$$2\Delta E_i = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \longrightarrow \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, v_1 y v_2. El procedimiento de solución de este sistema es el mismo que en el ejemplo anterior, por lo que no lo repetiremos. Para v_2, que es la velocidad de la partícula alfa, se tiene:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\Delta E_i}{\left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)m_2}}$$

Sustituyamos los valores numéricos en esta ecuación. Para ello recordemos que en la unidad anterior, al responder el inciso a) encontramos ΔE_i = 7.67 x 10^{-13} J. Por consiguiente:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\left(7.67\times10^{-13}\ \text{J}\right)}{\left(\frac{4\ \text{u}}{222\ \text{u}}+1\right)6.65\times10^{-27}\ \text{kg}}} = 1.5\times10^{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

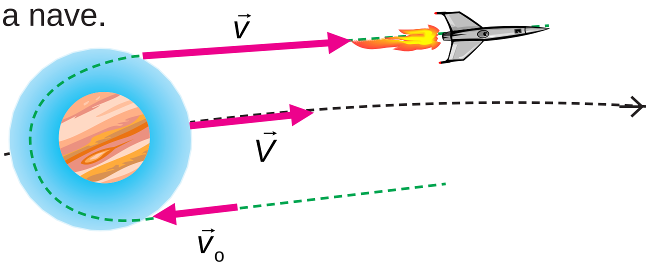
Observa que este resultado para la velocidad de la partícula alfa coincide con el que obtuvimos al resolver el problema en la unidad anterior. En realidad, si hubiésemos expresado los resultados con una cifra significativa más, se habría notado una diferencia entre ellos, pero esa diferencia es tan pequeña que pasa inadvertida al reportarlos con solo dos cifras significativas. Esto evidencia que la suposición que allí realizamos acerca de que la mayor parte de la energía interna que se transforma en cinética va a parar a la partícula alfa fue correcta.

En aquella oportunidad no hallamos la velocidad del radón. Ahora podemos hacerlo:

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right)v_2 = -\left(\frac{4}{222}\right)\left(1.5\times10^{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = -2.7\times10^{5}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

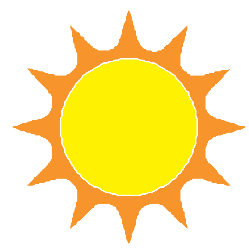
Nota que aunque es mucho más pequeña que la de la partícula alfa (unas 55 veces menor), de todos modos es grande comparada con las velocidades habituales. Algo es pequeño o grande solo en relación con lo que se compara.

Ejemplo 2.12. Una nave viaja con velocidad $\vec{v}_o$ al encuentro de un planeta que se mueve a velocidad $\vec{V}$, lo rodea y luego se aleja de él, como se muestra en el esquema. Las velocidades de la nave y el planeta son relativas al Sol. Determina la velocidad $\vec{v}$, también relativa al Sol, con que se aleja la nave.



La figura corresponde al caso particular en que la velocidad del planeta y la de la nave, tanto al acercarse y alejarse de él, tienen la misma dirección.

Comprender la situación examinada se facilita si establecemos una analogía con el choque entre dos canicas, ya analizado anteriormente. Así, el planeta puede ser representado por una canica grande que se mueve a cierta velocidad y la nave por otra pequeña que es lanzada contra ella. De modo similar que el choque entre canicas, el de la nave y el planeta también puede ser considerado perfectamente elástico. Claro está, la fuerza de interacción entre las canicas es la fuerza elástica, mientras que entre la nave y el planeta es la gravitatoria. Ambas fuerzas son conservativas, por lo que en los dos casos se conserva la energía cinética.



Otra cuestión importante a recordar es que en el choque de dos cuerpos uno de masa muchísimo mayor que otro, la velocidad del primero apenas se afecta.

Esto se comprende intuitivamente, pero en el ejemplo 2.10 vimos que es resultado de la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Además, vimos que, en particular, el lanzamiento de una nave cósmica desde la Tierra no altera la velocidad de ésta en lo más mínimo. Éste es también el caso de la situación que ahora analizamos. El acercamiento de la nave al planeta y su posterior alejamiento, no altera la velocidad del planeta, porque la masa de la nave es insignificante comparada con la de él. La intuición y la analogía con las canicas vuelve a ser útil en este caso: si la masa de la canica que representa al planeta es muchísimo mayor que la de la canica que representa a la nave, la velocidad de la primera no se ve afectada por el choque con la otra.

Que el choque entre la nave y el planeta sea perfectamente elástico significa que, desde el planeta, el módulo de la velocidad de la nave es el mismo antes y después de la interacción.

Apreciada desde el planeta, la velocidad de la nave antes de la interacción, es decir cuando se acerca, es:

$v_o + V$

Y después de la interacción, o sea cuando se aleja:

$v - V$

Observa que hemos considerado la velocidad V del planeta igual antes de la interacción con la nave que después de ella.

Debido a que el choque es elástico:

$v_o + V = v - V$

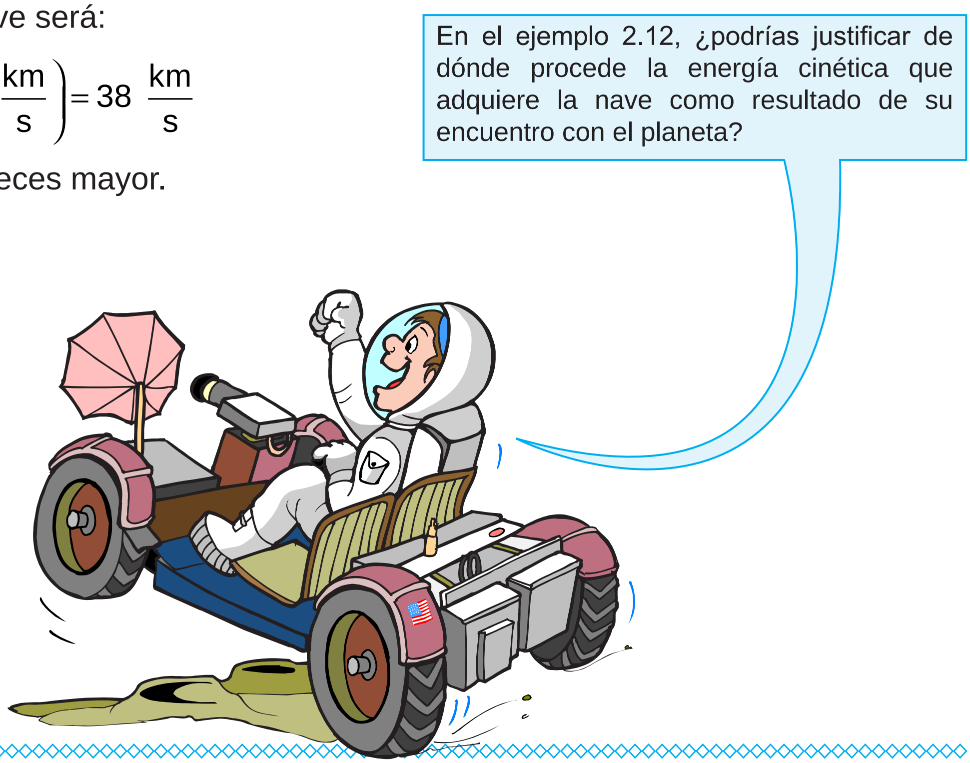
Resolviendo para v:

$v = v_o + 2V$

El resultado obtenido parece sorprendente. La nave se aleja del planeta con una velocidad v que puede llegar a ser mucho mayor que la velocidad v_o que tenía al acercarse a él. Así, si en su viaje hacia alguno de los planetas más distantes de la Tierra, una nave se aproxima a 12 km/s a Júpiter, cuya velocidad alrededor del Sol es 13 km/s, lo rodea y después se aleja de él en la forma descrita en el esquema anterior, entonces la nueva velocidad de la nave será:

$$v = 12\ \frac{\text{km}}{\text{s}} + 2\left(13\ \frac{\text{km}}{\text{s}}\right) = 38\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

O sea, unas tres veces mayor.

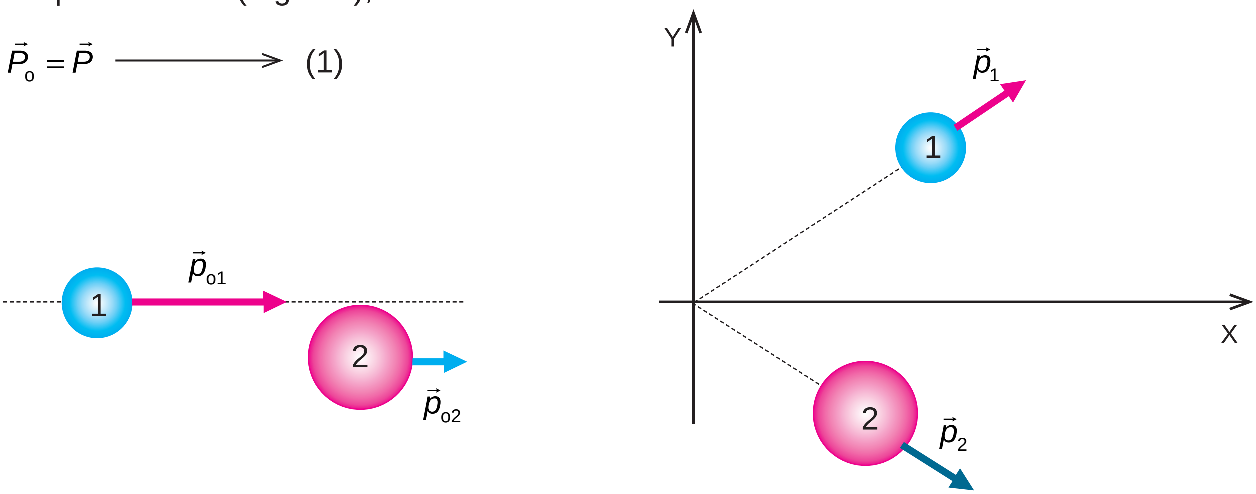


2.5.2. Choques bidimensionales.

En los casos de choque analizados anteriormente, los cuerpos se mueven en una sola dirección. Ahora examinaremos varios ejemplos en que se mueven en un mismo plano pero en distintas direcciones, como suele ocurrir cuando chocan dos bolas de billar o dos canicas.

Como sabes, el cumplimiento de la ley de conservación de la cantidad de movimiento supone que si $\vec{P}_o$ es la cantidad de movimiento total del sistema antes de la interacción y $\vec{P}$ después de ella (Fig. 2.8), entonces:

$$\vec{P}_o = \vec{P} \longrightarrow (1)$$



Antes del choque: $\vec{P}_o = \vec{p}_{o1} + \vec{p}_{o2}$ Después del choque: $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

Fig. 2.8. La conservación de la cantidad de movimiento del sistema de las dos bolas implica que $P_{ox} = P_x$ y $P_{oy} = P_y$

Puesto que se trata de magnitudes vectoriales, es posible elegir un sistema de coordenadas ***X***-***Y*** y descomponer $\vec{P}_o$ y $\vec{P}$ según los ejes. Si $\vec{P}_o$ y $\vec{P}$ son iguales, entonces sus componentes también, es decir:

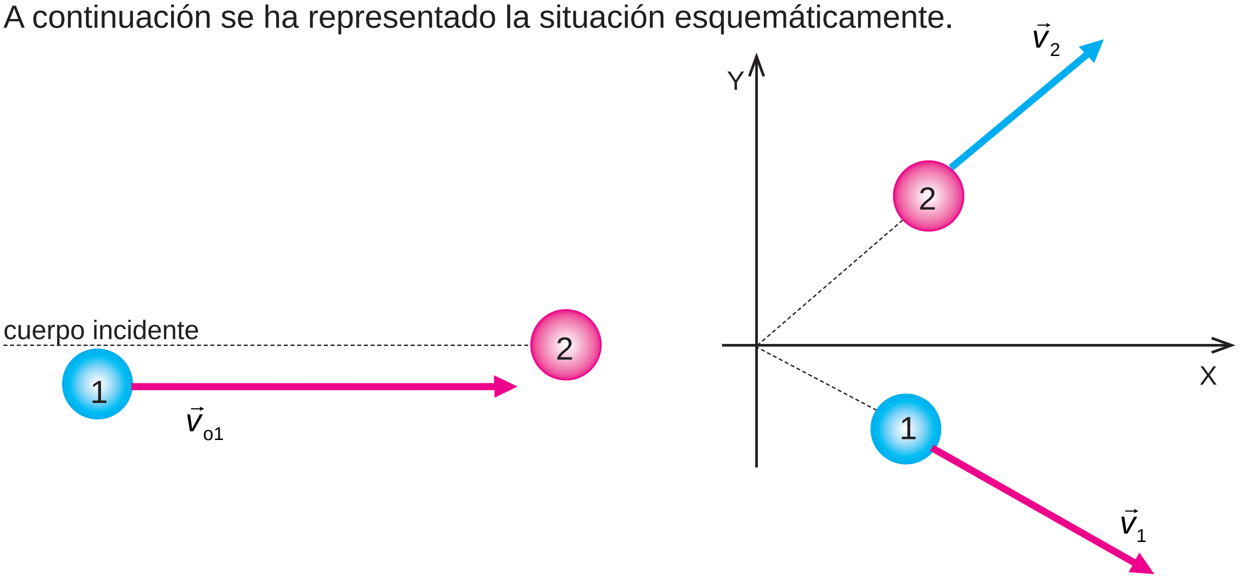
$$\left.\begin{matrix} P_{ox} = P_x \\ P_{oy} = P_y \end{matrix}\right\} \longrightarrow (2)$$

En otras palabras, la conservación de la cantidad de movimiento implica la conservación de sus componentes en las direcciones ***X*** y ***Y***.

Las expresiones (1) y (2) son las formas vectorial y algebraica de escribir la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Ejemplo 2.13. Un cuerpo choca con otro de igual masa que está en reposo, desviándose de la dirección que llevaba. El movimiento tiene lugar en un mismo plano. Considera al sistema de los dos cuerpos aislado y demuestra que si el choque es perfectamente elástico, entonces las direcciones de sus velocidades después del choque forman un ángulo de 90º.

A continuación se ha representado la situación esquemáticamente.



Esta situación posee particular interés, ya que la encontramos en la vida cotidiana con cierta frecuencia, por ejemplo en los juegos de billar, canica, o de discos sobre una "mesa de aire". Por otra parte, también tiene lugar en algunos casos de choques entre partículas subatómicas.

Como el sistema se considera aislado, puede plantearse la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{P}_{oT} = \vec{P}_T$$

$$\vec{p}_{o1} + \cancelto{0}{\vec{p}_{o2}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$m\vec{v}_{o1} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$$

Y puesto que la demostración se refiere al caso en que el choque es perfectamente elástico, también se cumple la ecuación de conservación de la energía cinética:

$$E_{CoT} = E_{CT}$$

$$E_{Co1} + \cancelto{0}{E_{Co2}} = E_{C1} + E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv_{o1}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

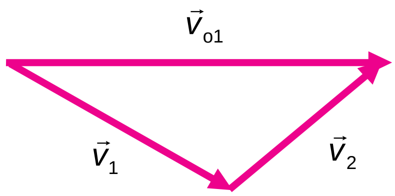
Estas ecuaciones pueden simplificarse y escribirse como sigue:

$$\vec{v}_{o1} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \longrightarrow (1)$$

$$v_{o1}^2 = v_1^2 + v_2^2 \longrightarrow (2)$$

A partir de estas ecuaciones el problema puede resolverse por diversas vías, pero se facilita grandemente si se analiza utilizando la representación geométrica de vectores.

En efecto, la ecuación (1) implica que los vectores $\vec{v}_{o1}$, $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ forman un triángulo:



Observa que en general el triángulo no tiene por qué ser rectángulo. Pero si el choque es perfectamente elástico, entonces se cumple la ecuación (2), que es la expresión del teorema de Pitágoras. Y como dicho teorema es válido para triángulos rectángulos, el ángulo formado por $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ debe ser de 90º.

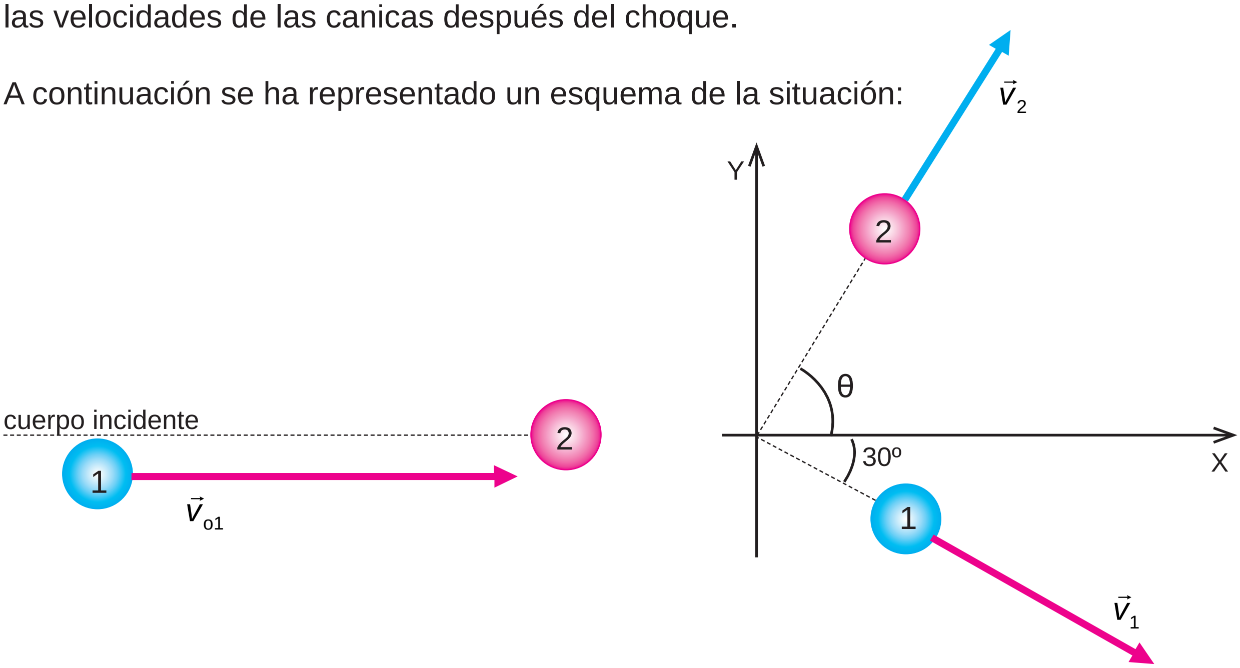
La interesante conclusión obtenida es válida solo para las condiciones especificadas en el problema: cuerpos de igual masa, uno de ellos en reposo, choque perfectamente elástico.

Considera que en el ejemplo 2.13 la masa de uno de los cuerpos es doble que la del otro. Argumenta utilizando la ecuación (2) por qué en ese caso el ángulo entre sus velocidades después del choque no puede ser 90º.

Sitúa una moneda sobre una superficie horizontal y marca un círculo alrededor de ella. A continuación has deslizar fuertemente otra moneda igual contra la que está en reposo, de modo que salgan en distintas direcciones. ¿Podrá considerarse dicho choque perfectamente elástico? Argumenta tu respuesta.

Ejemplo 2.14. Una canica con velocidad horizontal de 3.4 m/s impacta a otra de igual masa que está en reposo sobre el piso. Después del choque la dirección de la velocidad de la canica incidente forma un ángulo de 30º a la derecha de su dirección inicial. Halla las velocidades de las canicas después del choque.

A continuación se ha representado un esquema de la situación:



Hallar las velocidades de las canicas después del choque significa determinar los valores de sus velocidades, y el ángulo θ entre la velocidad de la que estaba en reposo y el eje X. El ángulo de la velocidad de la otra canica con el eje X se conoce, es 30º.

Ya sabes que en el pequeño intervalo de tiempo que dura el choque el sistema formado por las dos canicas puede considerarse aislado, por lo que se conserva su cantidad de movimiento. La ecuación vectorial de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$m\vec{v}_{o1} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$$

Esta ecuación puede escribirse en forma de dos ecuaciones algebraicas, correspondientes a la conservación de las componentes de la cantidad de movimiento en las direcciones *X* y *Y*.

La ecuación de conservación de la componente en la dirección *X* es:

$$mv_{o1} = mv_1 \cos 30^{o} + mv_2 \cos\theta$$

Y para la componente en la dirección *Y*:

$$0 = -mv_1 \operatorname{sen} 30^{o} + mv_2 \operatorname{sen}\theta$$

Las ecuaciones se simplifican al dividirlas entre *m*:

$$v_{o1} = v_1 \cos 30^o + v_2 \cos\theta \longrightarrow (1)$$

$$0 = -v_1 \operatorname{sen} 30^o + v_2 \operatorname{sen}\theta \longrightarrow (2)$$

Observa que tenemos dos ecuaciones, pero tres incógnitas: v_1, v_2 y θ.

Sin embargo, como el choque entre canicas es posible considerarlo perfectamente elástico, puede plantearse la ecuación de conservación de la energía cinética:

$$\frac{1}{2}mv_{o1}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

De donde:

$$v_{o1}^2 = v_1^2 + v_2^2 \longrightarrow (3)$$

Las ecuaciones (1), (2) y (3) forman un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, que puede ser resuelto por los procedimientos convencionales. Sin embargo, estos procedimientos resultan algo laboriosos y en este caso podemos hacer uso de la conclusión obtenida en el ejemplo anterior, acerca de que las direcciones de las velocidades después del choque forman un ángulo de 90º. De aquí que si el ángulo entre $\vec{v}_1$ y el eje X es 30º, el ángulo entre $\vec{v}_2$ y el eje X es θ = 60º.

De modo que de las tres incógnitas ahora solo quedan dos, v_1 y v_2. Para hallarlas podemos ahora utilizar dos cualesquiera de las tres ecuaciones de que disponemos. Aquí emplearemos la (2) y la (3).

De la ecuación (2), con θ = 60º:

$$0 = -v_1 \operatorname{sen} 30^o + v_2 \operatorname{sen} 60^o$$

$$v_2 = \left(\frac{\operatorname{sen} 30^o}{\operatorname{sen} 60^o}\right)v_1 = \left(\frac{0.50}{0.866}\right)v_1 = 0.577v_1$$

Sustituyendo v_2 en (3):

$$v_{o1}^2 = v_1^2 + (0.577v_1)^2 = v_1^2\left[1 + (0.577)^2\right] = 1.333v_1^2$$

Resolviendo para v_1:

$$v_1^2 = \frac{v_{o1}^2}{1.333}$$

$$v_1 = \frac{v_{o1}}{\sqrt{1.333}} = 0.87v_{o1} = 0.87\left(3.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 3.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para hallar v_2 utilizamos la relación anteriormente obtenida entre v_2 y v_1:

$$v_2 = 0.577v_1$$

De donde:

$$v_2 = 0.577\left(3.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 1.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

De modo que después del choque la velocidad de la canica incidente es 3.0 m/s y la de la canica que estaba en reposo 1.7 m/s, formando un ángulo de 60º con la dirección inicial de la canica incidente.

Ejemplo 2.15. Un pequeño cohete se lanzó verticalmente hacia arriba y al llegar a su punto de máxima elevación explotó en tres partes. Una de ellas, de 9.0 kg, salió hacia arriba a 60 m/s, otra, de 18 kg, hacia el este a 40 m/s. Si la masa de la tercera parte era 4.5 kg, ¿cuál fue su velocidad?

El sistema está formado por tres partes que antes de la explosión forman un todo. En rigor el sistema no puede considerarse aislado, pues sobre él actúa la fuerza de gravedad. Sin embargo, en el pequeño intervalo que dura la explosión el impulso de ésta puede despreciarse, por lo que es posible plantear la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento.

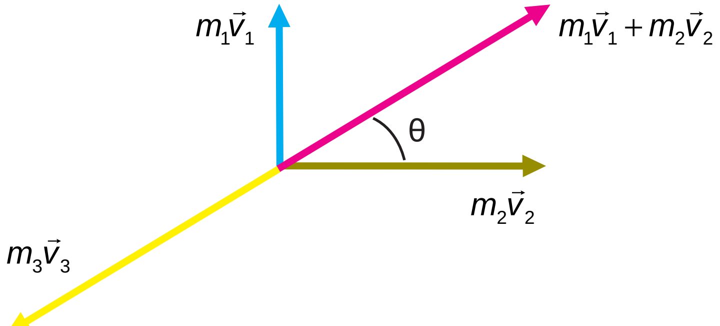
La cantidad de movimiento inicial del sistema es nula, ya que el cohete explota al llegar al punto de máxima elevación, en que su velocidad se hace cero. Por consiguiente:

$$0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3$$

Nuestro objetivo es hallar $\vec{v}_3$. De la ecuación anterior:

$$m_3\vec{v}_3 = -\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2\right)$$

El diagrama de vectores correspondientes a esta ecuación se muestra a continuación (el diagrama no está a escala):



Tanto de la ecuación como del diagrama de vectores se ve que la cantidad de movimiento del fragmento 3 es de igual magnitud y sentido opuesto que la suma de las cantidades de movimiento de los fragmentos 1 y 2, de tal modo que la cantidad de movimiento total después de la explosión sigue siendo la misma que antes de ella, es decir, nula.

De la ecuación anterior se obtiene:

$$\vec{v}_3 = -\frac{(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)}{m_3}$$

Como $m_1\vec{v}_1$ y $m_2\vec{v}_2$ están en direcciones mutuamente perpendiculares, el módulo de su suma es:

$$\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}$$

De aquí que el módulo de $\vec{v}_3$ es:

$$v_3 = \frac{\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}}{m_3}$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$v_3 = \frac{\sqrt{\left((9.0\text{ kg})\left(60\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\right)^2 + \left((18\text{ kg})\left(40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\right)^2}}{4.5\text{ kg}} = 2.0\times 10^2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para dar la respuesta completa es necesario todavía indicar la dirección del movimiento del fragmento.

Del diagrama de vectores se ve que:

$$\tan\theta = \frac{m_1v_1}{m_2v_2} = \frac{(9.0\text{ kg})\left(60\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{(18\text{ kg})\left(40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)} = 0.75$$

De donde:

$$\theta = \tan^{-1}(0.75) = 37^{\text{o}}$$

Por tanto, el vector cantidad de movimiento del tercer fragmento, y en consecuencia su velocidad, forma un ángulo de 37º + 180º = 217º con la dirección Oeste-Este.

2.6. Centro de masa.

Al iniciar el estudio del movimiento en Mecánica 1, subrayamos que él puede consistir en el cambio de posición del cuerpo como un todo, pero también en el de sus partes. Y si bien hasta hace poco habíamos centrado la atención en lo primero, en esta unidad hemos hecho a la inversa, consideramos el movimiento de las partes de los sistemas e ignoramos el del conjunto. Así, en todos los ejemplos de choques analizados anteriormente el interés ha estado en las velocidades de los cuerpos que forman el sistema y no en su movimiento como un todo. Surge la pregunta: *¿Y no será posible, pese al movimiento relativo entre las partes de un sistema, continuar refiriéndose a su movimiento (o reposo) en conjunto?*

Resulta que sí. Por ejemplo, cuando un proyectil explota en pleno vuelo sus fragmentos se mueven alejándose entre sí, pero el nuevo movimiento de las partes debido a la explosión se adiciona al que llevaban cuando formaban parte del proyectil. En consecuencia, los fragmentos se alejan de cierto punto *C* (Fig. 2.9), que está sobre la trayectoria que seguiría el proyectil si no hubiese explotado. Ese punto se denomina **centro de masa del sistema** y describe el movimiento del conjunto. Cabe notar que la distancia de los fragmentos a dicho punto depende de la masa de ellos.

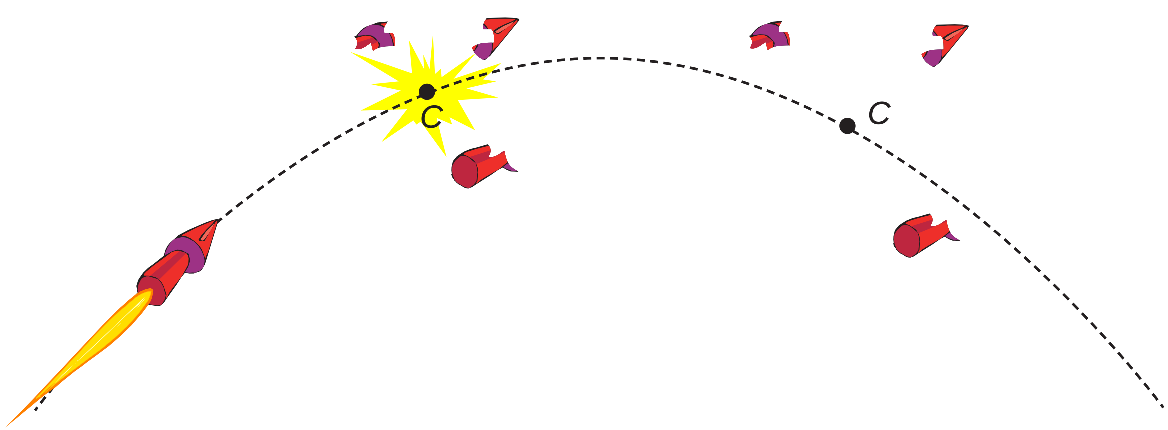


Fig. 2.9. Cuando un proyectil explota en pleno vuelo sus partes se alejan de cierto punto que sigue la trayectoria que tendría el proyectil si no hubiese explotado. Ese punto se denomina centro de masa del sistema y describe el movimiento del conjunto.

Esto último se aprecia claramente en el ejemplo de la “explosión” del sistema formado por los dos carritos (Fig. 2.10). Si el rozamiento es despreciable, los carritos se alejan del punto *C* de tal modo que sus distancias a ese punto son inversamente proporcionales a sus masas. En efecto, la ley de conservación de la cantidad de movimiento para el sistema de los dos carritos puede escribirse:

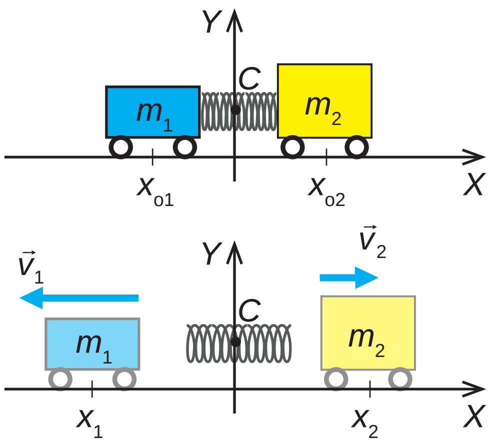


Fig. 2.10. Los carritos se alejan del punto *C* de tal modo que las distancias a dicho punto son inversamente proporcionales a sus masas.

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

v_1 y v_2 son las velocidades de los carritos después de la interacción.

De ahí que:

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{v_1}{v_2} \longrightarrow (1)$$

Si escogemos el punto *C* como origen de la coordenada *X*, entonces:

$$v_1 = \frac{x_1}{t} \text{ y } v_2 = \frac{x_2}{t}$$

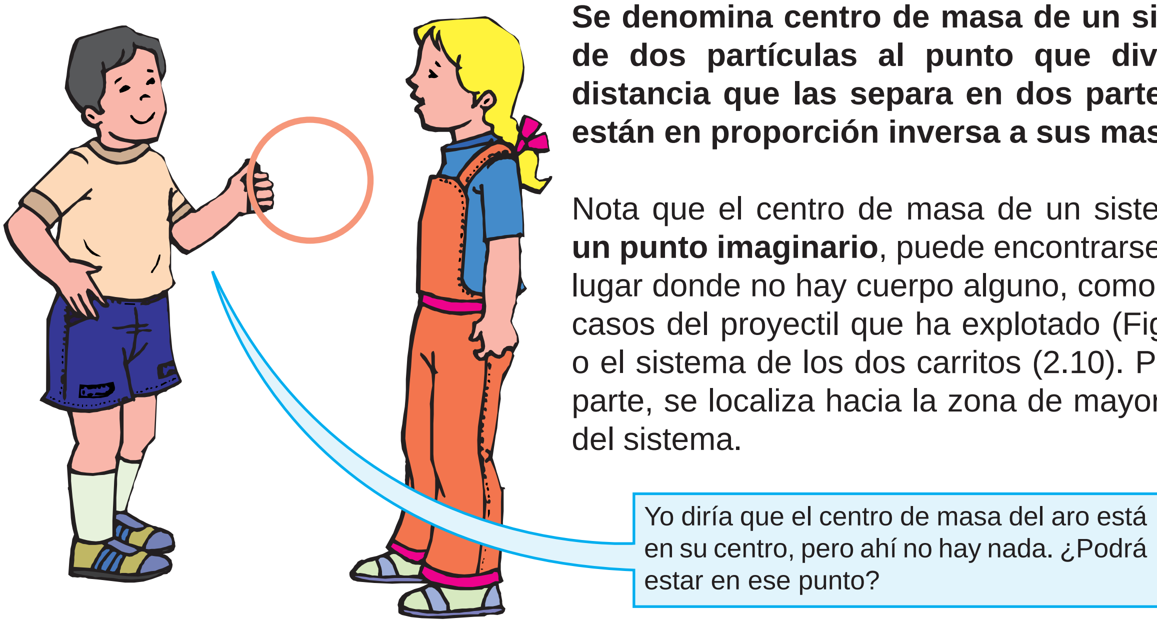
x_1 y x_2 son las coordenadas de cada carrito al cabo del tiempo *t*.

Sustituyendo estas dos ecuaciones en (1) queda:

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\frac{x_1}{t}}{\frac{x_2}{t}} = -\frac{x_1}{x_2} \qquad \text{O también:} \qquad m_2 x_2 = -m_1 x_1$$

Cabe señalar que esta ecuación se cumple no solo después de la interacción entre los carritos, sino también durante ella.

De este modo, el punto *C* divide la distancia entre los carritos en dos partes (x_1 y x_2) que están en proporción inversa a sus masas. *C* es el **centro de masa** del sistema de los dos carritos.

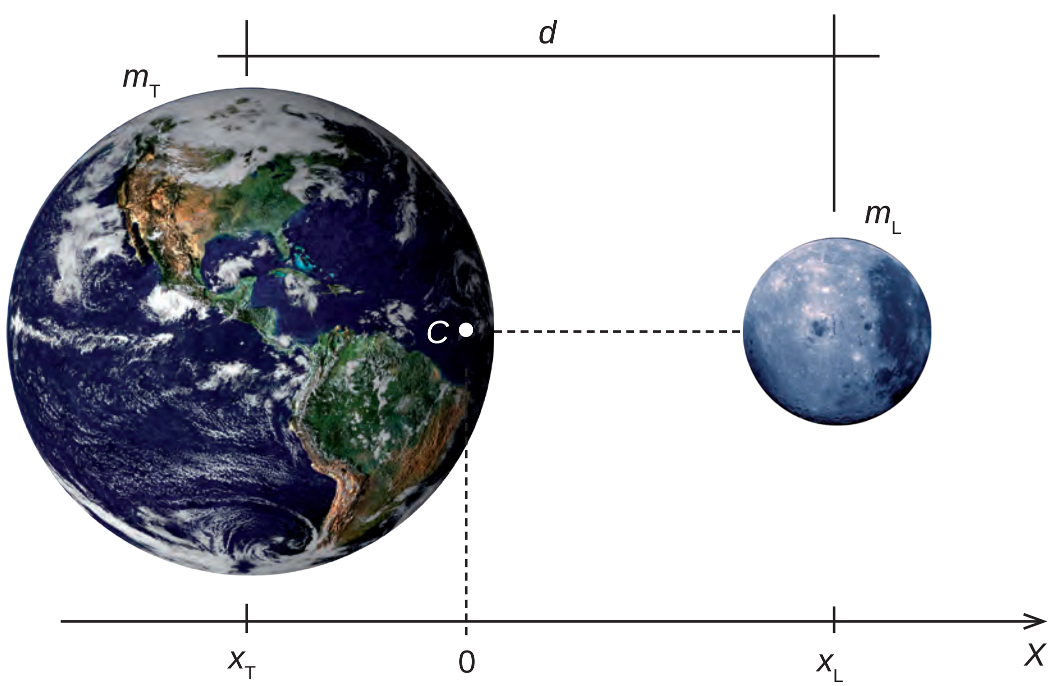


Se denomina centro de masa de un sistema de dos partículas al punto que divide la distancia que las separa en dos partes que están en proporción inversa a sus masas.

Nota que el centro de masa de un sistema es **un punto imaginario**, puede encontrarse en un lugar donde no hay cuerpo alguno, como en los casos del proyectil que ha explotado (Fig. 2.9), o el sistema de los dos carritos (2.10). Por otra parte, se localiza hacia la zona de mayor masa del sistema.

Ejemplo 2.16. ¿En qué lugar está el centro de masa del sistema formado por la Tierra y la Luna? La masa de la Tierra es unas 81 veces mayor que la de la Luna y la distancia media entre ellas 3.8×10^8 m.

A continuación mostramos un esquema (no realizado a escala) de la situación. Puesto que la masa de la Tierra es mayor que la de la Luna sabemos que el centro de masa debe estar en la línea que une sus centros, más próximo a la Tierra. Sin embargo, desconocemos exactamente dónde.



No obstante, si m_T y m_L son las masas se la Tierra y la Luna y x_L y x_T sus distancias al centro de masa, puede escribirse:

$$\frac{x_L}{x_T} = \frac{m_T}{m_L}$$

Y como $\dfrac{m_T}{m_L} = 81$

$$\frac{x_L}{x_T} = 81 \longrightarrow (1)$$

Por otra parte:

$$x_T + x_L = d \longrightarrow (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema de dos ecuaciones, donde las incógnitas son x_T y x_L.

Despejando x_L en (2):

$$x_L = d - x_T$$

Sustituyendo en (1):

$$\frac{d - x_T}{x_T} = 81$$

De aquí que:

$$d - x_T = 81x_T$$

$$d = 82x_T$$

$$x_T = \frac{d}{82} = \frac{3.8 \cdot 10^8 \text{ m}}{82} = 4.6 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Es decir, el centro de masa del sistema Tierra-Luna está en la línea que une sus centros, a 4.6 x 10^6 m del centro de la Tierra. Nota que este valor es menor que el radio de la Tierra (6.4 x 10^6 m), lo cual significa que el centro de masa del sistema está en el interior de la Tierra.

Cuando se trata de sistemas formados por muchos cuerpos, o de cuerpos que tienen forma irregular, puede resultar difícil ubicar su centro de masa, no obstante, es posible asegurar que, como en el caso de los dos carritos, o el ejemplo de la Tierra y la Luna, se encuentra hacia la zona de mayor masa.

El centro de masa de este bate no debe estar en su punto medio, sino algo desplazado hacia su extremo más grueso, pues hacia esa parte tiene mayor masa.

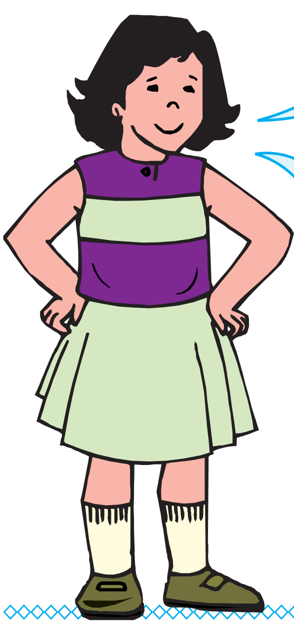
La masa de una pirámide se concentra hacia su base, por tanto su centro de masa debe estar más cerca de la base que del vértice.

¿Por qué al referirse al proyectil de la figura 2.9 en el texto se afirma que la fuerza de gravedad sobre el sistema es igual antes que después de la explosión, si después de ella se tienen tres partes en lugar de una?

El centro de masa de un sistema de partículas tiene una importantísima propiedad: **se mueve tal como si las fuerzas externas ejercidas sobre el sistema estuviesen aplicadas en ese punto y toda la masa concentrada en él**.

Así, en el ejemplo del proyectil que explota en tres fragmentos (Fig. 2.9), la fuerza externa ejercida sobre el sistema es la de gravedad. Nota que tanto ella como la masa del sistema son iguales antes y después de la explosión. Por eso el movimiento del centro de masa no se ve alterado por la explosión.

Por su parte, en el caso de los dos carritos que se separan (Fig. 2.10), ya sabes que aunque el sistema no está realmente aislado se comporta como si lo estuviera, es decir, como si no actuase fuerza externa sobre él. En consecuencia, como antes de la "explosión" el centro de masa estaba en reposo, después de ella continúa de ese modo.



¿Qué pasaría con el movimiento del centro de masa del sistema formado por los dos carritos de la figura 2.10, si antes de liberar el resorte se comunica al conjunto cierta velocidad?

El movimiento de cualquier sistema puede ser analizado como una combinación de dos movimientos: **el del sistema como un todo, el cual se describe por su centro de masa, y el de sus partes en relación con el centro de masa**. En el ejemplo de los carritos (Fig. 2.10), solo se tiene uno de estos dos movimientos, el de los carritos en relación al centro de masa. Por su parte, en el caso del proyectil que explota (Fig. 2.9) se tienen los dos movimientos.

Tanto en el ejemplo del proyectil (Fig. 2.9) como en el de los carritos (Fig. 2.10), cambian las distancias entre las partes del sistema, en otras palabras, los sistemas **se deforman**. Sin embargo, frecuentemente tratamos con movimientos de sistema que no se deforman, es decir **rígidos**, al menos a los efectos del fenómeno analizado. Un ejemplo común es el de cualquier cuerpo sólido lanzado al aire, digamos un bate (Fig. 2.11).

El movimiento de un cuerpo rígido también puede ser analizado como una combinación de dos movimientos: **el de su centro de masa y el de sus partículas respecto a él.** En tal caso este último movimiento consiste en la **rotación** del cuerpo alrededor de su centro de masa (2.11).

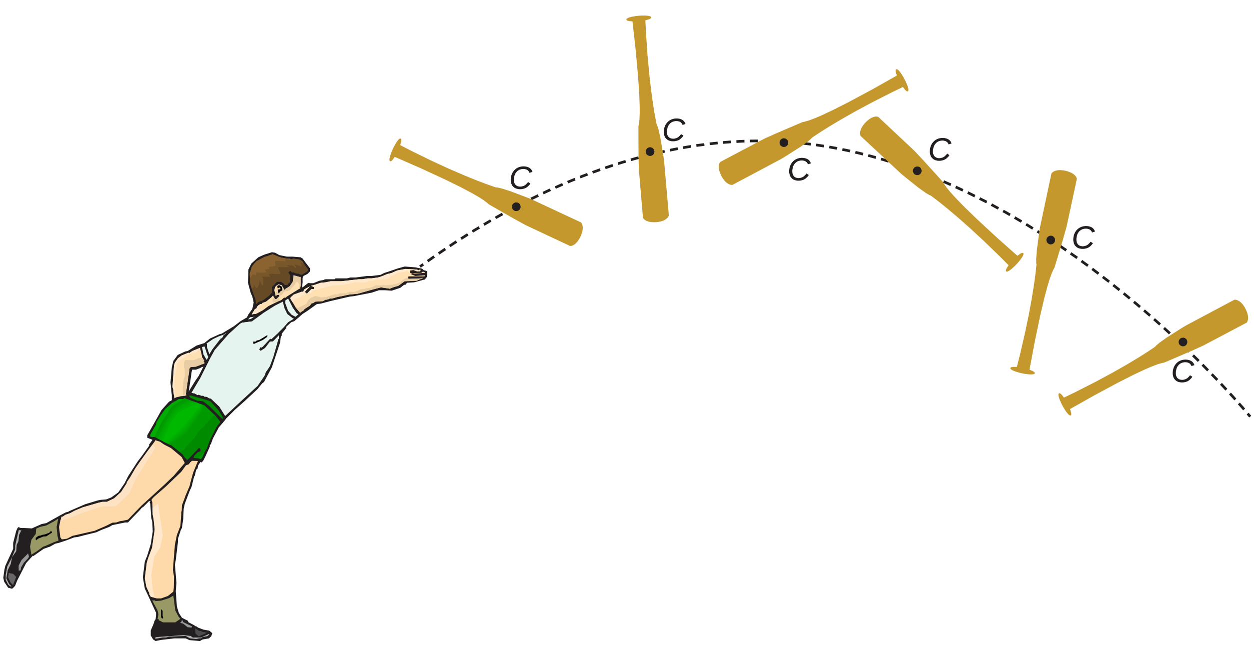
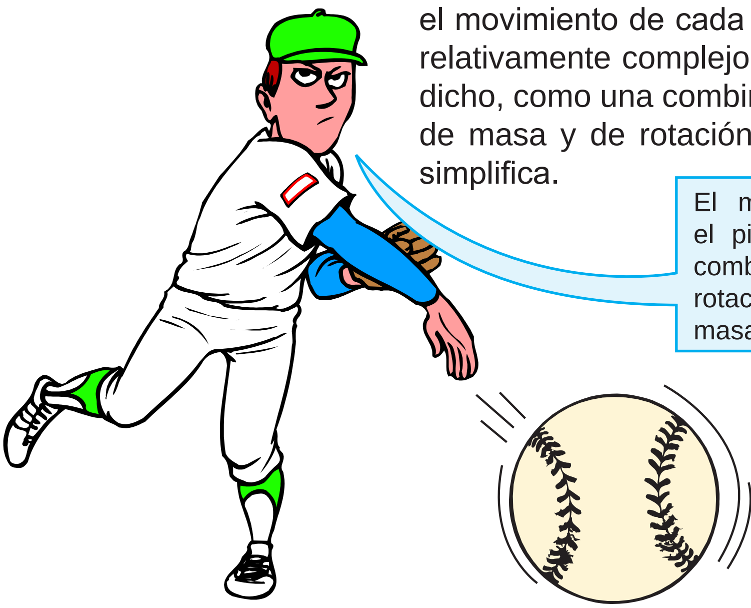


Fig. 2.11. Los diferentes puntos de un bate lanzado al aire realizan un movimiento complejo. Sin embargo, el análisis se simplifica al considerar el movimiento del bate como una combinación de traslación y rotación alrededor de su centro de masa.

De este modo, en general **es posible considerar el movimiento de un cuerpo rígido como una combinación de traslación del cuerpo como un todo y de rotación alrededor de su centro de masa**. Tal interpretación facilita el análisis de diversas situaciones. En efecto, observa que el movimiento de cada punto del bate de la figura 2.11 es relativamente complejo, pero al considerarlo como hemos dicho, como una combinación del movimiento de su centro de masa y de rotación alrededor de éste, su análisis se simplifica.



El movimiento de la pelota lanzada por el pitcher puede ser analizado como una combinación de traslación de la pelota y de rotación de ella alrededor de su centro de masa.

El sistema Tierra-Luna es aproximadamente rígido, ya que durante su movimiento la distancia entre nuestro planeta y la Luna cambia muy poco. El movimiento de la Tierra en torno al Sol puede ser interpretado como una combinación de dos movimientos: el del sistema Tierra-Luna alrededor del Sol y el de rotación de la Tierra en torno al centro de masa de dicho sistema. De modo que el movimiento de nuestro planeta respecto al Sol no es tan simple como habitualmente nos lo representamos.

Si el centro de masa del sistema Tierra-Luna se mueve alrededor del Sol y la Tierra rota en torno al centro de masa, ¿eso no significa que la Tierra realiza cierto movimiento de retroceso?

No, la velocidad de la Tierra en torno al centro de masa del sistema Tierra –Luna es muy pequeña comparada con la del propio centro de masa del sistema alrededor del Sol.

2.7. Actividades de sistematización y consolidación.

2.7.1. Sopa de letras.

N	M	A	B	Ó	C	H	O	Q	U	E	L	Ó	C	S	E	O	J
Z	M	M	Ñ	J	A	E	C	É	B	I	A	D	L	G	K	E	W
L	C	E	O	C	I	T	S	Á	L	E	N	I	Á	C	G	H	H
V	A	T	E	R	Í	G	I	D	O	Ó	O	F	O	T	Z	É	B
L	I	S	J	C	V	K	E	B	I	U	I	Q	C	Ñ	B	T	V
D	Ñ	I	Ó	S	S	K	U	C	D	P	S	Ú	I	J	I	Á	E
D	É	S	P	I	C	E	A	P	Ó	D	N	M	T	D	D	M	L
W	J	G	N	N	E	V	O	Y	P	K	E	Q	S	O	I	Z	Á
Z	A	Y	Ó	T	R	M	T	Á	Á	A	M	E	Á	D	M	G	S
Ñ	E	W	I	E	R	I	N	Z	Í	E	I	X	L	A	E	Ó	T
L	W	Ü	S	R	A	O	E	Q	P	É	D	T	P	L	N	D	I
Á	Á	N	I	N	D	N	I	N	Q	C	I	E	Q	S	S	M	C
P	O	B	L	A	O	M	M	B	E	Ñ	N	R	Y	I	I	R	O
C	P	D	O	K	P	P	I	Q	M	R	U	N	T	A	O	D	K
Ó	K	Y	C	U	É	Q	V	S	T	A	G	A	U	M	N	G	Í
G	Z	Z	L	D	Q	B	O	S	I	Ú	C	Í	J	H	A	N	F
A	O	S	Ú	V	F	C	M	X	I	K	U	X	A	Ü	L	O	Ü
S	O	A	V	O	V	I	S	O	L	P	X	E	E	A	J	Ú	T

Aislado
Bidimensional
Cambio
Cerrado
Choque
Colisión
Conservación
Elástico
Energía
Explosivo
Externa
Impulso
Inelástico
Interna
Ley
Movimiento
Plástico
Rígido
Sistema
Unidimensional

Escribe cada palabra en Wikipedia o en Encarta y da un vistazo a lo que encuentres.

2.7.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Producto de la masa del cuerpo y su velocidad.
2. Producto de una fuerza aplicada sobre un cuerpo y el intervalo de tiempo durante el cual actúa.
3. Es igual a la rapidez con que varía la cantidad de movimiento de un cuerpo.
4. Conjunto de elementos estrechamente relacionados entre sí, que aparece como una unidad relativamente independiente.
5. Fuerza ejercida sobre un sistema por algún cuerpo fuera de él.
6. Fuerzas ejercidas entre los cuerpos que forman un sistema.
7. Se dice de un sistema cuando no hay fuerzas externas aplicadas sobre él.
8. Afirma que los cuerpos de un sistema aislado pueden intercambiar cantidad de movimiento entre sí, pero que en total ésta se conserva.
9. Choque en el cual no varían otras propiedades de los cuerpos que no sean las relativas al movimiento.
10. Expresa que el impulso de una fuerza aplicada sobre un cuerpo es igual a la variación de su cantidad de movimiento.
11. Suma de las cantidades de movimiento de los cuerpos que integran un sistema.
12. Expresa que si las leyes de la Mecánica son válidas en relación a cierto cuerpo, entonces también lo son en relación a otro que se mueva con velocidad constante respecto al primero.
13. Interacción que tiene lugar en un pequeño intervalo de tiempo durante el cual no se examina lo que ocurre.
14. Choque en el cual se separan las partes del sistema.
15. Choque en que no se conserva la energía cinética total de los cuerpos que interaccionan.
16. Choque de dos cuerpos en el que después de la interacción ambos se mueven con igual velocidad.
17. Choque en que el movimiento de los cuerpos antes y después de la interacción se realiza en una misma dirección.
18. Punto utilizado para describir el movimiento de un sistema como un todo.
19. Cuerpo en el cual las distancias entre sus partículas no varían durante el fenómeno analizado.
20. Tipo de movimiento que puede realizar un cuerpo rígido respecto a su centro de masa.

( ) Aislado

( ) Cantidad de movimiento

( ) Cantidad de movimiento total

( ) Centro de masa de un sistema

( ) Choque explosivo

( ) Choque inelástico

( ) Choque o colisión

( ) Choque perfectamente elástico

( ) Choque totalmente inelástico o plástico

( ) Choque unidimensional

( ) Cuerpo rígido

( ) Fuerza externa

( ) Fuerza neta ejercida sobre un cuerpo

( ) Fuerzas internas

( ) Impulso de la fuerza

( ) Ley de conservación de la cantidad de movimiento

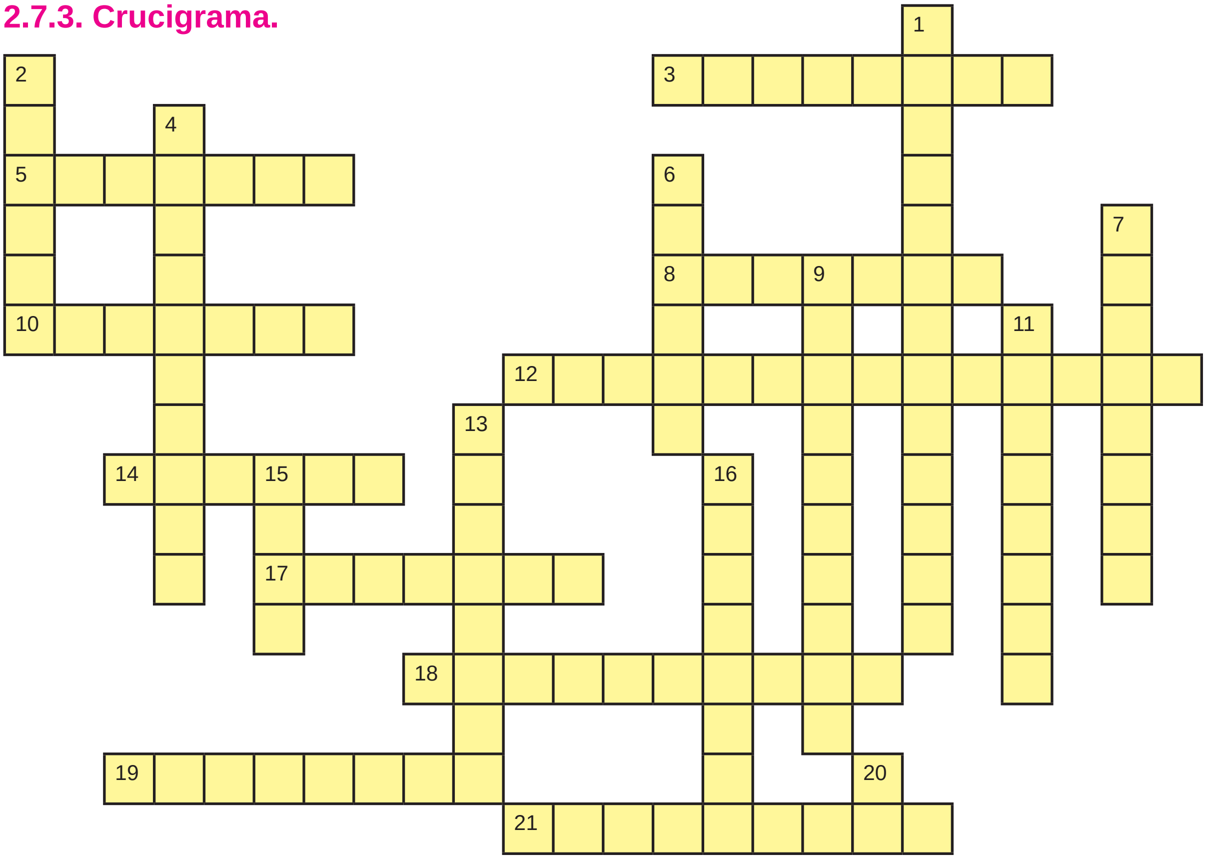
( ) Movimiento de rotación

( ) Principio de relatividad de Galileo

( ) Sistema

( ) Teorema del impulso y la cantidad de movimiento

2.7.3. Crucigrama.



Horizontales

3. Forma de energía que se conserva en un choque perfectamente elástico.
5. Magnitud de la cual depende la cantidad de movimiento de un haz de luz.
8. Científico con quien se asocia la idea de que si las leyes de la Mecánica son válidas en relación a cierto cuerpo, entonces también lo son en relación a otro que se mueva con velocidad constante respecto al primero.
10. Se dice de un sistema sobre el que no actúan fuerzas externas.
12. Se dice del choque cuando el movimiento de los cuerpos antes y después de la interacción tiene lugar en una misma dirección.
14. Magnitud, además de la fuerza, de la cual depende el impulso de una fuerza.
17. Conjunto de elementos estrechamente relacionados entre sí, que aparece como una unidad relativamente independiente.
18. Choque en el cual no se conserva la energía cinética total del sistema.
19. Adjetivo utilizado para caracterizar las fuerzas entre los cuerpos que forman un sistema.
21. Tipo de choque en el cual las partes del cuerpo se separan bruscamente.

Verticales

1. Se dice del choque cuando el movimiento de los cuerpos tiene lugar en un plano.
2. Rapidez con que varía la cantidad de movimiento de un cuerpo.
4. Tipo de movimiento que realiza el centro de masa de un sistema.
6. Se dice del cuerpo en el cual las distancias entre sus partículas no varían durante el fenómeno analizado.
7. Tipo de movimiento que realiza un cuerpo rígido respecto a su centro de masa.
9. Choque en el cual varían otras propiedades de los cuerpos además de las relativas al movimiento.
11. Interacción que tiene lugar en un pequeño intervalo de tiempo durante el cual no se examina lo que ocurre.
13. Se dice de las fuerzas ejercidas sobre el sistema por cuerpos que están fuera de él.
15. Una de las dos magnitudes de las que depende la cantidad de movimiento de un cuerpo.
16. Choque de dos cuerpos en el que después de la interacción ambos se mueven con igual velocidad.
20. Forma habitual de expresar la cantidad de movimiento de un cuerpo.

2.7.4. Actividades de repaso.

1. Comenzando con el concepto “impulso de una fuerza”, confecciona un diagrama que conecte y ramifique conceptos e ideas como los siguientes: cantidad de movimiento, fuerza, sistema, fuerza externa, fuerza interna.

2. Confecciona un diagrama que conecte y ramifique conceptos e ideas relacionados con el choque entre cuerpos.

3. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo. ¿En cuáles de ellas sería de interés profundizar?

4. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos de: a) impulso de una fuerza, b) cantidad de movimiento, c) sistema, d) fuerzas externas e internas, e) sistema aislado, f) choque, g) centro de masa de un sistema.

5. Interpreta: a) el teorema del impulso y la cantidad de movimiento, b) la ley de conservación de la cantidad de movimiento, c) el principio de relatividad de Galileo.

6. Dos cuerpos tienen iguales cantidades de movimiento. ¿Serán también iguales sus energías cinéticas? Argumenta tu respuesta.

7. Considera el movimiento de nuestro planeta en torno al Sol. ¿Cómo varía su cantidad de movimiento? ¿Qué fuerza provoca dicha variación? ¿Cuál es la variación de su cantidad de movimiento en un año?

8. ¿Puede ser cero el impulso de una fuerza en determinado intervalo de tiempo aún cuando ella no lo sea? Argumenta tu respuesta auxiliándote de ejemplos.

9. ¿Puede un sistema de partículas tener energía cinética aunque cuando su cantidad de movimiento total sea nula? Ilustra tu respuesta mediante ejemplos.

10. Un objeto atado al extremo de una cuerda se sitúa en el piso y se mueve haciéndolo describir una circunferencia. ¿De qué dependerá la rapidez con que varía su cantidad de movimiento, de v, de v^2, de v^3? Argumenta tu respuesta.

11. Dos carritos, uno de masa 1 kg y otro de masa 3 kg están en una mesa sobre la que pueden moverse sin rozamiento. Si sobre ellos se aplican iguales fuerzas durante un mismo intervalo de tiempo, ¿cuál de ellos adquiere mayor cantidad de movimiento?

12. Un carrito está en una mesa sobre la que puede moverse sin rozamiento. Compara la velocidad que adquiere en los casos que se disparan sobre él con iguales velo-

cidades: a) un proyectil que luego de impactar al carrito cae sobre la mesa y b) un proyectil de igual masa pero que choca elásticamente con el carrito.

13. Un automóvil va a cierta velocidad y choca contra un muro, quedando en reposo. Compara la variación de la cantidad de movimiento que experimenta el chofer y la fuerza media que recibe, en los siguientes casos: a) no utiliza cinturón de seguridad y la bolsa de aire no se activa, b) se activa la bolsa de aire, c) la bolsa no se activa, pero lleva puesto el cinturón de seguridad.

14. Considera las siguientes situaciones: a) un carrito que oscila sobre una mesa sujeto al extremo de un resorte, b) un péndulo que oscila en el aire. ¿Qué considerarías como sistema y cuáles serían las fuerzas internas y externas en cada caso?

15. Un sistema está aislado y todos sus componentes en reposo. ¿Es posible que al cabo de cierto tiempo sus componentes estén en movimiento? Argumenta tu respuesta e ilústrala utilizando ejemplos.

16. Al lanzar una pelota verticalmente hacia arriba adquiere cierta cantidad de movimiento, ¿significa esto que la cantidad de movimiento no se conserva? ¿Por qué al analizar la conservación de la energía mecánica durante el movimiento de la pelota, no es necesario tener en cuenta las variaciones de energía cinética de la Tierra?

17. Una granada que está en reposo explota. ¿Se conserva su energía cinética? ¿Y su cantidad de movimiento?

18. Un tirador dispara un arma con la culata de ésta apoyada en su hombro. Según la ley de conservación de la cantidad de movimiento el arma retrocede con una cantidad de movimiento de igual magnitud que la de la bala. ¿De qué depende entonces el gran daño que ocasiona la bala?

19. Dos cuerpos pueden moverse sin rozamiento sobre una superficie horizontal. Si uno está en reposo y el otro choca con él, ¿podrán quedar ambos en reposo después del choque? ¿y uno de ellos? Argumenta tus respuestas.

20. ¿Será posible un choque entre dos cuerpos en el cual se pierda toda la energía cinética de ellos? Argumenta tu respuesta.

21. Tres esferas perfectamente elásticas e idénticas están colgadas de hilos que tienen la misma longitud, unas junto a las otras, tocándose ligeramente entre sí. Las esferas de los extremos se separan en igual medida de la central y después se sueltan simultáneamente, por lo que al chocar con la central tienen igual valor de velocidad. ¿Qué sucede con las esferas después del choque?

22. Sostén una pelota de ping-pong apoyada encima de una bola de las utilizadas en los frascos de desodorante “roll-on”. Déjalas caer juntas al piso ¿Puedes explicar lo que sucede?

23. Una balsa está en reposo cerca de un atracadero. Una persona camina sobre ella hasta su extremo próximo al atracadero. La resistencia del agua al movimiento puede despreciarse. a) ¿Qué sucede con el centro de masa del sistema balsa-persona? b) Realiza un esquema que ilustre la situación antes y después de haber caminado la persona. c) ¿Cambia la distancia entre el hombre y el atracadero?

2.7.5. Ejercicios de repaso.

1. ¿Qué tendrá mayor cantidad de movimiento, una bala de rifle de masa 3.0 g y velocidad 750 m/s o una pelota de béisbol lanzada por un pitcher de las grandes ligas? Aporta tú mismo el resto de los datos necesarios para responder.

2. Un automóvil incrementa su velocidad de 20 km/h a 80 km/h. ¿Cuánto aumentan: a) su cantidad de movimiento, b) su energía cinética.

   Respuesta: a) 4 veces, b) 16 veces

3. Considera un glaciar de 10^{12} kg moviéndose a 10^{-5} m/s. a) ¿Cuáles son su cantidad de movimiento y energía cinética? b) ¿Cuántos automóviles de 2000 kg moviéndose a 180 km/h igualarían la cantidad de movimiento del glaciar? c) ¿Qué masa debería tener un carrito que se mueve a 5 m/s para igualar su energía cinética?

   Respuesta: a) 10^7kg. m / s, 50 J, b) 100, c) 4 kg

4. Un karateka golpeó un bloque con su mano a una velocidad de 10 m/s. Si el bloque detuvo la mano luego de 0.010 s de haber hecho contacto con él, ¿cuál fue la fuerza media ejercida por el karateka? Considera que la masa de su mano era de 520 g.

   Respuesta: 5.2×10^2 N

5. Una bola cuya masa es 15 g se deja caer al piso desde una altura de 1.00 m. Considera que el módulo de su velocidad al rebotar es el mismo que al chocar y que la duración del choque es 1.0 ms. a) ¿Qué fuerza media actuó sobre la bola durante el choque? b) Compara dicha fuerza con su peso.

   Respuesta: a) 1.3×10^2 N, b) 9.0×10^2 veces mayor que su peso

6. Desde una misma altura se dejan caer al suelo una bola de goma y otra de plastilina de masa doble que la de goma. La de plastilina no rebota y la de goma lo hace prácticamente hasta el punto de partida. Considera que el intervalo de tiempo que dura el choque es el mismo en ambos casos y compara la fuerza media ejercida por el piso sobre cada bola.

   Respuesta: Aproximadamente iguales

7. Se efectuó un disparo de rifle contra un saco de arena. La bala, de masa 8.0 g, impactó el saco a 960 m/s y penetró en él 50 cm. Considera que la fuerza de frenado que actuó sobre la bala era constante. a) ¿Cuál era su valor? b) ¿En qué tiempo se detuvo la bala?

Respuesta: a) 7.4 x 10^3 N, b) 1.0 x 10^{-3} s

8. Dos carritos están en una mesa sobre la que pueden moverse sin rozamiento. El carrito 1 tiene doble masa que el 2. Sobre ellos se aplican iguales fuerzas durante un mismo intervalo de tiempo. Compara: a) sus velocidades, b) cantidades de movimiento y c) energías cinéticas que adquieren.

Respuesta: a) $v_2 = 2v_1$, b) $p_2 = p_1$, c) $E_{c2} = 2E_{c1}$

9. Dos carritos se colocan en una mesa sobre la que pueden moverse sin rozamiento y se sujetan comprimiendo un resorte entre ellos. El carrito 1 tiene doble masa que el 2. De pronto se sueltan. a) Compara las velocidades, cantidades de movimiento y energías cinéticas que adquieren, b) ¿Cómo serían las respuestas si la masa del carrito 1 fuese mucho mayor que la del 2?

Respuesta: a) $v_2 = 2v_1$, $p_2 = p_1$, $E_{c2} = 2E_{c1}$; b) $v_2 >> v_1$, $p_2 = p_1$, $E_{c2} >> E_{c1}$

10. Un bloque de 1.0 kg se deja caer sobre una plataforma de 2.0 kg que se mueve sin rozamiento sobre una mesa horizontal a 0.60 m/s. ¿Cuál es la nueva velocidad de la plataforma?

Respuesta: 0.40 m/s

11. Sobre una embarcación de 160 kg que está en reposo con su proa apuntando a la orilla, comienza a caminar una persona de 70 kg desde la proa hacia la popa, a 0.80 m/s respecto a la embarcación. ¿Cuáles son las velocidades de la embarcación y de la persona respecto a la orilla? Desprecia la resistencia del agua al movimiento.

Respuesta: a) 0.24 m/s hacia la orilla, 0.56 m/s alejándose de la orilla

12. Se estima que el *Meteor Crater* de Arizona (¡alrededor de 1.2 km de diámetro y 180 m de profundidad!) fue originado por el choque de un meteorito de 5 x 10^{10} kg que impactó nuestro planeta a 7 km/s. a) ¿Qué velocidad comunicaría a la Tierra en caso de haberla impactado moviéndose en su misma dirección y sentido? b) Qué cantidad de energía se habría transformado de cinética en otras formas?

Respuesta: a) 6 x 10^{-11} m/s ≈ 0, b) 1 x 10^{18} J

13. Una pelota con velocidad de 5.0 m/s relativa a la carretera choca contra un vehículo que viaja a 60 km / h en la misma dirección al encuentro de la pelota. Suponiendo que el choque es perfectamente elástico, ¿con qué velocidad rebota la pelota? ¿Cómo se explica el cambio de energía cinética que experimenta?

Respuesta: 38 m/s = 1.4 x 10^2 km / h

14. Un muchacho de masa 30 kg va en una plataforma de 10 kg a 1.0 m/s. Determina la velocidad de la plataforma cuando el muchacho salta de tal modo que al tocar el suelo la componente horizontal de su velocidad es: a) igual a la velocidad de la plataforma, b) nula, c) el doble de la velocidad de la plataforma. Desprecia el rozamiento.

Respuesta: a) 1.0 m/s, b) 4.0 m/s, c) -2.0 m/s

15. Un proyectil que vuela con velocidad de 15 m/s explota en dos fragmentos, de masas 6,0 kg y 14 kg. El fragmento de mayor masa tiene una velocidad de 24 m/s, en la misma dirección y sentido que llevaba el proyectil antes de explotar. ¿Cuál es la velocidad (magnitud, dirección y sentido) del otro fragmento, inmediatamente después de la explosión?

Respuesta: 6.0 m/s en sentido opuesto a la velocidad que tenía el proyectil justamente antes de explotar.

16. Un bloque de plastilina de masa 150 g cuelga de hilos. Contra el bloque se dispara horizontalmente una munición de masa 1.0 g. ¿Qué velocidad tenía la munición al chocar con el bloque si éste se elevó 2.2 cm por encima de su posición de equilibrio?

Respuesta: 99 m/s

17. Un vagón de ferrocarril de 3.0×10^4 kg se mueve a 2.0 m/s y choca con otro de igual masa que está en reposo. Calcula las velocidades de los vagones si, a) quedan enganchados, b) chocan elásticamente. c) ¿Cuánta energía cinética se pierde en el primer caso?

Respuesta: a) 1.0 m/s, b) el incidente queda en reposo y el otro sale a 2.0 m/s, c) 7.5×10^3 J

18. Una moneda choca de forma perfectamente elástica a 2,2 m/s con otra en reposo y sale en una dirección que forma 60° con la inicial. Halla las velocidades de cada moneda justamente después del choque (valor y dirección).

Respuesta: v_{incid} = 1.1 m/s; v_{blanco} = 1.9 m/s, formando 30º con la dirección inicial de la incidente

19. Un niño y un joven de 60 kg están sobre sus patinetas sosteniendo los extremos de una larga cuerda. Comienzan a recoger la cuerda y se mueven uno hacia el otro hasta tocarse. Si el joven recorrió 2.1 m y el niño 3.6 m, ¿cuál era la masa del niño? Desprecia las masas de las patinetas y el rozamiento.

Respuesta: 35 kg

3

EQUILIBRIO MECÁNICO DE LOS CUERPOS

3. Equilibrio mecánico de los cuerpos.

Ya sabes que las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo en reposo pueden provocar su **traslación**, **rotación** y **deformación**. En esta unidad trataremos con cuerpos que es posible considerar como **rígidos**, es decir, que no se deforman bajo la acción de fuerzas. El análisis de las condiciones en que tales cuerpos se mantienen en reposo (sin trasladarse ni rotar) es de gran importancia no solo en Física, sino también en ingeniería y arquitectura, especialmente al diseñar y construir edificaciones e instalaciones (Fig. 3.1). De los cuerpos que permanecen en reposo aún cuando estén aplicadas fuerzas sobre ellos se dice que se encuentran en **equilibrio mecánico**.

Pese a que el reposo es probablemente el caso de equilibrio mecánico de mayor interés práctico, no es el único posible, un cuerpo en movimiento también pudiera estar en equilibrio. Por eso, cuando el equilibrio se refiere a cuerpos en reposo se llama **equilibrio estático**.

Ejemplifica otras situaciones diferentes a las mencionadas en el del texto en las que sea importante tener en cuenta las condiciones del equilibrio mecánico.

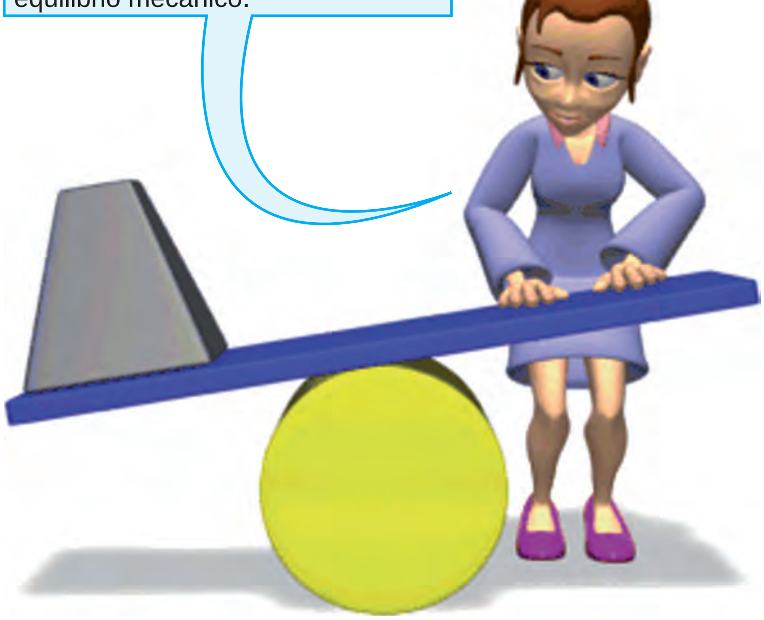


Fig. 3.1. El análisis de las condiciones en que los cuerpos permanecen en reposo (sin trasladarse ni rotar) es de gran importancia en ingeniería y arquitectura.

Aunque comúnmente no nos percatamos de ello, al emplear nuestros brazos, piernas y otras partes del cuerpo, o al valernos de instrumentos y máquinas, estamos poniendo en práctica las condiciones para el equilibrio mecánico (Fig.3.2).

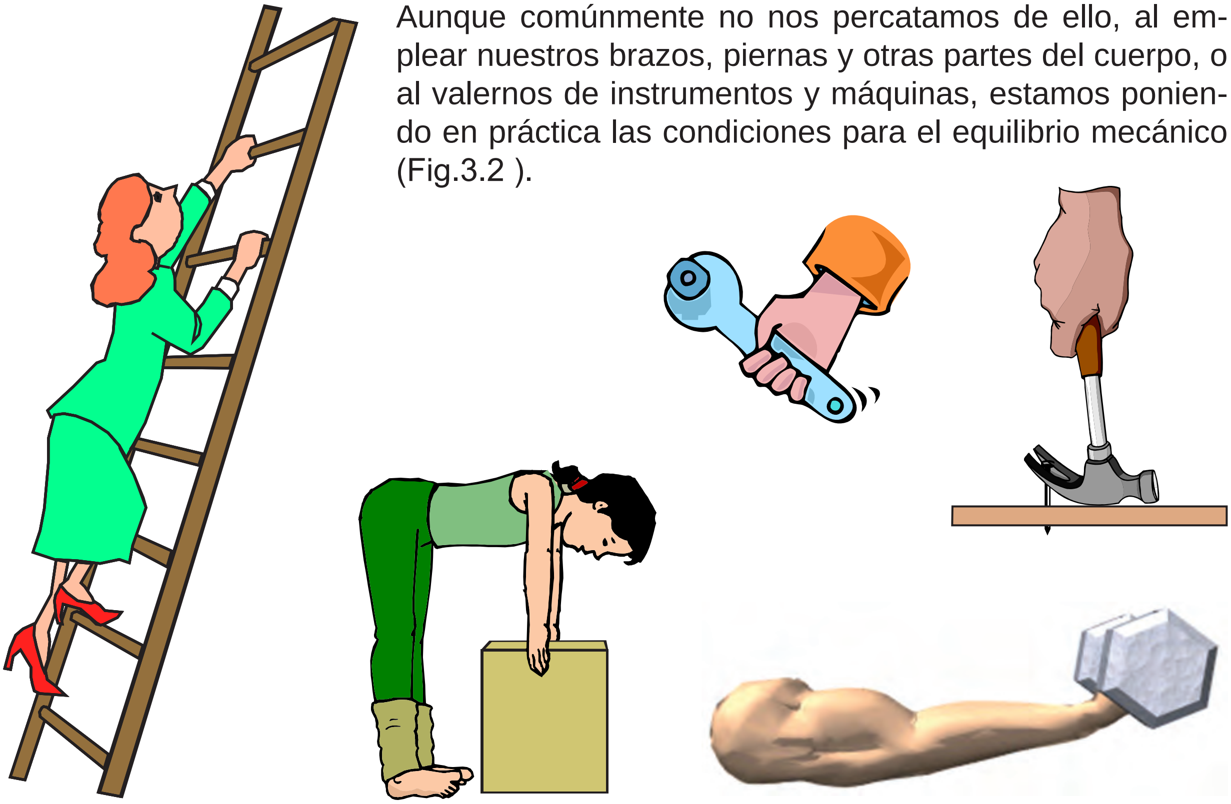


Fig. 3.2. Al emplear diversas partes de nuestro cuerpo, o valernos de ciertos instrumentos, ponemos en práctica las condiciones del equilibrio mecánico.

Lo dicho anteriormente explica el interés que posee el estudio de esta tercera unidad. En ella intentaremos responder las siguientes preguntas clave:

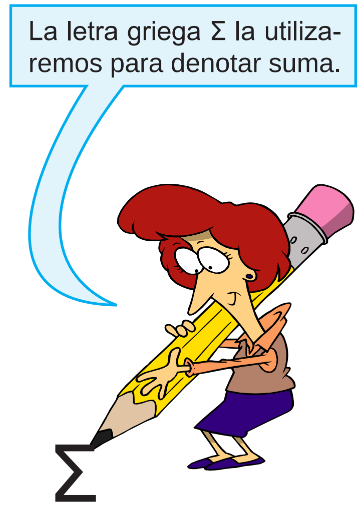
¿Qué condiciones se requieren para que un cuerpo esté en equilibrio de traslación y de rotación? ¿Cuáles son algunas de las aplicaciones prácticas de dichas condiciones?

Comenzaremos con la condición para el equilibrio de traslación.

3.1. Equilibrio de traslación.

En realidad con la condición para que un cuerpo esté en **equilibrio de traslación** ya te has relacionado. Por eso aquí solo profundizaremos en ella y analizaremos algunas aplicaciones prácticas de interés.

En la unidad anterior vimos que, en general, el movimiento de un cuerpo rígido puede ser analizado como una combinación de dos movimientos: de traslación del cuerpo como un todo (movimiento de su centro de masa) y de rotación (movimiento de sus porciones alrededor del centro de masa).



Para que un cuerpo que está en reposo no se traslade, es decir, para que su centro de masa permanezca en reposo, se requiere, como sabes, que la suma de las fuerzas aplicadas sobre él sea nula. Y es ésta precisamente la condición de equilibrio de traslación:

Un cuerpo está en equilibrio de traslación si la suma de todas las fuerzas aplicadas sobre él es nula.

$$\boxed{\Sigma\vec{F} = 0}$$

Como las fuerzas son magnitudes vectoriales, entonces que la suma de ellas sea nula significa que también lo será la suma de sus componentes según tres ejes mutuamente perpendiculares, *X*-*Y*-*Z*.

$$\boxed{\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{y} \quad \Sigma F_z = 0}$$

En las situaciones que examinaremos, las fuerzas ejercidas sobre los cuerpos serán coplanarias, es decir, estarán en un mismo plano, por lo que solo nos referiremos a las componentes de las fuerzas en dos ejes, *X* y *Y*.

Si la suma de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es nula, la aceleración de su centro de masa también lo es, pero esto no necesariamente implica que el cuerpo esté en reposo, pudiera moverse con velocidad constante. Así, la suma de las fuerzas que actúan sobre un carrito que se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme sobre una mesa es nula y, por eso, aunque el carrito esté en movimiento se encuentra en **equilibrio de traslación** (Fig. 3.3). Cuando el carrito está en reposo el equilibrio es **estático**.

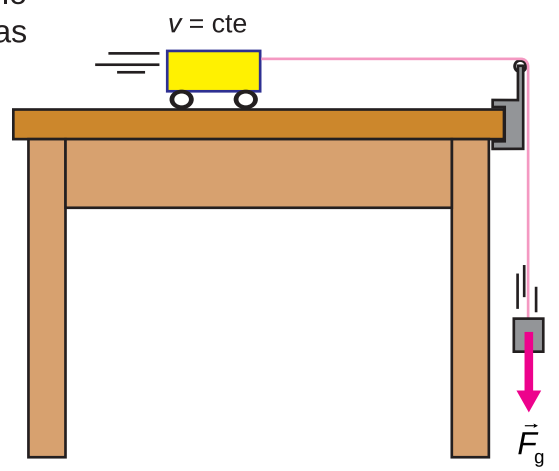


Fig. 3.3. El carrito se encuentra en equilibrio de traslación porque la suma de las fuerzas aplicadas sobre él es nula: la fuerza ejercida por el hilo es compensada por la fuerza de rozamiento.

A los efectos de la traslación, los puntos del cuerpo donde están aplicadas las fuerzas no tienen importancia, por ejemplo, en la figura 3.3 el hilo que tira del carrito pudiera haberse atado más abajo. Incluso el resultado sería idéntico si en lugar de tirar del carrito se empujara por el lado opuesto con una fuerza de la misma magnitud. Esto se explica porque, según vimos en la unidad anterior, el centro de masa de un sistema se mueve (y por tanto el cuerpo como un todo se traslada) **como si las fuerzas ejercidas sobre el sistema estuviesen aplicadas en su centro de masa**, independientemente de los puntos donde realmente lo están.

Un ejemplo de lo anterior, de especial interés, es el de la fuerza de gravedad ejercida sobre los cuerpos. En realidad, ella actúa sobre todas y cada una de las partículas que los constituyen (Fig. 3.4). Pese a ello, representamos la fuerza de gravedad como una fuerza única. Esto se debe a que, de acuerdo con lo dicho en el párrafo anterior, los cuerpos se comportan como si todas las fuerzas de atracción gravitatoria ejercidas sobre cada una de sus partículas estuviesen aplicadas en el centro de masa. La fuerza de gravedad que habitualmente dibujamos en un punto del cuerpo representa, en verdad, la suma de las ejercidas sobre cada una de sus partículas:

$$\vec{F}_{\mathrm{g}} = m_1\vec{g} + m_2\vec{g} + m_3\vec{g} + \cdots = (m_1 + m_2 + m_3 + \cdots)\vec{g} = M\vec{g}$$

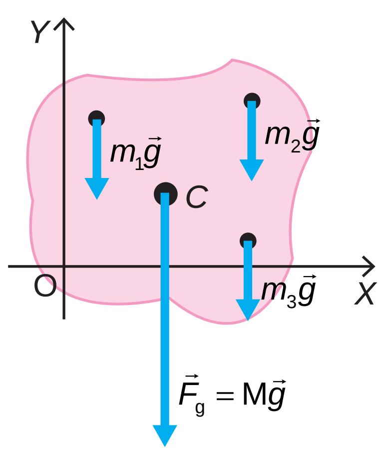
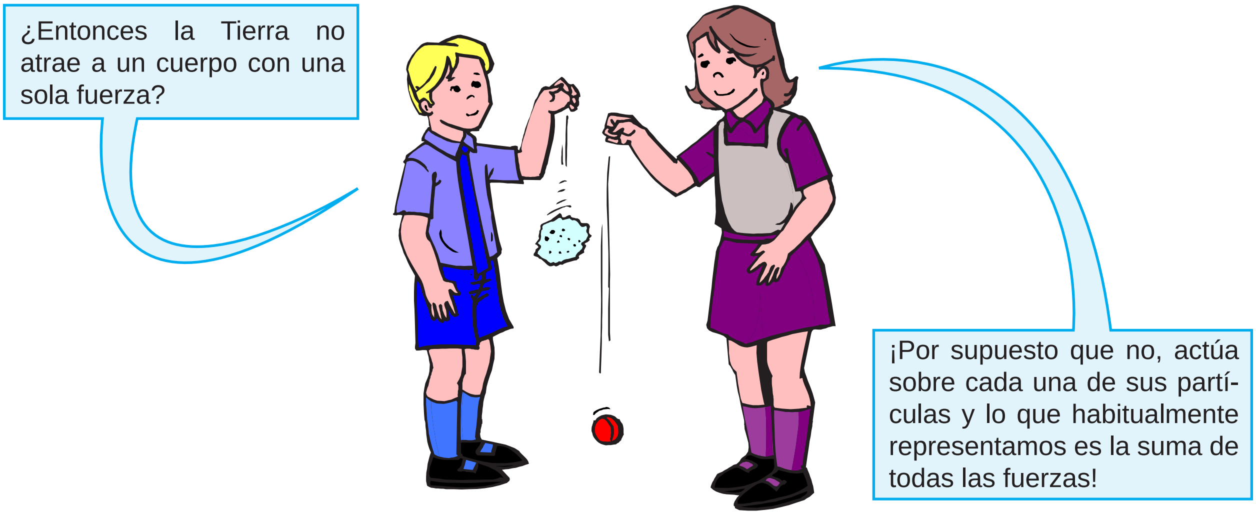
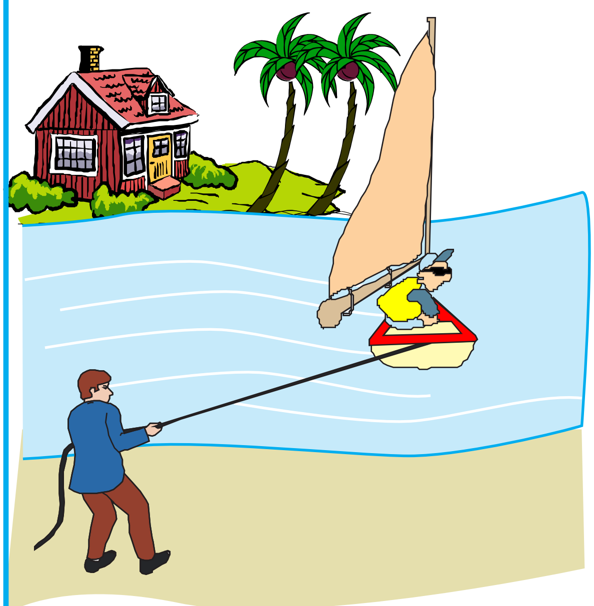


Fig. 3.4. La fuerza de atracción gravitatoria de la Tierra actúa sobre cada una de las partículas de los cuerpos. La fuerza única que habitualmente se dibuja, representa la suma de todas esas fuerzas.

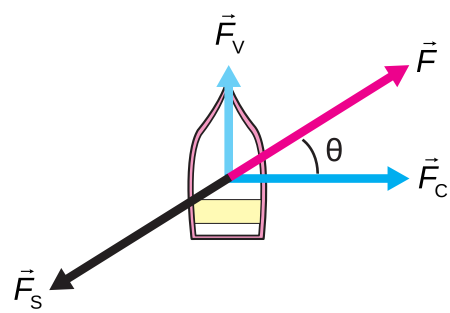


Ejemplo 3.1. Sobre una bote de vela en un río actúan, la corriente del agua de oeste a este con una fuerza de 150 N y un viento de sur a norte con una fuerza de 100 N. ¿Con qué fuerza es necesario tirar de una soga atada al bote para mantenerlo en reposo?



Para que el bote permanezca en reposo se requiere que la suma de las fuerzas que actúan sobre él sea nula:

Encontremos la resultante $\vec{F}$ de las fuerzas de la corriente, $\vec{F}_C$, y del viento, $\vec{F}_V$. Para ello empleamos la regla del paralelogramo:



Para mantener al bote en reposo se requiere tirar de la soga con una fuerza $\vec{F}_S$ de igual magnitud que $\vec{F}$, pero opuesta.

La magnitud de la fuerza $\vec{F}$ puede calcularse utilizando el teorema de Pitágoras:

$$F = \sqrt{F_C^2 + F_V^2} = \sqrt{(150\ \text{N})^2 + (100\ \text{N})^2} = 180\ \text{N}$$

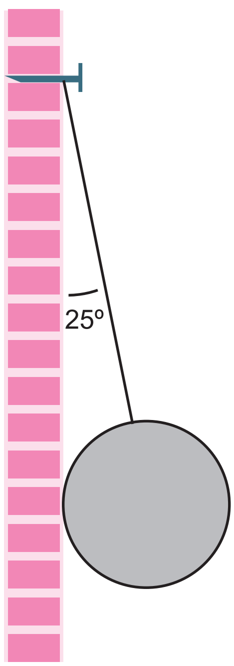
El ángulo θ representado en la figura viene dado por:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_V}{F_C}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{100\ \text{N}}{150\ \text{N}}\right) = 34^o$$

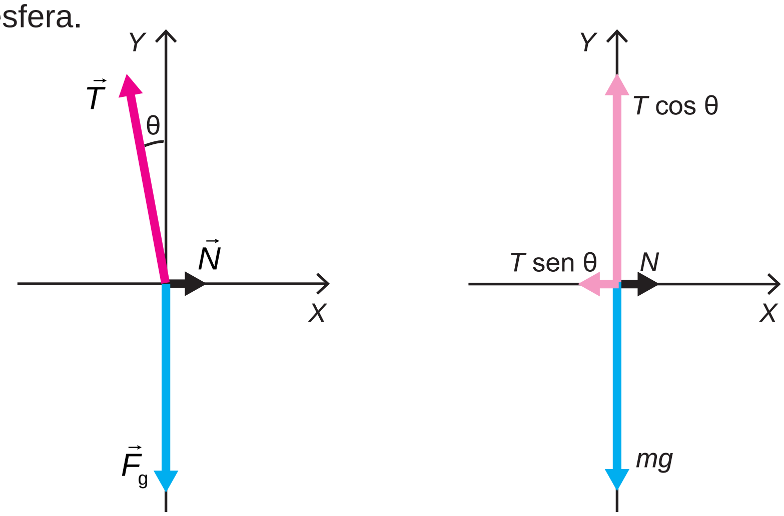
Por consiguiente, la soga forma con la dirección de la corriente un ángulo de:

180º +34º = 214º

Ejemplo 3.2. Una esfera de masa 2.00 kg cuelga de un cordel sujeto a una pared lisa, como se muestra en la figura. Determina: a) la tensión del cordel, b) la fuerza ejercida por la esfera sobre la pared.



Como la esfera está en reposo, la suma de las fuerzas que actúan sobre ella es nula. Estas fuerzas son: la de gravedad $\vec{F}_g$, la tensión del cordel $\vec{T}$ y la ejercida por la pared $\vec{N}$. Esta última es perpendicular a la pared, pues no se considera el rozamiento. Todas estas fuerzas pueden suponerse aplicadas en el centro de masa de la esfera, que coincide con su centro geométrico. A continuación se han representado dichas fuerzas en un sistema de ejes *X*-*Y*, con origen en el centro de la esfera.



a) Como la suma de las fuerzas aplicadas sobre la esfera es nula, la de sus componentes según los ejes *X* y *Y* también lo son.

Por consiguiente, para las componentes según el eje *Y* se tiene:

$$T\cos\theta - mg = 0$$

de donde:

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{(2.00\ \text{kg})\left(9.8\ \dfrac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{\cos 25^o} = 21.6\ \text{N}$$

Observa que la tensión es algo mayor que si la esfera no estuviese apoyada en la pared, ni por tanto el cordel inclinado. En ese caso el valor de la tensión simplemente sería igual al peso de la esfera:

$$F_g = mg = (2.00 \text{ kg})\left(9.8 \ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 19.6 \text{ N}$$

b) La suma de las componentes según el eje X de las fuerzas aplicadas sobre la esfera es:

$$N - T \operatorname{sen}\theta = 0$$

de donde:

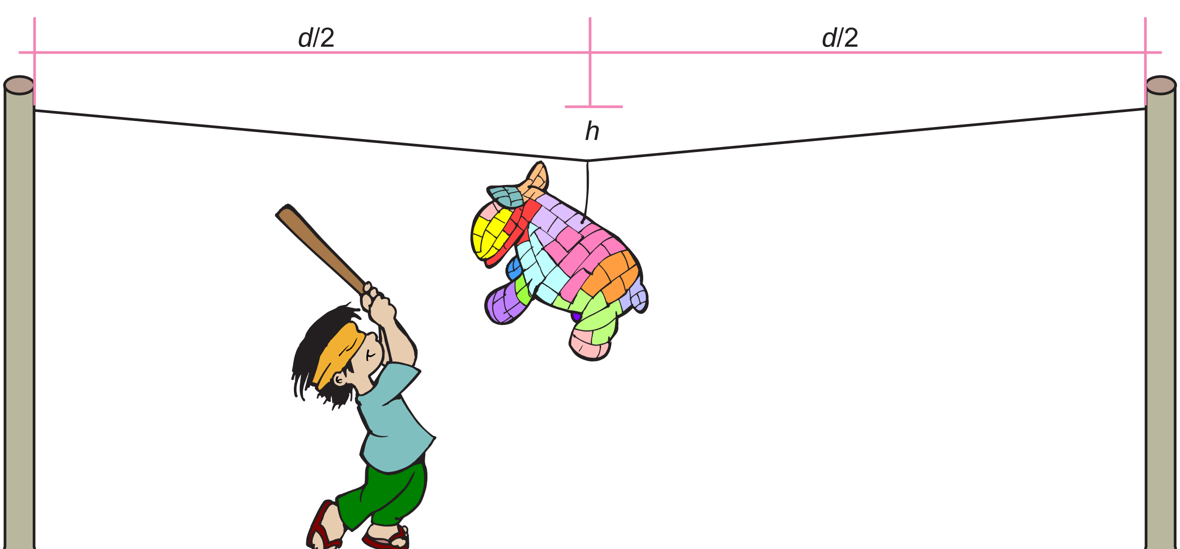
$$N = T \operatorname{sen}\theta = (21.6 \text{ N})(\operatorname{sen} 25^{\circ}) = 9.1 \text{ N}$$

Este es el valor de la fuerza ejercida por la pared sobre la esfera, pero de acuerdo con la tercera ley de Newton también es el de la ejercida por la esfera sobre la pared.

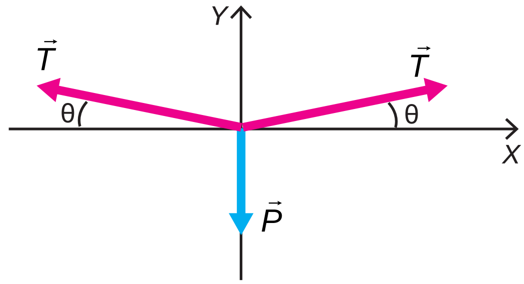
Te dejamos como tarea que encuentres otra variante diferente a la anterior para hallar N.

Ejemplo 3.3. Un cable se fija por sus extremos entre dos paredes, bien estirado de modo que quede horizontal. Al colgar de su punto medio un cuerpo de 1.7 kg, dicho punto descendió 5.2 cm. Determina la fuerza ejercida por el cable sobre las sujeciones en las paredes. La distancia entre éstas es 10.4 m.

A continuación se representa la situación descrita. En el esquema, d es la distancia entre las sujeciones en las paredes y h lo que desciende el punto medio del cable al colgar el cuerpo de él.



Como el punto del cual cuelga el cuerpo está en reposo, la suma de las fuerzas aplicadas en él debe ser nula. En el diagrama siguiente se han representado un sistema de coordenadas *X*-*Y* con origen en el punto del que cuelga el cuerpo y las fuerzas ejercidas sobre dicho punto.



La suma de las componentes de las fuerzas sobre el eje *Y* es:

$$T\,sen\,\theta + T\,sen\,\theta - P = 0$$

Nota que hemos considerado que a cada lado del punto del cual cuelga la carga la tensión del cable tiene la misma magnitud, *T*. ¿Sería cierto esto si el cuerpo no colgara a la mitad de la distancia entre las paredes? Argumenta tu respuesta.

La fuerza $\vec{P}$ ejercida por la cuerda de la cual cuelga el cuerpo es numéricamente igual a la fuerza de gravedad sobre éste, o sea: $P = mg$. Por consiguiente, la ecuación anterior queda:

$$2T\,sen\,\theta - mg = 0$$

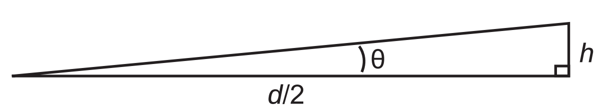
de aquí que:

$$T = \frac{mg}{2\,sen\,\theta}$$

Los valores de *m* y *g* se conocen, pero el de sen θ es necesario hallarlo. Debes prestar atención al hecho de que cuando el cuerpo se cuelga del cable la longitud de éste, aunque ligeramente, aumenta.

Una de las variantes más rápidas para calcular sen θ consiste en hallar primero θ a partir de la tangente del ángulo:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{h}{\frac{d}{2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2h}{d}\right)$$



donde $d = 10.4$ m y $h = 5.2$ cm $= 5.2 \times 10^{-2}$ m

Luego se calcula sen θ = 0.010

Si se emplea una calculadora, estos dos pasos pueden hacerse uno inmediatamente a continuación del otro en la propia calculadora.

Nota que el seno del ángulo es muy pequeño. Ello se debe a que en la situación analizada la distancia *h* que desciende el punto del cual cuelga el cuerpo (5.2 cm) es insignificante comparada con su distancia a la pared ($L/2$ = 5.2 m). Puedes comprobar que θ es de tan solo 0.57º.

En realidad, en este caso no era necesario emplear una calculadora para hallar el seno del ángulo. Cuando el ángulo es muy pequeño, el seno y la tangente son aproximadamente iguales, por lo que simplemente se tiene: $\operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta = 2h/d$. Pero recuerda que esto solo se cumple si el ángulo es muy pequeño.

Sustituyendo los valores en la expresión de T:

$$T = \frac{mg}{2\operatorname{sen}\theta} = \frac{(1.7\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{Kg}}\right)}{2(0.010)} = 8.3\times10^{2}\ \text{N}$$

Esta fuerza es relativamente grande, corresponde al peso de un cuerpo de unos 85 kg. Si se pretende que el cable descienda aún menos de 5.2 cm al colgar el cuerpo, entonces la tensión, y por tanto la fuerza ejercida sobre las sujeciones en los extremos del cable, tendría que ser todavía mayor. En realidad, por tenso que fijemos el cable resultará imposible que no descienda algo al colgar un cuerpo de él.

3.2. Equilibrio de rotación.

Ya sabes que si sobre un cuerpo rígido que está en reposo actúan fuerzas, el único efecto posible no es su traslación, también puede rotar (Fig. 3.4). Acabamos de examinar la condición de equilibrio para la traslación y ahora centraremos la atención en la del equilibrio de rotación. De modo que esta vez la pregunta clave será:

¿Qué condición se requiere para que un cuerpo esté en equilibrio de rotación?

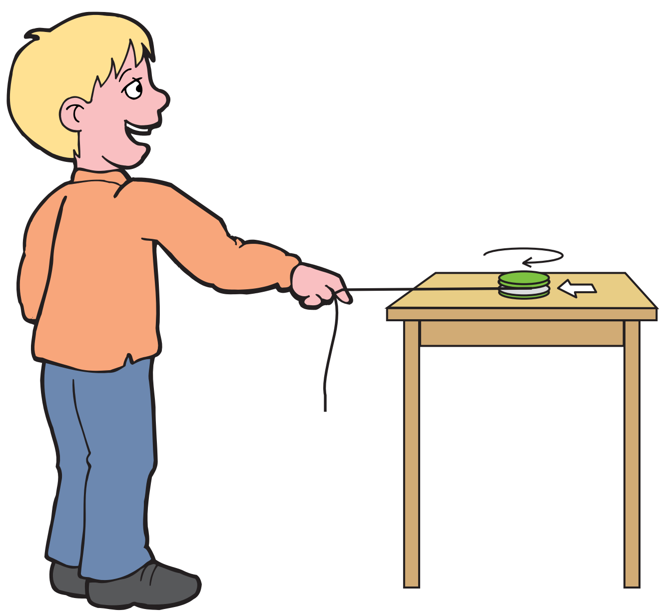


Fig. 3.4. La fuerza aplicada sobre el yoyo apoyado en una superficie lisa provoca no solo su traslación, sino también su rotación.

3.2.1. Momento y brazo de una fuerza.

A diferencia de la traslación, **para la rotación son importantes los puntos del cuerpo donde están aplicadas las fuerzas**. Una sencilla experiencia evidencia esto. Si colocas una regla sobre una superficie horizontal bien lisa y con la punta de un dedo aplicas fuerzas sobre diversos puntos de ella, fácilmente podrás apreciar que en unos casos rota en un sentido (Fig. 3.5 a), en otros en sentido contrario (Fig. 3.5b) y en otros más, simplemente se traslada sin rotar (Fig. 3.5 c y d).

Pero **el efecto de la fuerza también depende de su dirección y sentido**. Presta atención al hecho de que en los casos c) y d) de la figura 3.5, en los cuales la regla no rota, **las líneas según las direcciones de las fuerzas (comúnmente denominadas líneas de acción de las fuerzas), pasan por el centro de masa**. En tales casos las fuerzas no tienen efecto sobre la rotación del cuerpo alrededor del centro de masa, sino solo sobre su traslación.

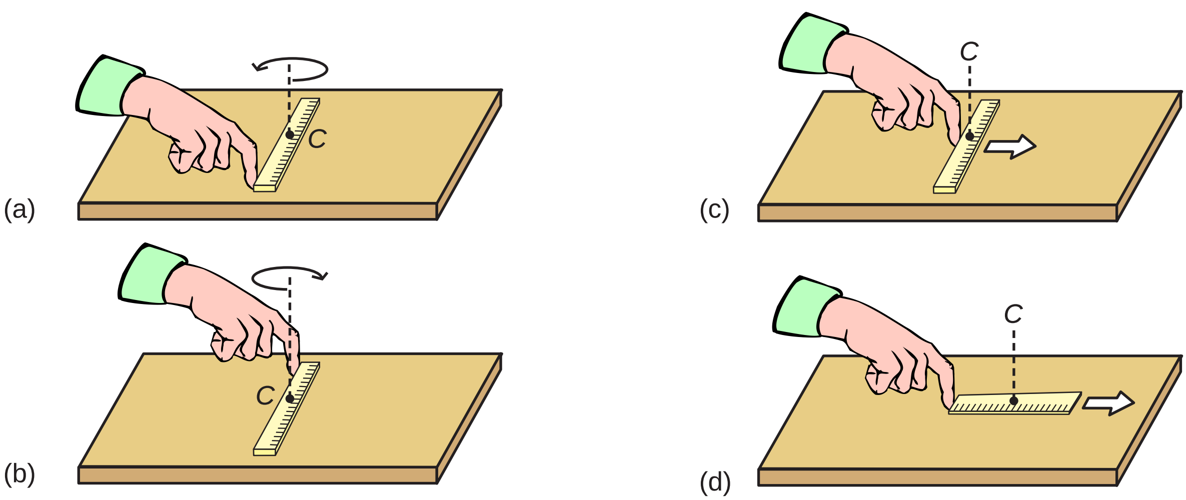


Fig. 3.5. El efecto de la fuerza aplicada sobre una regla depende del punto donde está aplicada, así como de su dirección y sentido.

Para concentrarnos en la condición de equilibrio de rotación, en lo que sigue examinaremos el caso en que el cuerpo no puede trasladarse, sino únicamente rotar.

A fin de simplificar el análisis, consideraremos que la rotación es posible solo alrededor de **determinado eje fijo** y que **las fuerzas aplicadas están en un plano perpendi-**

cular al eje. En muchísimas situaciones prácticas se cumplen estas condiciones. Por ejemplo, una puerta no puede rotar de cualquier modo, sino solo alrededor de un eje que pasa por sus bisagras, es decir, en torno a un eje fijo (Fig. 3.6). Por otra parte, las fuerzas aplicadas paralelamente al eje fijo no producen efecto sobre la rotación, por lo que no tiene interés considerarlas.

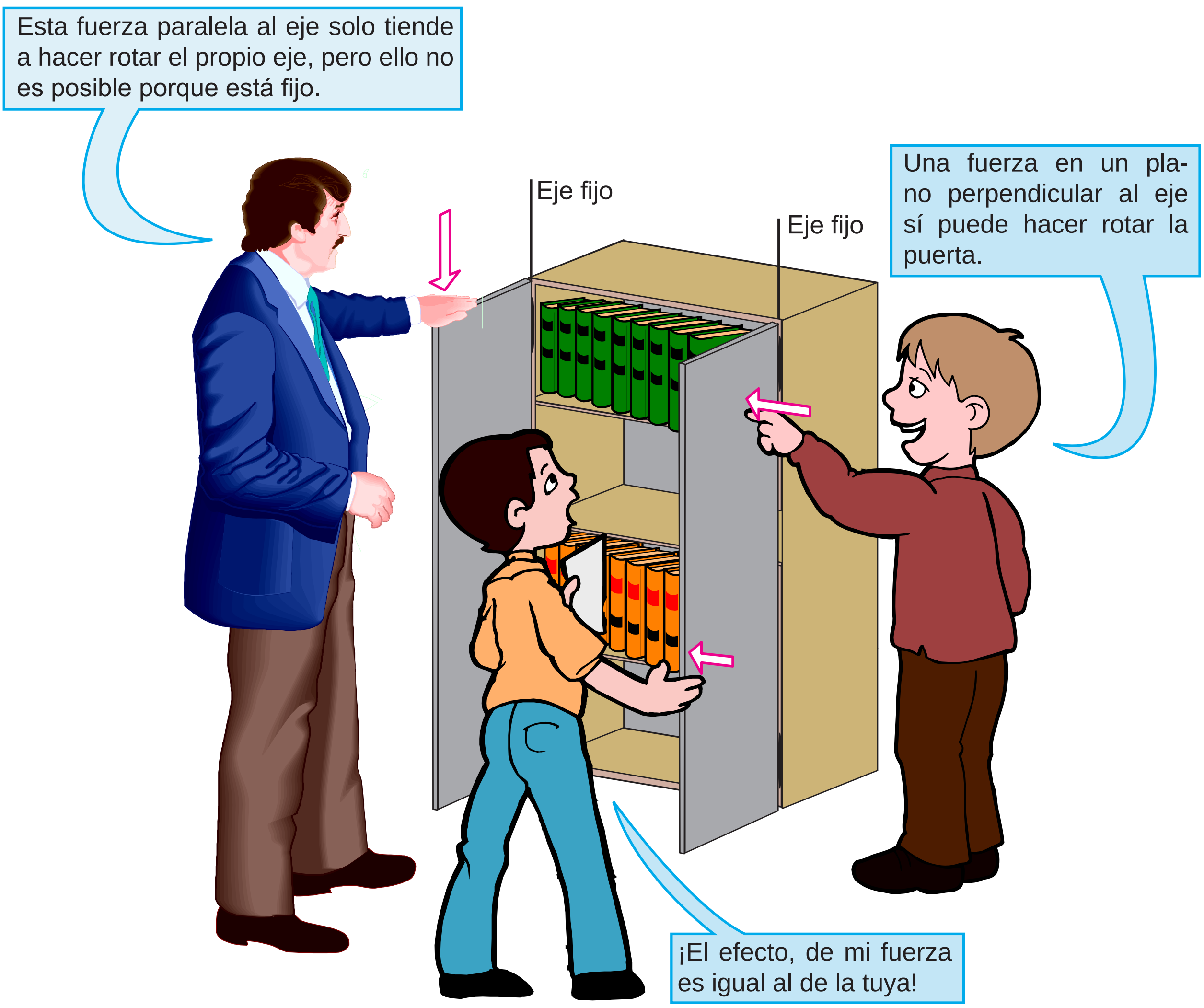


Fig.3.6. En muchas situaciones prácticas los cuerpos solo pueden rotar alrededor de un eje fijo determinado. Las fuerzas ejercidas paralelamente a dicho eje no tienen efecto sobre la rotación del cuerpo, en cambio las que están en planos perpendiculares sí pudieran tenerlo.

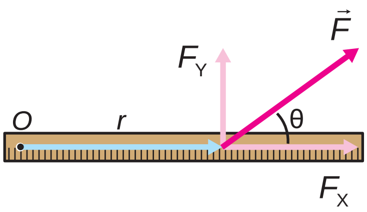


Fig. 3.7. El efecto de una fuerza sobre la rotación de un cuerpo alrededor de cierto eje se mide por el momento de la fuerza. En la figura, la magnitud del momento de la fuerza $\vec{F}$ es $M = rF_Y = rF\text{sen}\theta$. La componente F_X de la fuerza no tiene efecto sobre la rotación de la regla.

Supongamos que la regla de la figura 3.5 ahora no puede trasladarse, sino únicamente rotar alrededor de un eje que pasa por el punto *O* (Fig. 3.7) y que a la distancia *r* del eje se aplica una fuerza $\vec{F}$. Mientras mayores sean *r* y $\vec{F}$, mayor será el efecto en la rotación. Por otra parte, dicho efecto se deberá solo a la componente F_y de la fuerza, ya que la **línea de acción** de la componente F_x pasa por *O*.

Lo anterior sugiere que el efecto de la fuerza $\vec{F}$ en la rotación de la regla puede ser medido mediante la magnitud:

$$rF_Y = rF\,\text{sen}\,\theta$$

Esta magnitud se llama **momento de la fuerza** (a veces también **torque de la fuerza**) y para designarla utilizaremos la letra *M*. De modo que:

$$\boxed{M = rF\,\text{sen}\,\theta}$$

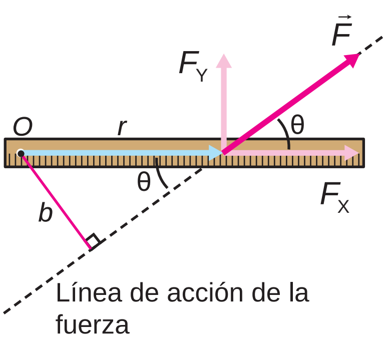


Fig. 3.8. La magnitud del momento de la fuerza $\vec{F}$ aplicada sobre la regla respecto al punto *O* también puede calcularse multiplicando la magnitud de la fuerza por su brazo: $M = Fb$.

La expresión anterior igualmente puede escribirse:

$$M = F\left(r\,\text{sen}\,\theta\right)$$

La figura 3.8 permite interpretar lo que representa el producto *r*sen*θ*. Nota que es la distancia entre el eje de rotación y la línea de acción de la fuerza. Dicha distancia se denomina **brazo de la fuerza** (a veces también **brazo de palanca de la fuerza**) y la designaremos por *b*. De modo que:

Se denomina brazo de una fuerza respecto a un eje, a la distancia entre el eje y la línea de acción de la fuerza.

Identifica los brazos de las fuerzas aplicadas sobre la regla en cada una de las cuatro situaciones de la figura 3.5. ¿A partir de aquí puedes extraer alguna conclusión?

De la expresión anterior:

$$\boxed{M = Fb}$$

Es decir:

La magnitud del momento de una fuerza respecto a cierto eje de rotación es igual a la magnitud de la fuerza por su brazo.

Un mismo momento, y por tanto un mismo efecto en la rotación del cuerpo, puede ser originado por diferentes fuerzas. Por ejemplo, es posible obtener idéntico efecto en la rotación de una puerta mediante una fuerza pequeña aplicada cerca de su cerradura, es decir, con un gran brazo, o mediante una gran fuerza ejercida cerca de las bisagras, o sea, con un pequeño brazo (Fig. 3.9).

Puesto que los momentos de las fuerzas pueden provocar la rotación del cuerpo en un sentido o en el contrario, el momento que tiende a hacerlo rotar en cierto sentido se elige como positivo y el que tiende a hacerlo rotar en el contrario como negativo. Recuerda que al describir el movimiento de traslación de un cuerpo en una recta también se escoge un sentido como positivo y el opuesto como negativo.

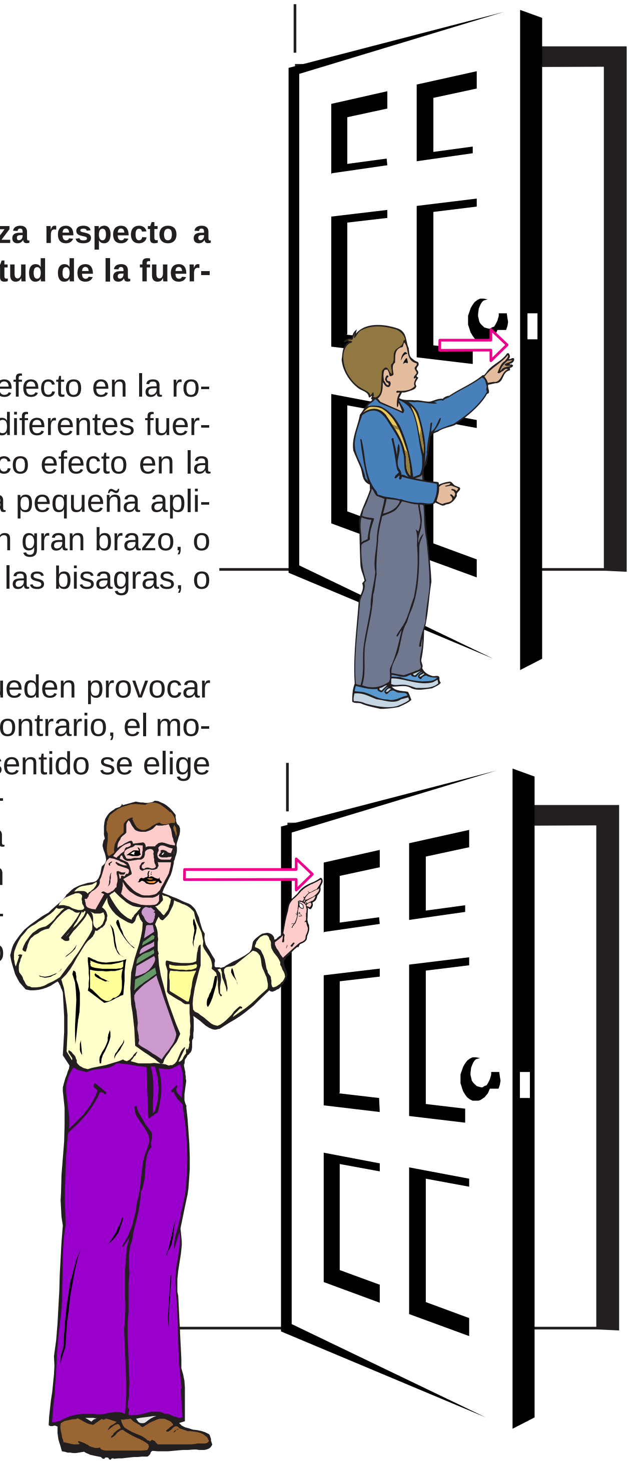
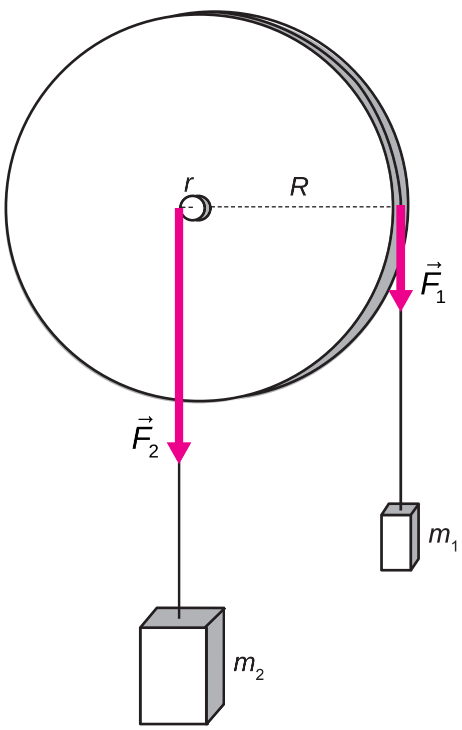


Fig. 3.9. Con una fuerza pequeña y un brazo grande es posible obtener el mismo efecto en la rotación de un cuerpo que mediante una fuerza grande y un brazo pequeño.

Ejemplo 3.4. En una polea se ha enrollado un hilo del que cuelga una carga de 100 g y en el vástago que la atraviesa por su centro otro hilo con una carga de 800 g. Considera que el radio de la polea es 4.0 cm y el del vástago 0.50 cm y determina los momentos de las fuerzas ejercidas por las cargas respecto a un eje que pasa por el centro de la polea.

A continuación se muestra un esquema de la situación.



Las magnitudes de las fuerzas aplicadas sobre los bordes de la polea y del vástago son iguales a la de los pesos de las cargas que cuelgan de los hilos:

$$F_1 = m_1 g$$

$$F_2 = m_2 g$$

Los brazos de esas fuerzas son, respectivamente, R y r. Observa que F_1 tiende a hacer rotar la polea en un sentido y F_2 en el contrario. Si **convencionalmente** elegimos como positivo el momento que tiende a hacerla girar en sentido contrario al de las manecillas del reloj, entonces el momento de F_1 será negativo y el de F_2 positivo. Por tanto, los momentos de estas fuerzas son:

$$M_1 = -RF_1 = Rm_1 g = -\left(4.0\times10^{-2}\ \text{m}\right)\left(100\times10^{-3}\ \text{kg}\right)\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = -3.9\times10^{-2}\ \text{Nm}$$

$$M_2 = rF_2 = rm_2 g = \left(0.50\times10^{-2}\ \text{m}\right)\left(800\times10^{-3}\ \text{kg}\right)\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 3.9\times10^{-2}\ \text{Nm}$$

Nota que los momentos tienen igual magnitud, lo que ilustra lo dicho en el texto acerca de que es posible producir momentos de iguales magnitudes con diferentes fuerzas.

3.2.2. Par de fuerzas.

Si para hacer rotar un cuerpo se le aplica una sola fuerza, entonces, como sabes, además de rotar se traslada (Fig. 3.10a). A fin de que el cuerpo rote pero se mantenga en equilibrio de traslación, se requiere aplicarle una segunda fuerza **paralela a la primera y de sentido opuesto** (Fig. 3.10b). Se dice que estas dos fuerzas forman un **par de fuerzas**.

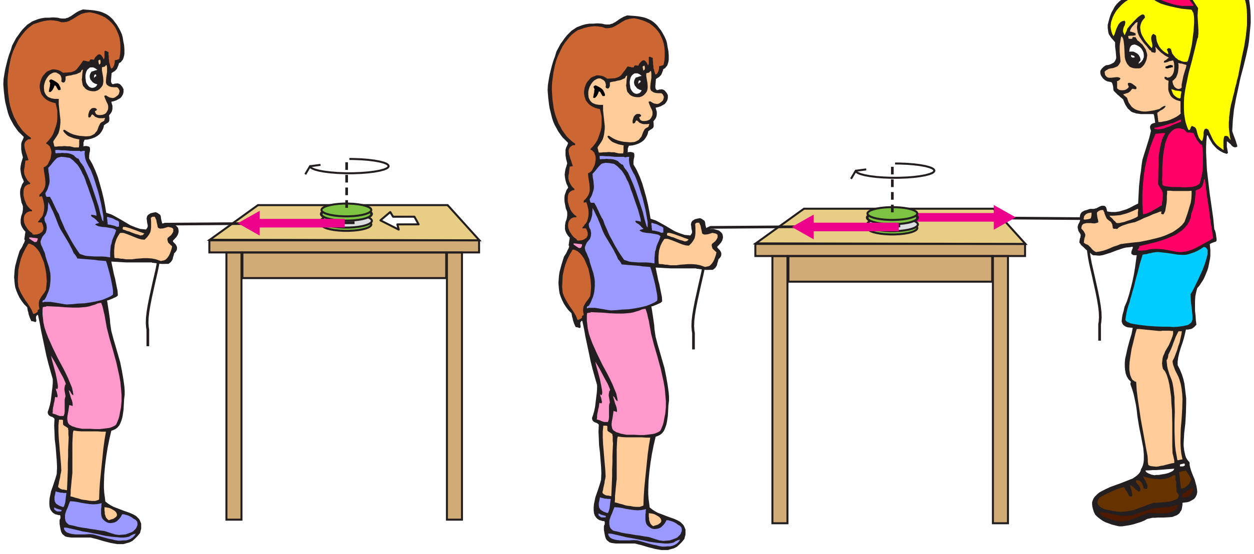


Fig. 3.10. (a) Una sola fuerza provoca no solo la rotación del cuerpo sino también su traslación, (b) Un par de fuerza produce la rotación del cuerpo, pero mantiene su equilibrio de traslación.

Se llama par de fuerzas, o simplemente par, a un sistema de dos fuerzas, paralelas, de iguales magnitudes y sentidos opuestos, aplicadas a un cuerpo rígido.

La aplicación de pares de fuerzas es común en la vida cotidiana: al enroscar o desenroscar la tapa de un frasco, darle vuelta a la cerradura de una puerta, accionar el volante de un vehículo con las dos manos, cuando el estator de un motor eléctrico actúa sobre el rotor, etc.

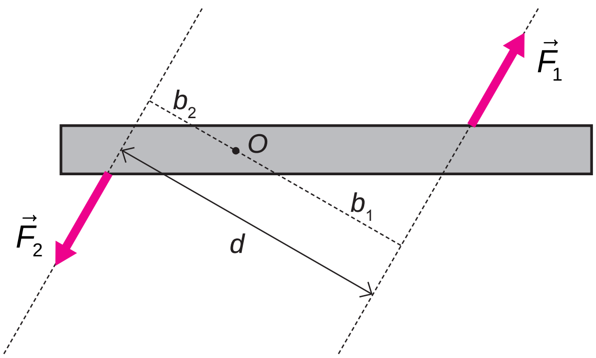


Fig. 3.11. Las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ aplicadas sobre la regla forman un par de fuerzas. La magnitud del momento del par es *dF*, donde *F* es la magnitud de las fuerzas y *d* la distancia entre sus líneas de acción. Por consiguiente, no depende del lugar del cuerpo donde actúan las fuerzas, ni de la dirección de éstas.

Imaginemos un par de fuerzas aplicado a un cuerpo como el de la figura 3.11 y calculemos el momento resultante respecto a un eje que pasa por un **punto arbitrario** *O*. Asumiendo como positivo el que tiende a hacer rotar el cuerpo en sentido contrario a las manecillas del reloj se tiene:

$$M_1 = b_1F_1 \quad \text{y} \quad M_2 = b_2F_2$$

Como $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ tienen igual magnitud podemos escribir:

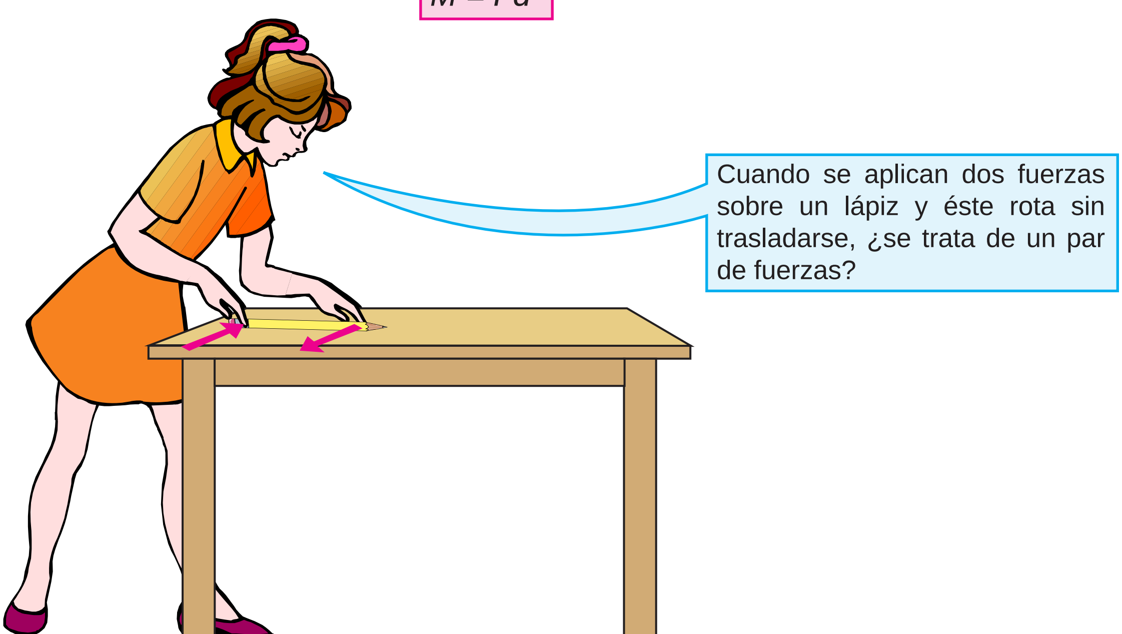
$$F_1 = F_2 = F$$

De modo que la suma de los momentos, o momento resultante, es:

$$M = b_1F + b_2F = (b_1 + b_2)F = dF$$

Observa que la magnitud del momento resultante del **par** no depende del lugar donde se aplique ni de la dirección de la fuerzas, únicamente depende de la magnitud *F* de las fuerzas y de la distancia *d* entre sus líneas de acción.

$$\boxed{M = Fd}$$



3.2.3. Condición de equilibrio de rotación.

En el ejemplo 3.4 analizamos una situación en que los momentos de dos fuerzas aplicadas sobre un cuerpo (una polea) eran de igual magnitud y signos contrarios. En ese caso el cuerpo no rota, pues el efecto de uno de los momentos es compensado por el del otro. Al mismo tiempo, como los momentos son de igual magnitud y sentidos contrarios, **la suma de ellos es nula**. Ésta es la condición de equilibrio de rotación, que puede generalizarse al caso que sobre el cuerpo se ejerzan más de dos fuerzas:

Un cuerpo está en equilibrio de rotación si la suma de los momentos de las fuerzas aplicadas sobre él es nula respecto a cualquier eje.

$$\boxed{\Sigma M = 0}$$

Análogamente que en el equilibrio de traslación, un cuerpo puede encontrarse en equilibrio de rotación aún sin estar en reposo, rotando con velocidad angular constante.

Puesto que la fuerza de gravedad actúa permanentemente sobre todos los cuerpos que nos rodean, tiene particular importancia examinar el efecto que provoca en la rotación de ellos.

En el apartado 3.1 dedicado al equilibrio de traslación, precisamos que la fuerza de gravedad realmente actúa sobre cada una de las partículas de los cuerpos. Sin embargo, allí mismo vimos que **en relación con la traslación**, los cuerpos se comportan como si todas esas fuerzas estuviesen aplicadas **en su centro de masa**, debido a lo cual representamos una sola fuerza de valor *Mg* aplicada en dicho punto. Cabe ahora preguntarse: y **en relación con la rotación**, ¿podrá también sustituirse el efecto de las fuerzas de gravedad que actúan sobre cada una de las partículas de un cuerpo por el de una sola fuerza de valor *Mg* **aplicada en su centro de masa**?

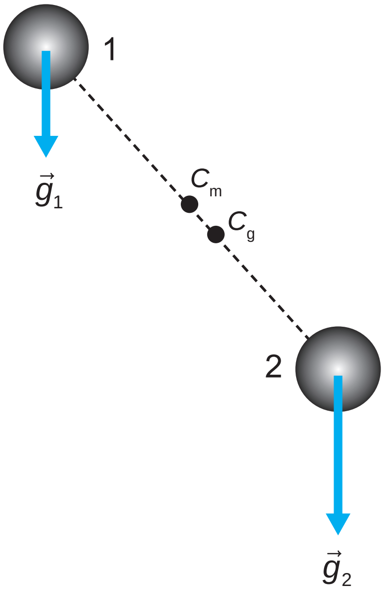


Fig. 3.12. Un sistema constituido por dos bolas de iguales masas. Si $\vec{g}$ fuese mayor en la bola 2 que en la 1, el centro de gravedad no coincidiría con el centro de masa, estaría desplazado hacia la bola 2. En la práctica $\vec{g}$ es la misma y el centro de gravedad coincide con el centro de masa.

Resulta que si la intensidad $\vec{g}$ de la gravedad no fuese la misma en todos los puntos del cuerpo, ello no sería posible. La fuerza única cuyo efecto sustituyera al de las fuerzas de gravedad sobre todas las partículas del cuerpo estaría aplicada no en el centro de masa, sino en un punto a cierta distancia de él, hacia la zona en que la intensidad de la gravedad es mayor (Fig. 3.12). Ese punto es el **centro de gravedad del cuerpo**. Pero puesto que en la práctica, $\vec{g}$ puede considerarse la misma en todos los puntos del cuerpo, el centro de gravedad se superpone con el centro de masa y no tiene sentido distinguir uno del otro.

De este modo, el efecto conjunto de las fuerzas de gravedad que actúan sobre todas las partículas de un cuerpo puede sustituirse por el de una sola fuerza de valor *Mg* aplicada en su centro de masa, no solo a los efectos de la traslación del cuerpo sino también de su rotación.

Lo anterior permite explicar el hecho de que al dejar caer un cuerpo teniendo cuidado de no imprimirle movimiento alguno, digamos un bate (Fig.3.13), caiga sin rotar. Como a los efectos de la rotación la fuerza de gravedad sobre todas las partículas del cuerpo puede sustituirse por una sola fuerza aplicada en su centro de gravedad, pero éste coincide con el centro de masa, entonces dicha fuerza no tiene brazo respecto al centro de masa y el cuerpo no rota alrededor de él. Así que el hecho de que el cuerpo no rote al dejarlo caer, constituye una confirmación de que también a los efectos de la rotación la fuerza de gravedad puede suponerse aplicada en su centro de masa.

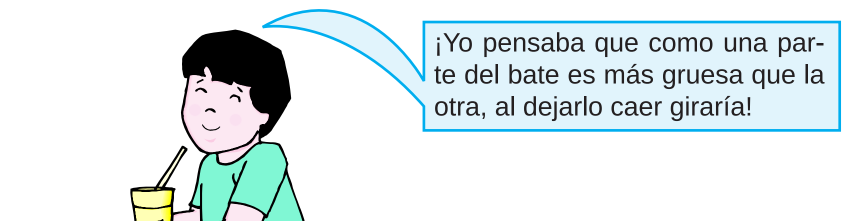


Fig. 3.13. Si al dejar caer el bate no se le imprime movimiento alguno, cae sin rotar, lo que confirma que la fuerza de gravedad puede suponerse aplicada en su centro de masa.

Lo anteriormente expuesto permite encontrar fácilmente por vía experimental el centro de gravedad (o lo que es equivalente, el centro de masa) de ciertos cuerpos. Así, si se cuelga un cuerpo plano por cualquier punto, entonces cuando esté en equilibrio podemos estar seguros que la dirección de la fuerza de gravedad pasa por el punto de suspensión (Fig. 3.13b). Dicha dirección es vertical y es posible determinarla con ayuda de una plomada (Fig. 3.13c). Si sobre el cuerpo se traza la línea que indique la dirección de la fuerza de gravedad y luego se suspende por otro punto y se vuelve a trazar una nueva línea, el punto de intersección de ambas indicará la posición del centro de gravedad.

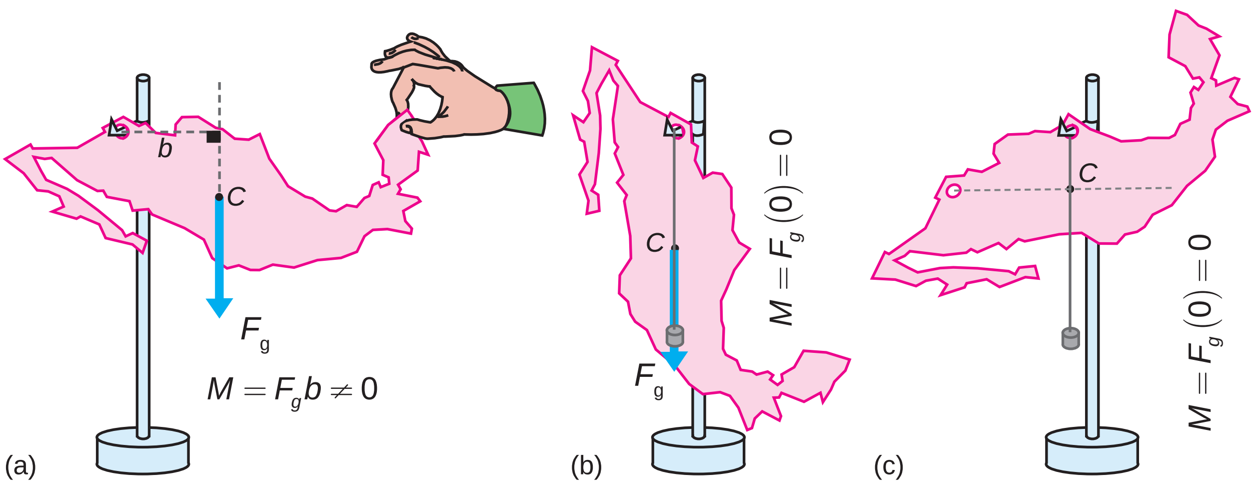
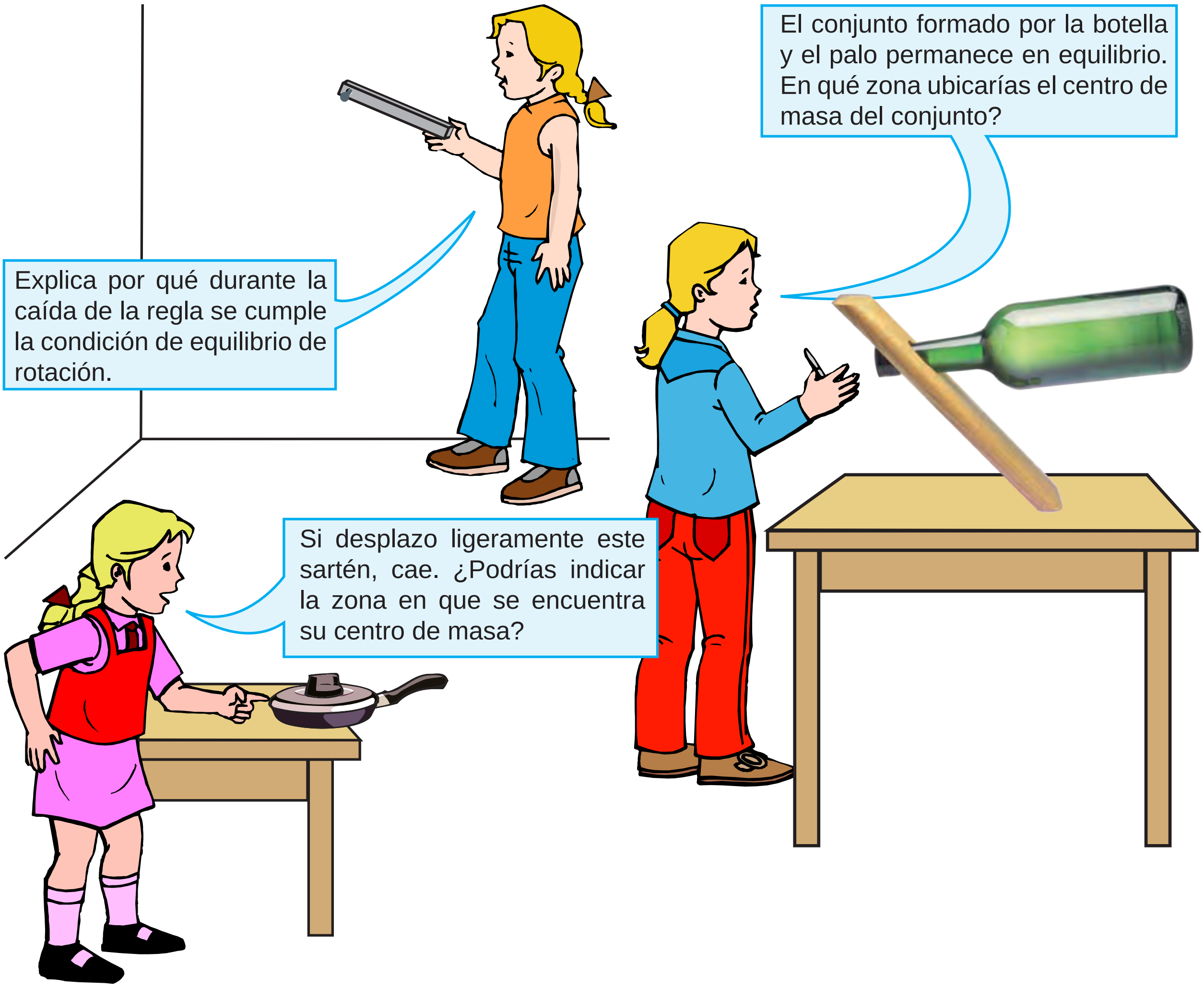


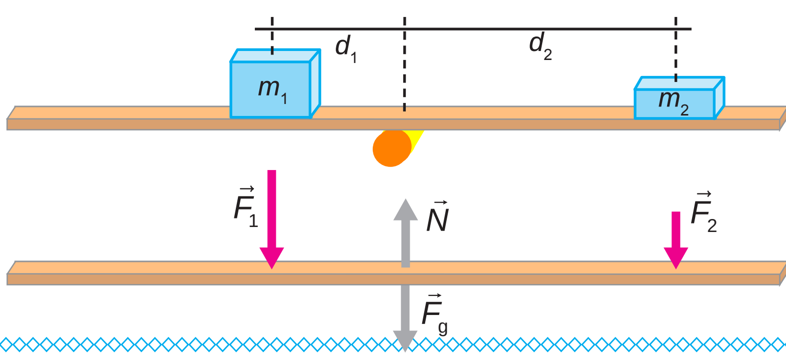
Fig. 3.13. La fuerza de gravedad está aplicada en el centro de gravedad del cuerpo. En (a) no se cumple la condición de equilibrio de rotación, mientras que en (b) y (c) la dirección de la fuerza de gravedad es indicada con ayuda de una plomada.

Argumenta por qué en el caso de la figura 3.13b se puede estar seguro que la dirección de la fuerza de gravedad pasa por el punto de suspensión del cuerpo.



Ejemplo 3.5. Una regla homogénea se sitúa por su punto medio sobre un lápiz. A 16.0 cm a la derecha se coloca una carga de 8.0 g y a 4.0 cm a la izquierda otra de 16 g. a) ¿Estará la regla en equilibrio de rotación? b) En caso de que la respuesta a la pregunta anterior fuese negativa, ¿dónde habría que colocar una tercera carga de 4.0 g para lograr el equilibrio?

a) A continuación se muestra un esquema de la situación.



Las fuerzas aplicadas sobre la regla son cuatro: las ejercidas por las cargas, la de gravedad y la reacción normal del lápiz. Determinaremos sus momentos con relación al eje que pasa por el punto de apoyo de la regla a lo largo del lápiz. Respecto a este eje, las dos últimas fuerzas mencionadas no tienen brazo y, por eso, el momento de ellas con relación a dicho eje es nulo.

Las fuerzas ejercidas por las cargas sobre la regla son numéricamente iguales a las fuerzas de gravedad que actúan sobre ellas, y pueden suponerse aplicadas a las distancias d_1 y d_2, respectivamente, del punto medio de la regla. Asumiendo como positivo el momento que tiende a girar la regla en sentido contrario al de las manecillas del reloj, la suma de los momentos es:

$$M = d_1 m_1 g - d_2 m_2 g = (d_1 m_1 - d_2 m_2) g$$

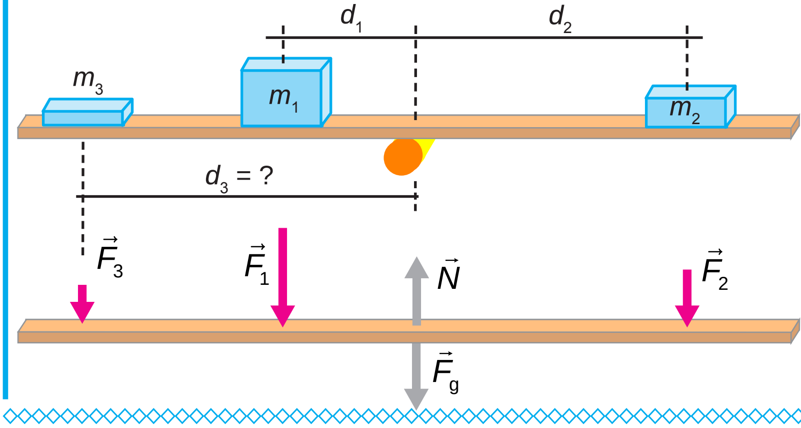
Ahora podríamos expresar los datos de las distancias en metros y los de las masas en kilogramos, sustituirlos en la expresión anterior y efectuar los cálculos. Sin embargo, este proceso, que resultaría algo laborioso, no es necesario para responder la pregunta formulada. Un simple análisis de la expresión anterior conduce a la respuesta. En efecto:

$$d_2 m_2 = (16\ \text{cm})(8.0\ \text{g}) = 128\ \text{cm} \cdot \text{g}$$

$$d_1 m_1 = (4.0\ \text{cm})(16\ \text{g}) = 64\ \text{cm} \cdot \text{g}$$

De donde se ve que la suma de los momentos de las fuerzas aplicas sobre la regla no es nula, sino una cantidad negativa, por lo que no está en equilibrio de rotación.

b) Para lograr el equilibrio, la tercera carga debe situarse en un lugar tal que la suma de los momentos producidos por las tres fuerzas sea nula. Como la suma de los momentos de las dos primeras cargas es negativo, la tercera debe situarse a la izquierda del lápiz, a fin de producir un momento positivo. En el esquema se ha representado la situación con la tercera carga.



La condición de equilibrio de rotación supone que:

$$\Sigma M = 0$$

$$d_3 m_3 g + d_1 m_1 g - d_2 m_2 g = 0$$

Dividiendo esta ecuación por g:

$$d_3 m_3 + d_1 m_1 - d_2 m_2 = 0$$

Y resolviendo para d_3:

$$d_3 = \frac{d_2 m_2 - d_1 m_1}{m_3}$$

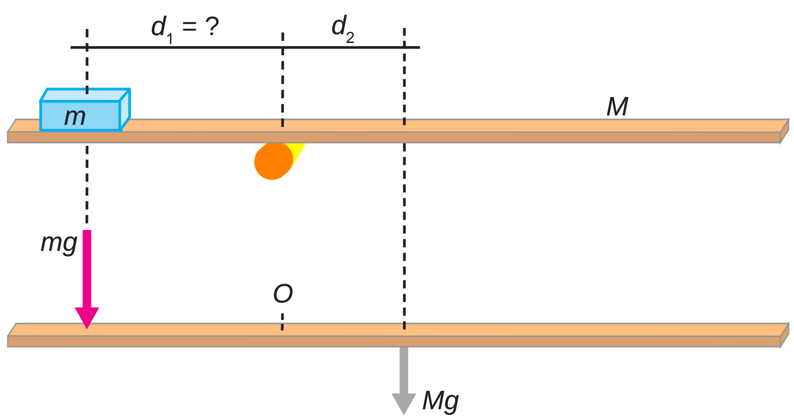
Colocando en la expresión anterior los resultados parciales hallados en el apartado (a) y el valor de m_3:

$$d_3 = \frac{128 \text{ cm} \cdot \text{g} - 64 \text{ cm} \cdot \text{g}}{4.0 \text{ g}} = 16 \text{ cm}$$

Por consiguiente, para lograr el equilibrio, la tercera carga debe ser colocada a 16 cm a la izquierda del punto medio de la regla.

Ejemplo 3.6. Considera ahora que la regla del ejemplo anterior se apoya en el lápiz por un punto situado 8.0 cm a la izquierda de su punto medio. Si la masa de la regla es 10.0 g, ¿dónde debe colocarse una carga de 5.0 g para que la regla quede en equilibrio de rotación?

En la figura se muestra el esquema de la situación.



A diferencia del ejemplo anterior, esta vez el centro de masa de la regla está desplazado con relación al punto de apoyo, por lo que la fuerza de gravedad, que se supone aplicada en él, tiene un brazo d_2. La reacción normal del lápiz no tiene brazo respecto al eje de rotación y, por tanto, no produce momento, por lo cual no la hemos representado. Asumiendo positivo el momento en que hace rotar a la regla en sentido contrario al de las manecillas del reloj, la condición de equilibrio de rotación es:

$$\Sigma M = 0$$

$$d_1 mg - d_2 Mg = 0$$

Resolviendo para d_1:

$$d_1 = \frac{d_2 Mg}{mg} = d_2 \frac{M}{m} = (8\text{ cm})\left(\frac{10\text{ g}}{5.0\text{ g}}\right) = 16\text{ cm}$$

La carga de 5.0 g debe ser colocada a 16 cm a la izquierda del punto de apoyo, o lo que es equivalente, a 24 cm a la izquierda del punto medio de la regla.

3.3. Equilibrio estático.

Hasta ahora hemos considerado las condiciones de equilibrio de traslación y de rotación de un cuerpo rígido separadamente. En este apartado comenzaremos resumiendo lo estudiado y luego utilizaremos las dos condiciones de equilibrio, conjuntamente, para analizar diversas situaciones.

La condición de **equilibrio de traslación** de un cuerpo consiste en que la **suma de las fuerzas aplicadas** sobre él sea nula y la del **equilibrio de rotación**, en que sea nula la **suma de los momentos de las fuerzas**. Ninguna de las dos condiciones implica que el cuerpo deba estar en reposo, pudiera moverse con velocidad de traslación constante y también rotar con velocidad angular constante.

Cabe subrayar, además, que las condiciones para el equilibrio de traslación y de rotación son independientes una de la otra. Así, la suma de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo (equilibrio de traslación) puede ser nula y, sin embargo, la de sus momentos no (Fig.3.14a). Y a la inversa, es posible que la suma de los momentos de las fuerzas sea nula (equilibrio de rotación) y la de las fuerzas no lo sea (Fig.3.14b).

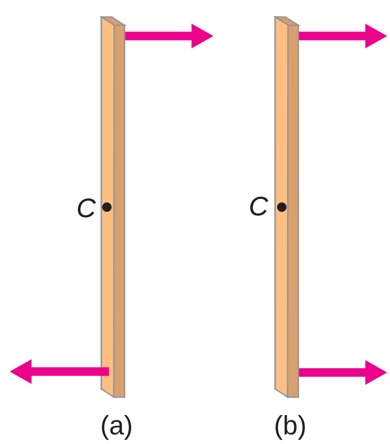
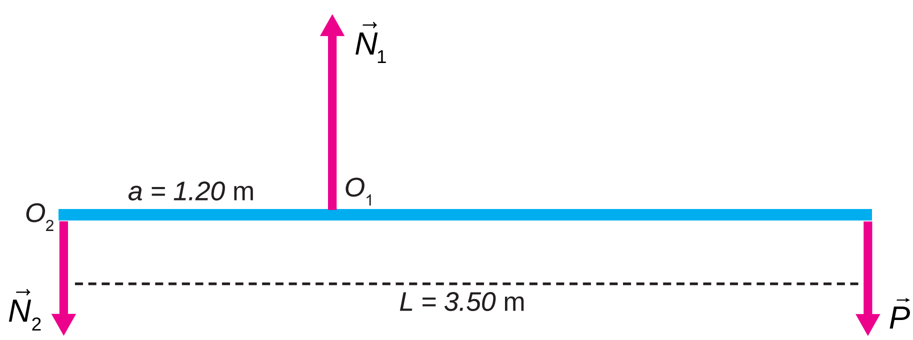


Fig.14. Las condiciones de equilibrio de traslación y rotación son independientes una de otra. En (a) la regla está en equilibrio de traslación pero no de rotación y en (b) está en equilibrio de rotación pero no de traslación.

Cuando los cuerpos están en reposo, es decir, sin movimiento de traslación ni de rotación, el equilibrio se denomina **equilibrio estático**. Estos casos tienen gran interés en ingeniería, arquitectura y la vida cotidiana. En ellos se cumplen las dos condiciones de equilibrio. A continuación veremos algunos ejemplos en que se utilizan ambas condiciones.

Ejemplo 3.7. Un trampolín de 3.50 m de largo está sujeto por medio de dos pernos, uno en un extremo y el otro a 1.20 m de él. ¿Qué fuerza se ejercerá sobre los pernos cuando un nadador de 70 kg se pare en el extremo libre del trampolín? Desprecia la masa del trampolín.

En el esquema se han representado todas las fuerzas que actúan **sobre el trampolín**. La fuerza de gravedad no se ha representado, porque la masa del trampolín es despreciable y, por tanto, la fuerza de gravedad también. El trampolín tiende a rotar alrededor de un eje que pasa por el perno situado a 1.20 m del extremo (es decir, por O_1). Actúa sobre este perno con una fuerza dirigida hacia abajo y sobre el perno del extremo con otra dirigida hacia arriba. En el esquema, $\vec{N}_1$ y $\vec{N}_2$ son las fuerzas de reacción de los pernos a las ejercidas por el trampolín y $\vec{P}$ es el peso del nadador, el cual es numéricamente igual a la fuerza de gravedad *mg* ejercida sobre él.



Como el trampolín se encuentra en reposo, se cumplen las dos condiciones de equilibrio, de traslación y de rotación.

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

Al escribir la condición de equilibrio de traslación asumiremos como sentido positivo "hacia arriba", con lo cual la suma de las fuerzas aplicada sobre el trampolín queda:

$N_1 - N_2 - P = 0$ que puede escribirse:

$N_1 - N_2 - mg = 0 \quad \rightarrow \quad (1)$

Nota que con esta sola ecuación no pueden hallarse los valores de N_1 y N_2. Sin embargo, es posible obtener otra ecuación utilizando la condición de equilibrio de rotación.

Calcularemos los momentos de las fuerzas respecto a un eje que pasa por O_1. Asumiendo como positivos los momentos que tienden a hacer rotar el cuerpo en sentido contrario al de las manecillas del reloj, se tiene:

$$aN_2 + (0)N_1 - (L-a)P = 0$$

Esta ecuación queda:

$$aN_2 - (L-a)mg = 0 \quad \rightarrow \quad (2)$$

Resolviendo para N_2 y sustituyendo los datos:

$$N_2 = \left(\frac{L-a}{a}\right)mg = \left(\frac{3.50\text{ m} - 1.20\text{ m}}{1.20\text{ m}}\right)(70\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 1.3\times10^3\text{ N}$$

Esta es la fuerza ejercida sobre el trampolín por el perno del extremo. Según la tercera ley de Newton la fuerza de éste sobre el perno es de igual magnitud y sentido contrario. Nota que la fuerza es significativamente grande, equivale al peso de unos 130 kg.

Para encontrar la fuerza N_1 ejercida por el otro perno sobre el trampolín puede ahora utilizarse la ecuación (1), relativa a la condición del equilibrio de traslación:

$$N_1 = N_2 + mg = 1.3\times10^3\text{ N} + (70\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 2.0\times10^3\text{ N}$$

Esta es la fuerza ejercida por el perno situado a 1.20 m del extremo. La del trampolín sobre el perno es de igual magnitud y sentido contrario. Observa que en este caso la fuerza es todavía mayor que la ejercida sobre el otro perno, equivale al peso de unos 200 kg.

Cabe señalar que la magnitud de la fuerza N_1 también pudiera encontrarse de otro modo, sin utilizar la ecuación (1). El trampolín no solo no rota alrededor del eje que pasa por O_1, sino tampoco alrededor de ningún otro eje que podamos considerar, lo cual significa que **la suma de los momentos de las fuerzas ejercidas sobre él es nula cualquiera que sea el eje utilizado para calcular los momentos**. Esta observación es sumamente importante, pues permite elegir el eje para calcular los momentos que más convenga a fin de facilitar la solución del problema.

Así, si para el cálculo se escoge un eje que pasa por O_2, entonces el brazo de N_2 respecto a dicho eje es cero, por lo que en la ecuación no aparecerá N_2. En efecto:

$$aN_1 - LP = 0$$

La cual queda:

$$aN_1 - Lmg = 0$$

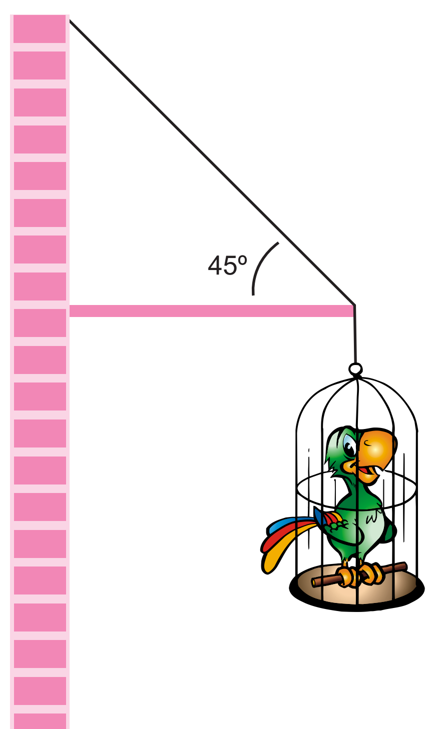
De este modo, seleccionando adecuadamente el eje respecto al cual se calculan los momentos de las fuerzas puede eliminarse una (o varias) de las incógnitas.

Resolviendo para N_1 y sustituyendo los datos:

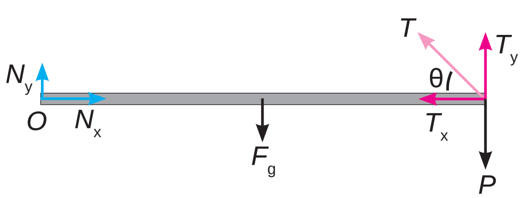
$$N_1 = \frac{Lmg}{a} = \frac{(3.50\text{ m})(70\text{ kg})\left(9.8\ \dfrac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{1.20\text{ m}} = 2.0 \times 10^3\text{ N}$$

Obviamente, el resultado coincide con el obtenido anteriormente. Se tienen así diversas variantes de solución de los problemas, pero eligiendo el eje respecto al cual se calculan los momentos de las fuerzas en un lugar u otro, la solución puede resultar más o menos laboriosa.

Ejemplo 3.8. Una jaula de 2.50 kg cuelga del extremo de una barra de masa 0.80 kg como se muestra en la figura. a) Halla la tensión del cable y la fuerza de la pared sobre la varilla. b) Si la barra no estuviese empotrada en la pared sino solo apoyada contra ella y el coeficiente de rozamiento estático entre ambos fuese 0.40, ¿podría sostenerse la jaula en equilibrio?



En el diagrama hemos representado las fuerzas que actúan sobre la barra, así como sus componentes según las direcciones horizontal (X) y vertical (Y).



a) Utilicemos la condición de equilibrio de rotación. Para calcular los momentos de las fuerzas escogeremos un eje que pasa por el punto *O*. Tal elección simplifica las ecuaciones, pues respecto a dicho eje N_x y N_y no tienen brazo. Asumiendo como positivos los momentos que tienden a hacer rotar la barra en sentido contrario a las manecillas del reloj se tiene:

$$LT_y - LP - \frac{L}{2}F_g = 0$$

Donde *L* es la longitud de la barra.

De aquí que:

$$LT\,sen\,\theta - LMg - \frac{L}{2}mg = 0$$

M es la masa de la jaula y *m* la de la barra.

Dividiendo la ecuación entre *L*:

$$T\,sen\,\theta - Mg - \frac{1}{2}mg = 0$$

Resolviendo para *T* y sustituyendo los datos:

$$T = \frac{\left(M + \frac{1}{2}m\right)g}{sen\,\theta} = \frac{\left(2.50\ \text{kg} + \frac{1}{2}(0.80\ \text{kg})\right)\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{sen\,45^{\circ}} = 40.2\ \text{N} \approx 40\ \text{N}$$

Consideremos ahora la condición de equilibrio de traslación.

Para las componentes de las fuerzas según el eje X:

$$N_x - T_x = 0$$

que puede escribirse:

$$N_x - T\cos\theta = 0$$

de donde:

$$N_x = T\cos\theta = (40.2\ \text{N})\cos 45^{\text{o}} = 28.4\ \text{N}$$

Para las componentes de las fuerzas según el eje Y:

$$N_y + T_y - F_g - P = 0$$

que puede escribirse:

$$N_y + T\,\text{sen}\,\theta - mg - Mg = 0$$

Resolviendo para N_y y sustituyendo los datos:

$$N_y = (m+M)g - T\,\text{sen}\,\theta = (0.80\text{ kg} + 2.50\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) - (40.2\text{ N})\,\text{sen}\,45^\circ = 3.91\text{ N}$$

La magnitud de la fuerza entre la varilla y la pared se halla utilizando el teorema de Pitágoras:

$$F_{\text{V-P}} = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = \sqrt{(28.4\text{ N})^2 + (3.91\text{ N})^2} = 28.7\text{ N} \approx 28\text{ N}$$

Si designamos por φ el ángulo que forma dicha fuerza con la varilla se tiene:

$$\tan\varphi = \frac{N_y}{N_x} = \frac{3.91}{28.4} = 0.138$$

De donde:

$$\varphi = \tan^{-1}(0.138) = 7.9^\circ$$

De modo que la fuerza de la pared sobre la barra es de 28 N y forma un ángulo de 7.9º con la barra.

b) La fuerza de rozamiento estático máxima entre la barra y la pared es:

$$f = \mu N_x = (0.40)(28.4\text{ N}) = 11\text{ N}$$

Puesto que la componente vertical de la fuerza de la pared sobre la barra (N_y = 3.9 N), requerida para mantener el sistema en equilibrio es menor que la fuerza de rozamiento estático máxima entre la pared y la barra (f = 11 N), aún cuando ésta no estuviese empotrada en la pared se lograría el equilibrio.

3.4. Máquinas simples.

Numerosas herramientas y máquinas utilizadas en diversas ramas de la ingeniería y en la vida diaria basan su funcionamiento en una serie de mecanismos, denominados **máquinas simples**. La utilidad fundamental de las máquinas simples radica en que permiten obtener fuerzas ("salida") mucho mayores que las ejercidas directamente ("entrada"), así como cambiar la dirección y sentido de éstas.

Entre las máquinas simples suelen considerarse: la palanca, la polea, el torno, el plano inclinado, la cuña, el tornillo y la rueda con eje. Sin embargo, la polea y la rueda con eje pueden ser tratadas como tipos de palancas, el torno como una combinación de palanca y polea y la cuña y el tornillo como variantes de plano inclinado, con lo cual las máquinas verdaderamente simples se reducirían a solo dos: la palanca y el plano inclinado. A continuación examinamos varias de las máquinas mencionadas.

3.4.1. Palancas.

La palanca consiste en un cuerpo rígido que se apoya en un punto en torno al cual puede girar (Fig. 3.15), usualmente a fin de obtener una fuerza mayor que la ejercida.

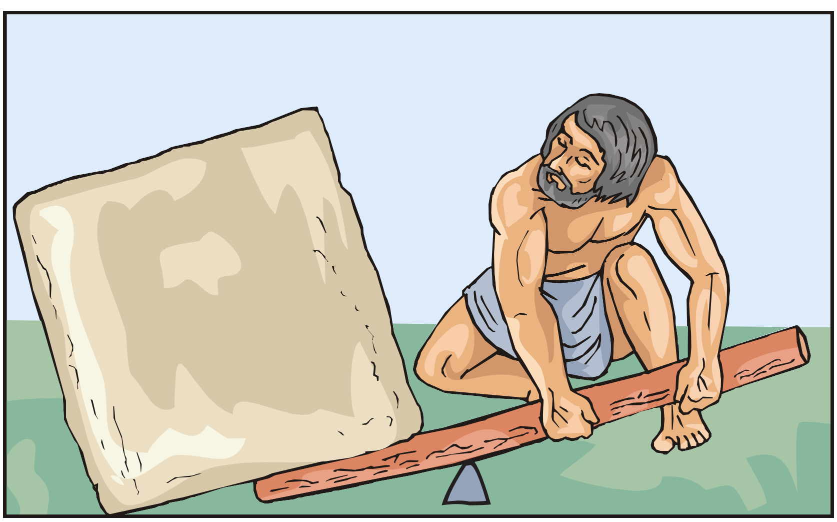
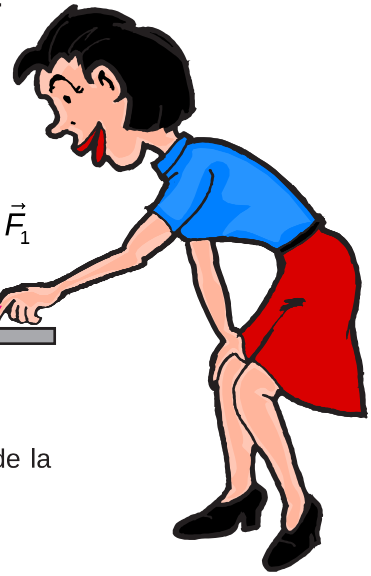


Fig. 3.15. La palanca consiste en un cuerpo rígido que se apoya en un punto alrededor del cual puede girar. Mediante ella es posible aplicar fuerzas mucho mayores que las ejercidas directamente.

El funcionamiento de la palanca, como el de otras máquinas simples que derivan de ella, puede ser explicado a partir de la **condición de equilibrio de rotación**. Así, si la palanca de la figura 3.16 está en equilibrio y los momentos de las fuerzas ejercidas sobre ella se calculan respecto a un eje que pasa por su punto de apoyo:



$$M = F_2 b_2 - F_1 b_1 = 0$$

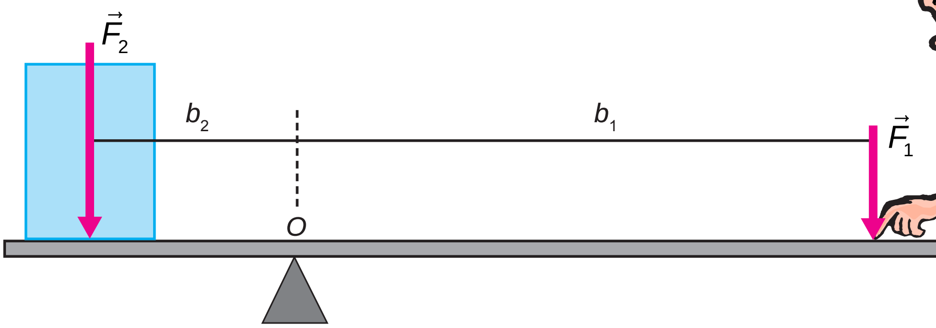


Fig. 3.16. El funcionamiento de la palanca puede ser explicado a partir de la condición de equilibrio de rotación.

$\vec{F}_2$ es la fuerza con que actúa el cuerpo sobre la palanca, pero según la tercera ley de Newton, ésta actúa sobre el cuerpo con una fuerza de igual magnitud y sentido contrario. Por consiguiente, al ejercer la fuerza $\vec{F}_1$ ("entrada") la palanca actúa sobre el cuerpo con una fuerza de magnitud F_2 ("salida"), dada por:

$$F_2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right) F_1$$

Nota que mientras mayor sea b_1 comparado con b_2, mayor será la fuerza que se obtiene como resultado de utilizar la palanca.

¿Como sería la fuerza obtenida mediante la palanca de la figura 3.16 si b_1 fuese mucho mayor que b_2?

La relación matemática anterior se conoce como **ley de la palanca**. La formulación más antigua que se conoce de ella fue realizada por Arquímedes, tres siglos antes de nuestra era. Cuenta la leyenda que al referirse a la palanca Arquímedes expresó: “Denme un punto de apoyo y moveré el Mundo”.

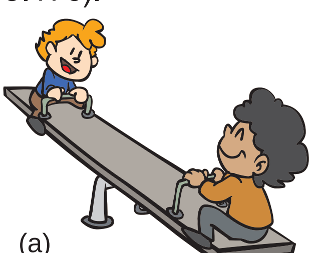
Arquímedes (Siracusa, Sicilia, 287 - 212 a.c.). Definió la ley de la palanca y se le reconoce como el inventor de la polea compuesta. Durante su estancia en Egipto inventó el “tornillo sin fin” para elevar el agua de nivel.

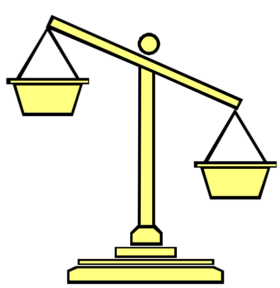
La **ganancia de fuerza** que proporciona una palanca, también denominada **ventaja mecánica (V_M)**, es la razón entre la magnitud de la fuerza ejercida, o “entrada”, y la magnitud de la fuerza obtenida, o “salida”:

$$V_M = \frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2}$$

Indaga en la enciclopedia Encarta acerca de la palanca. Si la enciclopedia propone alguna actividad interactiva, realízala.

En dependencia de las posiciones que ocupen entre sí el punto de apoyo y los puntos de aplicación de la fuerza ejercida y de la fuerza obtenida, se distinguen tres tipos de palanca: de primera clase, si el punto de apoyo se encuentra entre los de aplicación de las fuerzas ejercida y obtenida (Fig. 3.17a); de segunda clase si el punto de aplicación de la fuerza obtenida es el que está entre los otros dos (Fig. 3.17b) y de tercera clase si el punto de aplicación de la fuerza ejercida es el que ocupa el lugar intermedio (Fig. 3.17c).





(a)

Fig. 3.17. Dependiendo de las posiciones que ocupen el punto de apoyo, el punto de aplicación de la fuerza ejercida y el de aplicación de la fuerza obtenida, se distinguen tres tipos de palanca: a) de primera clase, b) de segunda clase y c) de tercera clase.

Identifica los puntos de apoyo y puntos de aplicación de las fuerzas en cada una de las palancas de la figura 3.17.

Analiza los esquemas de cada una de las tres clases de palanca representadas en la figura 3.17. ¿Por medio de cuál, o cuáles, es posible obtener "ganancia" de fuerza, es decir, ventaja mecánica? Argumenta tu respuesta.

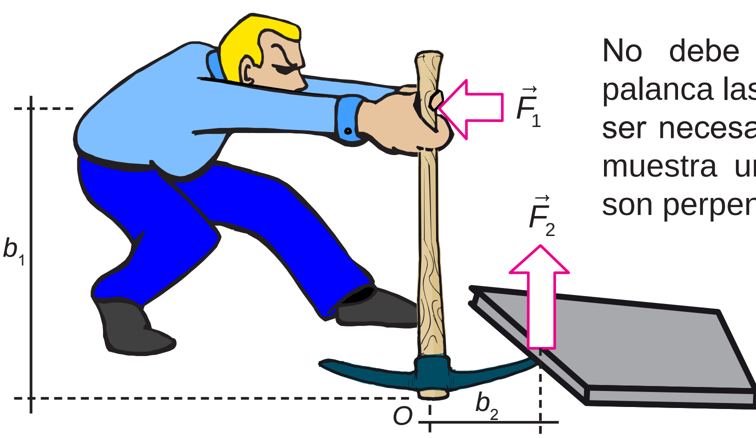
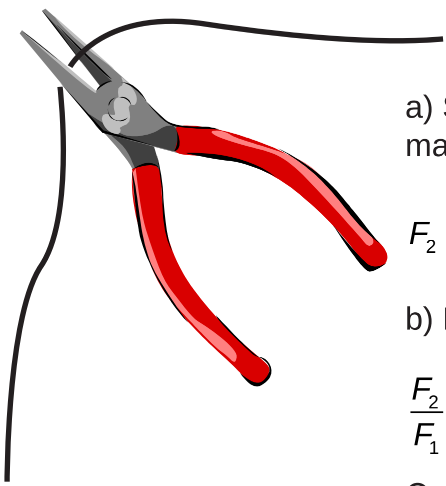


Fig. 3.18. En una palanca las fuerzas ejercida y obtenida no necesariamente son paralelas entre sí.

No debe pensarse que al emplear una palanca las fuerzas ejercida y obtenida deben ser necesariamente paralelas. La figura 3.18 muestra un ejemplo en que dichas fuerzas son perpendiculares entre sí.

Ejemplo 3.9. Un alambre se coloca entre las partes afiladas de una pinza de corte, a 2.0 cm de su eje de giro. a) ¿Qué fuerza actúa sobre el alambre si se ejerce una fuerza de 15 N a 10 cm del eje? b) ¿Cuál es la ganancia de fuerza o ventaja mecánica de la pinza?

A continuación se muestra un esquema de la situación.



a) Si F_2 es la fuerza sobre el alambre y F_1 la ejercida por la mano, y b_2 y b_1 son los brazos de dichas fuerzas, se tiene:

$$F_2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)F_1 = \left(\frac{10\text{ cm}}{2.0\text{ cm}}\right)(15\text{ N}) = 75\text{ N}$$

b) La ganancia de fuerza es:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{10\text{ cm}}{2.0\text{ cm}} = 5.0$$

O sea, la fuerza aplicada al alambre es 5 veces mayor que la ejercida sobre la pinza.

Ejemplo 3.10. Imagina que en la figura 3.18, b_1 = 1.10 m y b_2 = 20 cm. a) ¿Con qué fuerza actúa el pico sobre la loza de concreto si la fuerza ejercida sobre el extremo del mango es 50 N? b) ¿Cuál es la ganancia de fuerza?

a) Según la ley de la palanca:

$$F_2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)F_1 = \left(\frac{1.10\text{ cm}}{0.20\text{ cm}}\right)(50\text{ N}) = 275\text{ N}$$

b) La ganancia de fuerza es:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{1.10\text{ cm}}{0.20\text{ cm}} = 5.5$$

Es decir, la fuerza ejercida sobre la piedra resulta 5.5 veces mayor que sobre el mango del pico.

3.4.2. Poleas.

3.4.2.1. Polea fija.

Con frecuencia resulta más cómodo, y menos peligroso, elevar una carga atada a una cuerda tirando de ésta desde el suelo y no estando a cierta altura (Fig.3.19). Para ello pudiera utilizarse un tubo liso por el cual pasa la cuerda, sin embargo, a fin de disminuir el rozamiento lo mejor es emplear una **polea** (también llamada **roldana**). Ésta consiste en una rueda montada en un eje alrededor del cual puede girar. La cuerda rodea el borde de la polea, el cual suele ser acanalado para mantenerla en su lugar.

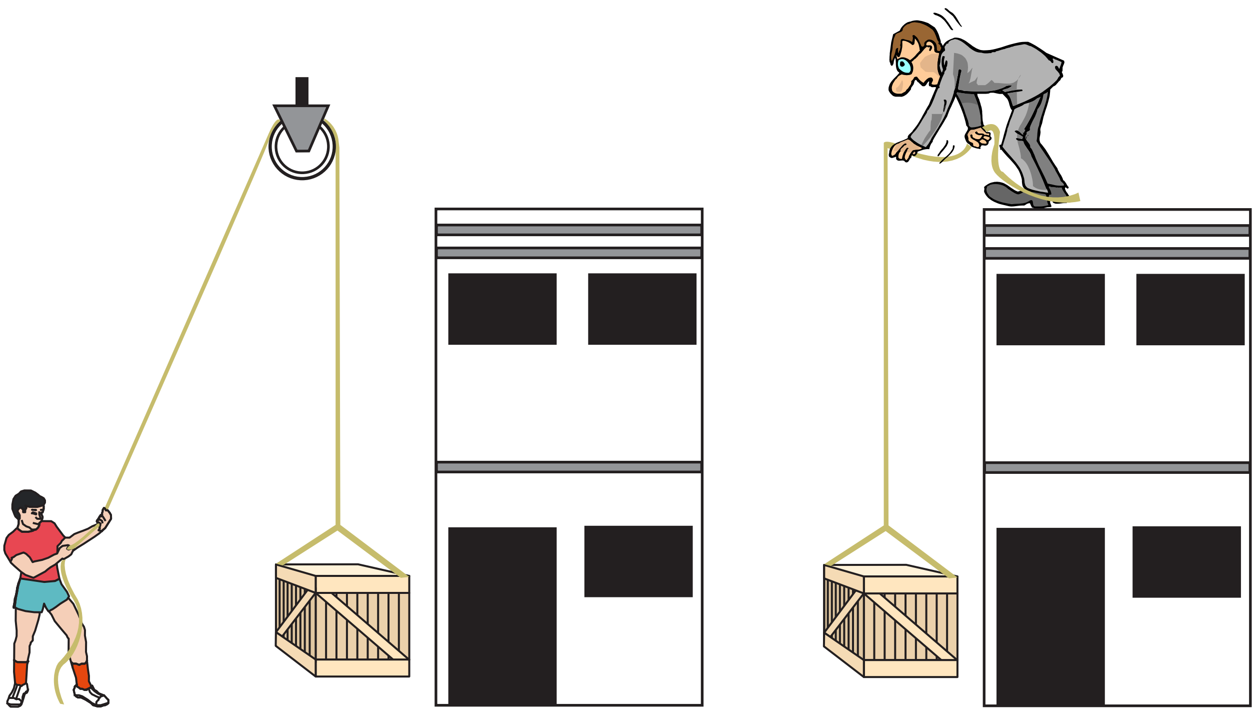


Fig. 3.19. Resulta más cómodo, y menos peligroso, elevar una carga utilizando una polea fija.

La polea fija puede considerarse una palanca de primera clase (Fig. 3.20), el punto de apoyo está en el eje de la polea y los brazos de la fuerza ejercida (entrada) y de la obtenida (salida) son iguales a su radio. Por tanto, se tiene:

$$F_2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right) F_1 = \left(\frac{r}{r}\right) F_1 = F_1$$

De aquí que si el rozamiento en el eje de la polea es despreciable, entonces la magnitud de la fuerza obtenida es igual a la de la fuerza ejercida. La polea fija no proporciona ganancia de fuerza, su función es solamente cambiar la dirección de ella.

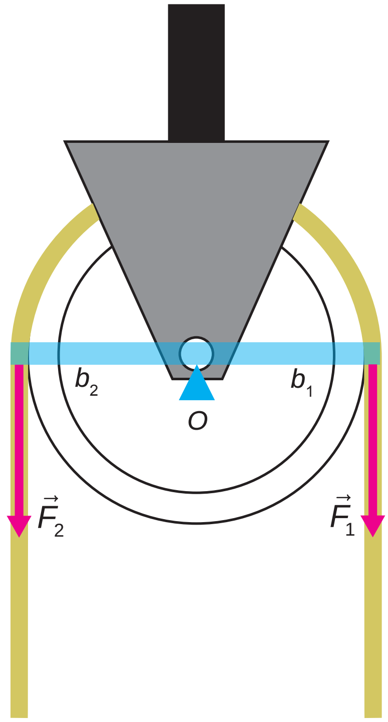


Fig. 3.20. Una polea fija puede ser considerada una palanca de primera clase en que los brazos de la fuerza ejercida y la fuerza obtenida son iguales a su radio.

3.4.2.2. Polea móvil.

Si mediante una polea se sostiene una carga como en la figura 3.21, cada uno de los dos tramos de cuerda de los que cuelga la polea con la carga soportará la mitad del peso. En consecuencia, **si la masa de la polea es despreciable**, la persona solo tendrá que ejercer una fuerza de magnitud igual a la mitad del peso de la carga. Lo mismo sucede si se tira de la cuerda elevando la carga con velocidad constante. Puesto que ahora la polea se desplaza con la carga, se trata de una **polea móvil**.

La relación entre la fuerza ejercida y la fuerza obtenida en una polea móvil puede ser argumentada formalmente aplicando la **condición de equilibrio de traslación** a la polea:

$$F_1 + F_1 - F_2 = 0$$

De donde, $2F_1 = F_2$

y $F_1 = \dfrac{F_2}{2}$

Es decir, la magnitud F_1 de la fuerza a cada lado de la cuerda, necesaria para mantener a la carga en equilibrio es igual a la mitad del peso de la carga. De otro modo, la **ganancia de fuerza** o **ventaja mecánica** de la polea móvil es:

$$V_M = \frac{F_2}{F_1} = 2$$

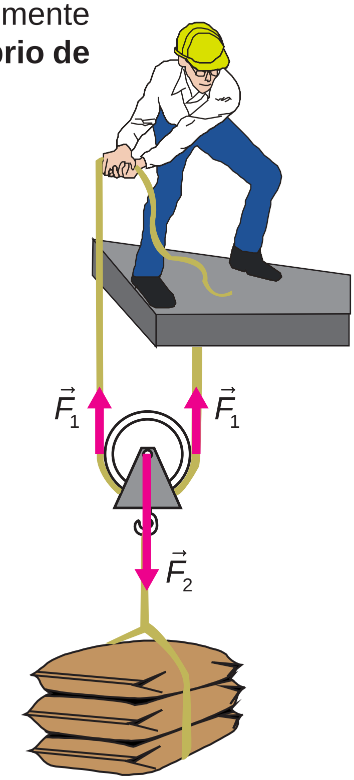


Fig. 3.21. En la polea móvil cada lado de la cuerda soporta la mitad del peso de la carga, por lo que la ganancia de fuerza es 2.

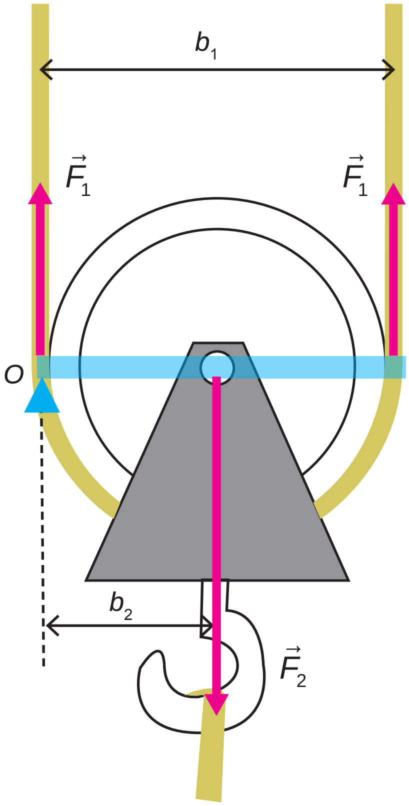


Fig. **3.22**. La polea móvil puede ser interpretada como una palanca de segunda clase.

Nota que al elevarse la polea móvil cierta distancia (Fig. 3.21), cada uno de los dos tramos de cuerda de los que cuelga se acorta esa distancia, lo que significa que la cuerda debe haberse recogido el doble de la distancia recorrida por la polea. Mientras en la polea fija la carga recorre la misma distancia que se recoge la cuerda, en la polea móvil solo recorre la mitad de dicha distancia.

La polea móvil también puede ser interpretada como una palanca, pero en este caso de **segunda clase**. En la figura 3.22 se ha representado una ampliación de la polea móvil de la figura 3.21. El punto de apoyo de la "palanca" está en *O* y el de aplicación de la fuerza obtenida (salida), necesaria para compensar el peso $\vec{F}_2$ de la carga, entre él y el punto de aplicación de la fuerza ejercida por la persona en el tramo derecho de la cuerda (entrada).

Puesto que, como hemos dicho, con frecuencia resulta más cómodo tirar de la cuerda desde el suelo, la polea móvil suele emplearse combinándola con otra fija (Fig. 3.23).

Combinando poleas fijas y móviles es posible aumentar la ganancia de fuerza. Las combinaciones más conocidas son el **aparejo** y el **polipasto**.

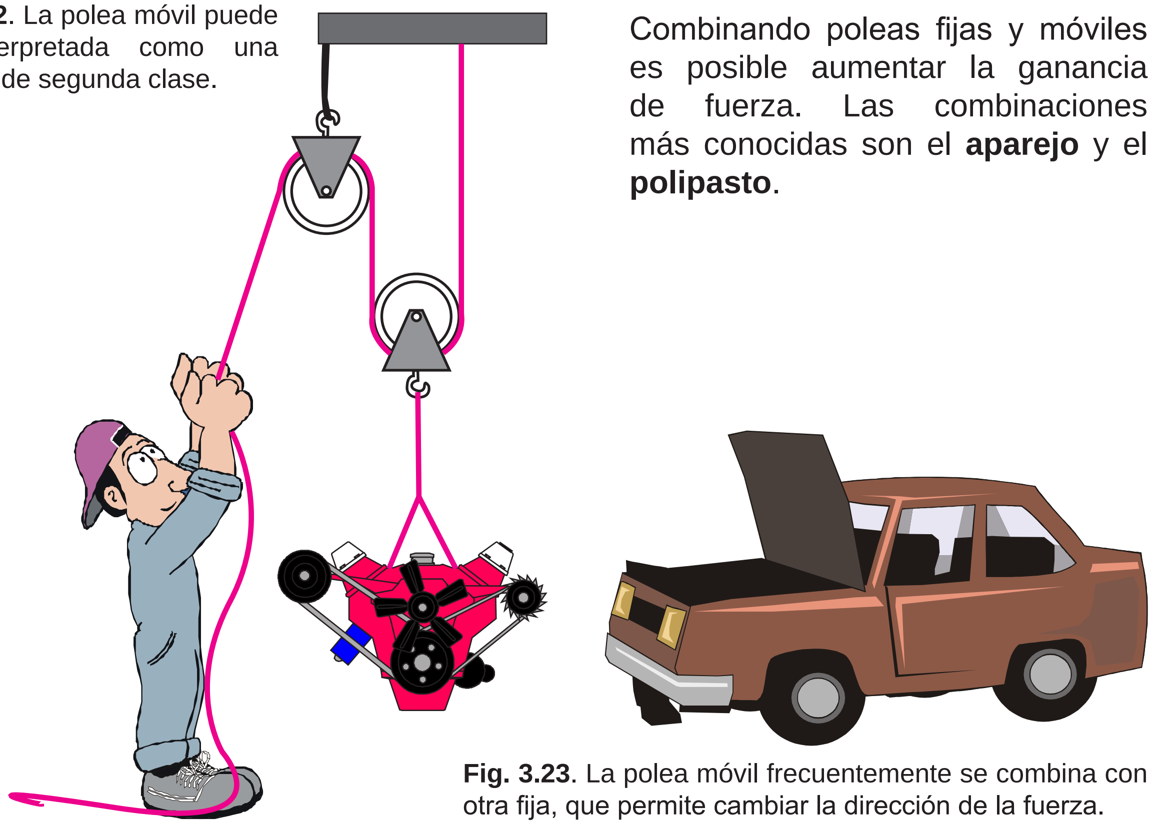
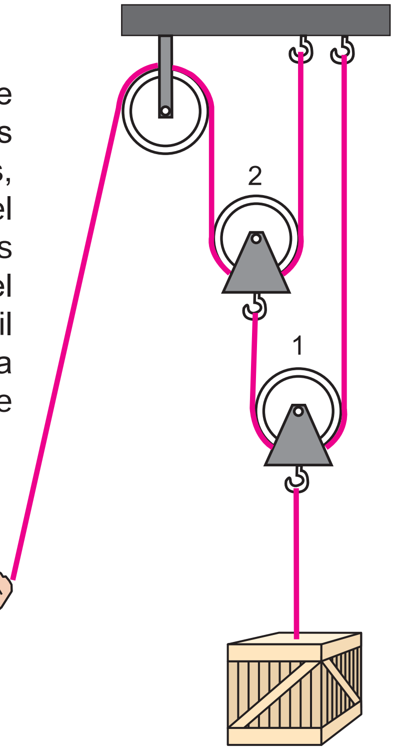


Fig. 3.23. La polea móvil frecuentemente se combina con otra fija, que permite cambiar la dirección de la fuerza.

3.4.2.3. Aparejo.

Constituye una extensión del sistema anterior (Fig. 3.23) de una polea fija y otra móvil, se forma añadiendo otras poleas móviles (Fig. 3.24a). Mientras mayor sea el número de ellas, mayor será la ganancia de fuerza o ventaja mecánica del sistema. Así, cada uno de los dos tramos de cuerda de los que cuelga la polea móvil 1 con la carga, soporta la mitad del peso. Por su parte, los tramos de los que pende la polea móvil 2 soportan cada uno la mitad de la mitad del peso, es decir, la cuarta parte de él. Por consiguiente, la ganancia de fuerza de esta combinación de poleas es de 4.



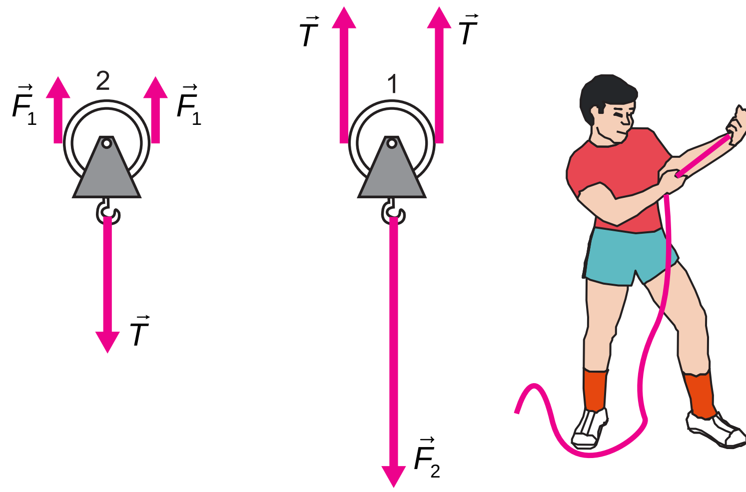


Fig. 3.24. (a) Aparejo formado por una polea fija y dos móviles, (b) Fuerzas aplicadas sobre cada una de las poleas móviles.

Como en el caso anterior, la ganancia de fuerza puede ser obtenida formalmente aplicando la **condición de equilibrio de traslación**. En la figura 3.24b se han representado las fuerzas aplicadas sobre las poleas móviles 1 y 2. La condición de equilibrio para estas poleas implica:

Para la polea 1: $2T - F_2 = 0 \quad \rightarrow (1)$

Para la polea 2: $2F_1 - T = 0 \quad \rightarrow (2)$

Despejando T en (2):

$T = 2F_1$

Y sustituyendo en (1):

$2(2F_1) - F_2 = 0$

Dibuja un sistema similar al de la figura 3.24a, pero con una polea móvil más. ¿Cuál es su ganancia de fuerza? ¿Cuánto tramo de cuerda habrá que recoger para que la carga se eleve un metro?

De donde:

$$F_2 = 4F_1$$

Observa que al recoger la cuerda cierta longitud, el acortamiento de ella tiene que repartirse entre los dos tramos de los que cuelga la polea 2, por lo que ésta asciende solo la mitad de lo que se recogió la cuerda. De modo similar, cuando la polea 1 asciende cierta distancia, la 2 se eleva la mitad de esa distancia. En consecuencia, al recoger la cuerda cierta longitud, la polea 1 se eleva solo la mitad de la mitad de esa longitud, es decir, la cuarta parte de ella.

3.4.2.4. Polipasto.

En el polipasto las poleas están dispuestas de un modo más compacto. La figura 3.25a representa uno formado por dos poleas fijas y una móvil. En este caso la polea móvil con la carga cuelga de tres tramos de la cuerda, cada uno de los cuales soporta la tercera parte del peso. Por consiguiente, si la masa de la polea es despreciable, la persona solo tendrá que ejercer una fuerza igual a la tercera parte del peso de la carga. Como en los casos anteriores, esta conclusión puede ser argumentada a partir de la **condición de equilibrio de traslación** (Fig. 3.25b):

$$3F_1 - F_2 = 0$$

De aquí que la **ganancia de fuerza** es:

$$\frac{F_2}{F_1} = 3$$

Para que la carga se eleve cierta distancia, los tramos de cuerda 1, 2 y 3 tienen que recogerse esa misma distancia. Como esos tramos son parte de la misma cuerda, ello significa que ésta debe acortarse una longitud tres veces mayor que lo que asciende la carga.

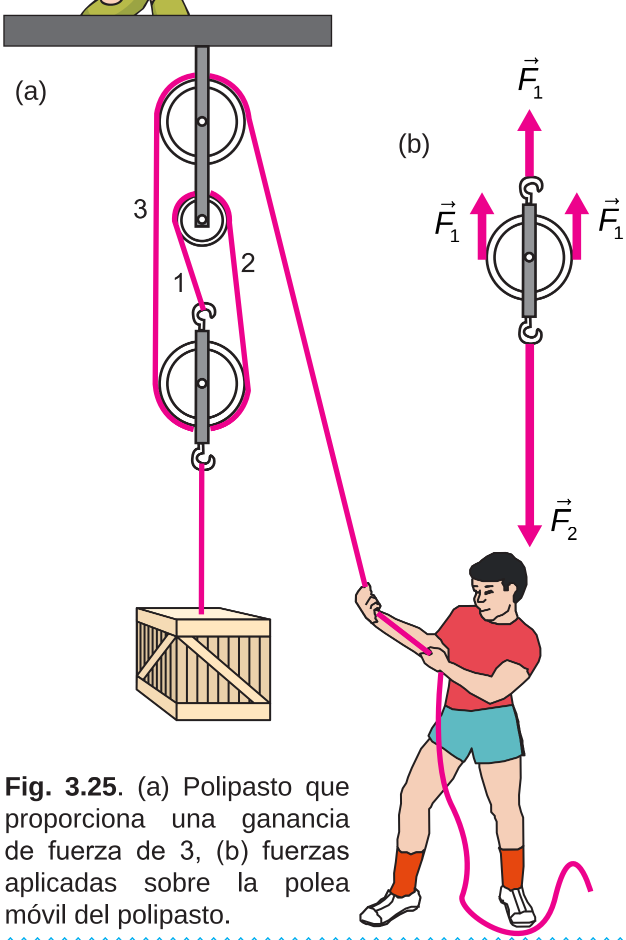
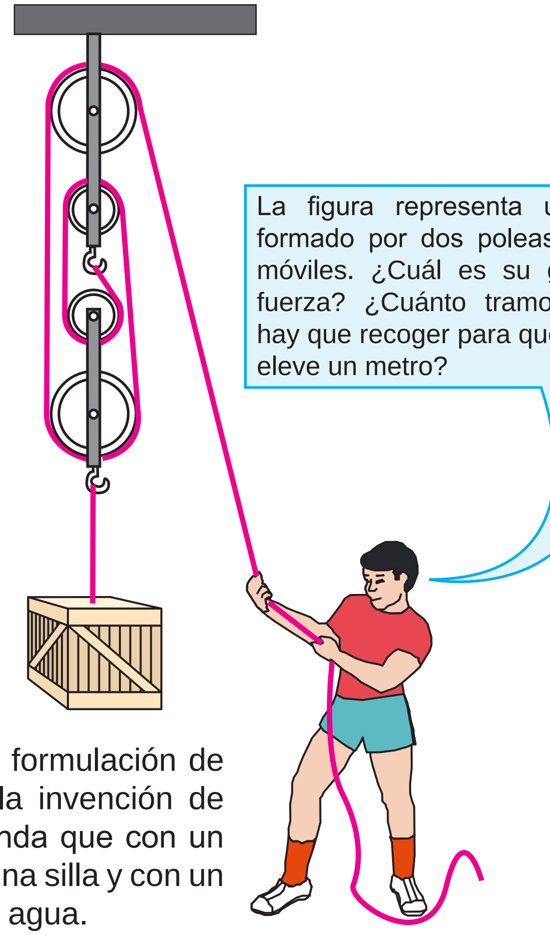


Fig. 3.25. (a) Polipasto que proporciona una ganancia de fuerza de 3, (b) fuerzas aplicadas sobre la polea móvil del polipasto.

Indaga en la enciclopedia Encarta acerca de la polea.



La figura representa un polipasto formado por dos poleas fijas y dos móviles. ¿Cuál es su ganancia de fuerza? ¿Cuánto tramo de cuerda hay que recoger para que la carga se eleve un metro?

A Arquímedes se atribuye no solo la formulación de la ley de la palanca, sino también la invención de los sistemas de poleas. Dice la leyenda que con un sistema de poleas logró, sentado en una silla y con un pequeño esfuerzo, lanzar un barco al agua.

3.4.3. Torno.

Una variante clásica del torno consiste en un cilindro con una manivela (Fig. 3.26).También puede consistir en dos cilindros de diferentes radios con el eje de rotación común. Aplicando cierta fuerza F_1 (entrada) es posible obtener una fuerza mayor F_2 (salida).

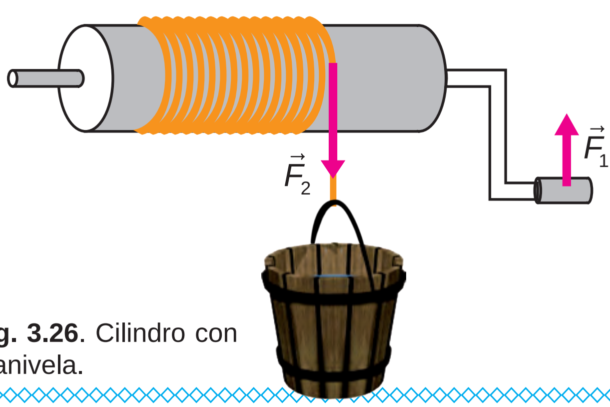


Fig. 3.26. Cilindro con manivela.

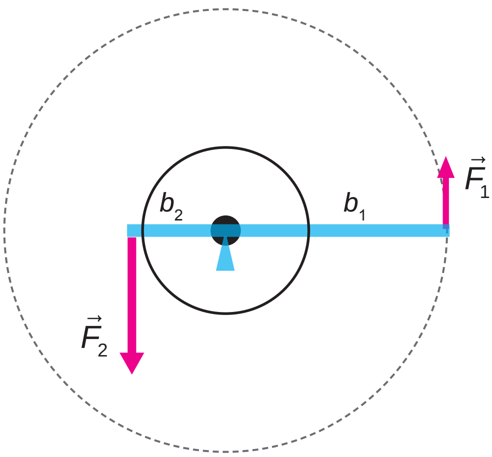
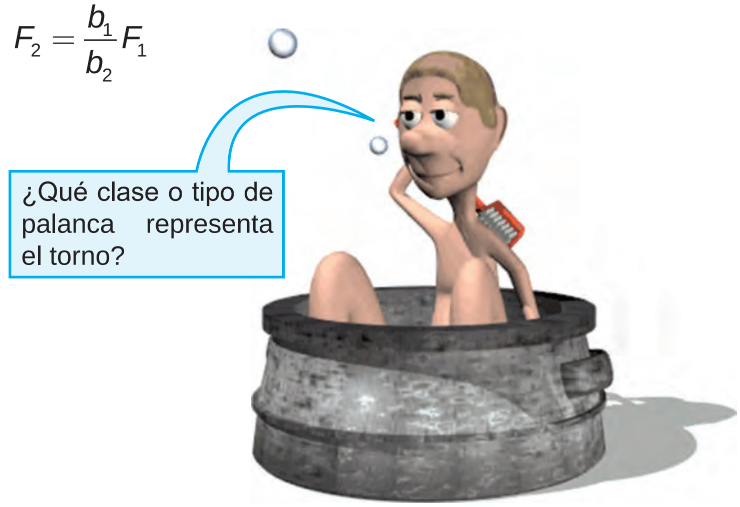


Fig. 3.27. El torno representa una palanca con el punto de apoyo en su eje.

El torno representa una palanca, cuyo punto de apoyo está en el eje (Fig.3.27), por lo que:

$$F_2 = \frac{b_1}{b_2} F_1$$

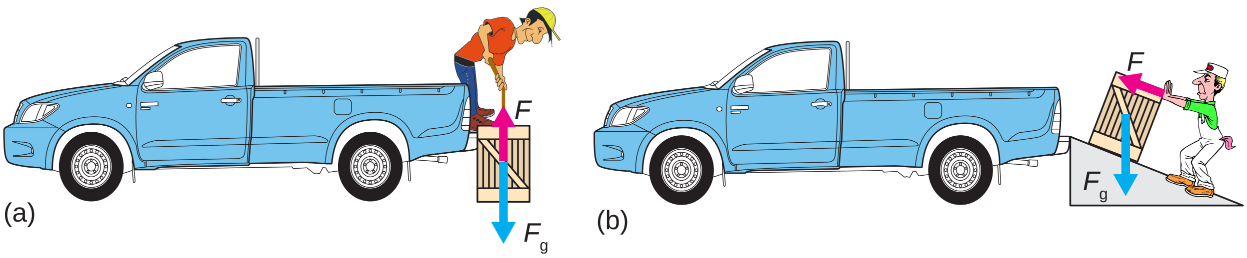


3.4.4. Plano inclinado.

Vimos que es posible interpretar la polea fija, la móvil y el torno como palancas. Otras máquinas simples, como el tornillo y la cuña, pueden ser consideradas variantes de plano inclinado.

Con el plano inclinado ya estás familiarizado. Éste ha sido empleado desde la antigüedad para aumentar el efecto que puede conseguirse con cierta fuerza. Imaginemos por ejemplo una pesada carga que no es posible levantar hasta la plataforma de un camión (Fig. 3.28); ello pudiera lograrse, sin embargo, empleando una tabla en forma de plano inclinado. Puesto que el plano inclinado aumenta el efecto (salida) que puede lograrse con cierta fuerza (entrada), se dice que proporciona **ventaja mecánica**. Ésta es igual al peso de la carga entre la fuerza aplicada:

$$V_M = \frac{F_g}{F}$$



Según el esquema de la figura 3.28c, si la fuerza de rozamiento entre el plano y la carga es despreciable, entonces:

$$F = F_g sen\,\theta = \frac{mgh}{l}$$

De modo que en tal caso la **ventaja mecánica** es:

$$V_M = \frac{F_g}{F} = \frac{l}{h}$$

En otras palabras, la ventaja mecánica de un plano inclinado cuando no se considera el rozamiento es igual a la razón entre su longitud y su altura. Mientras mayor es la longitud y menor su altura, mayor es la ventaja mecánica que proporciona.

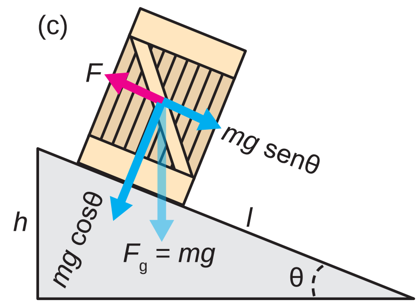


Fig. 3.28. (a) Resulta imposible aplicar una fuerza igual al peso F_g de la carga y elevarla hasta el camión, (b) el plano inclinado permite hacerlo aplicando la fuerza *F*, (c) si se desprecia la fricción, *F* = *mg* senθ.

Una variante de plano inclinado es el que tiene forma **helicoidal**. Un ejemplo aproximado de él son algunas carreteras que se construyen bordeando montañas empinadas (Fig. 3.29). Es posible comprender la relación entre el plano inclinado habitual y el helicoidal, recortando un pedazo de papel en forma de triángulo y luego enrollándolo en un cilindro (Fig. 3.30). Nota que la longitud del plano crece por cuenta del rodeo que va dando. Otro ejemplo de plano inclinado helicoidal es el tornillo, el cual analizaremos en el próximo apartado.

Fig. 3.29. Al bordear la montaña, aumenta la longitud del plano y es menor la fuerza necesaria para ascender, la ventaja mecánica es mayor.

Fig. 3.30. Modelo de plano inclinado helicoidal.

Fig. 3.31. Usos del plano inclinado helicoidal. (a) Escalera helicoidal, (b) Mezquita de Samarra (Irak).

Ejemplo 3.11. Para subir una caja de 20 kg a la plataforma de un camión situada a 1.5 m sobre el pavimento, se utiliza un plano inclinado formado por una tabla lisa de 8.2 m de longitud. a) ¿Qué fuerza fue necesario aplicar? b) ¿Qué ventaja mecánica proporcionó el plano inclinado? Desprecia la fuerza de rozamiento.

a) Para el plano inclinado se tiene:

$$F = F_g\left(\frac{h}{l}\right) = mg\left(\frac{h}{l}\right) = (20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)\left(\frac{1.5\text{ m}}{8.2\text{ m}}\right) = 36\text{ N}$$

b) La ventaja mecánica es:

$$V_{\text{M}} = \frac{F_g}{F} = \frac{mg}{F} = \frac{(20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{36\text{ N}} = 5.5$$

Esto significa que se logra subir la caja aplicando una fuerza 5.5 veces menor que su peso.

Ejemplo 3.12. Resuelve nuevamente el problema anterior, pero esta vez considera que el coeficiente de rozamiento entre la tabla y la caja es 0.25.

En este caso, debido a la fricción entre el plano y la caja, es necesario aplicar una fuerza mayor, a fin de compensar la de rozamiento *f* que se opone al deslizamiento de la caja. De este modo, la fuerza neta que ahora se requiere aplicar es:

$$F_R = F + f$$

Donde $f = \mu N = \mu mg \cos\theta$

Para hallar $\cos\theta$ es posible seguir diversas variantes. Pero si dispones de una calculadora, una de las más rápidas consiste en hallar primeramente:

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{h}{l}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1.5\text{ m}}{8.2\text{ m}}\right)$$

y a continuación:

$$\cos\theta = 0.983$$

Sustituyendo los valores en la expresión de F_R:

$$F_R = 36\text{ N} + (0.25)(20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)(0.983) = 84\text{ N}$$

La ventaja mecánica es:

$$V_M = \frac{F_g}{F_R} = \frac{mg}{F_R} = \frac{(20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{84\text{ N}} = 2.3$$

Nota que al considerar el rozamiento la ventaja mecánica del plano inclinadoes mucho menor. Sin embargo, este caso corresponde mejor a la realidad, pues en la práctica siempre está presente el rozamiento.

3.4.5. Tornillo.

Al dar vuelta a un tornillo, éste avanza en un sentido o en el contrario, transformando así un movimiento de rotación en otro de traslación. El funcionamiento del tornillo puede ser explicado apoyándose en el del plano inclinado, observa que el hilo de la rosca es una especie de plano inclinado helicoidal (Fig. 3.32). La distancia *p* entre dos filetes consecutivos de la rosca, representa el paso de la hélice y se de-

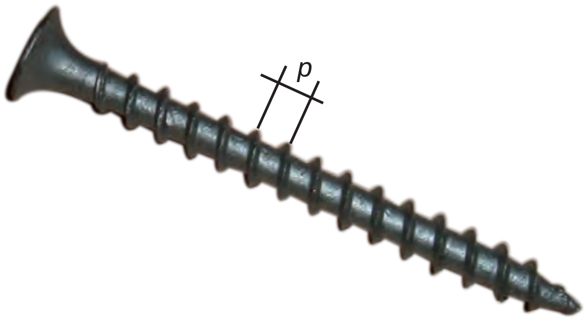
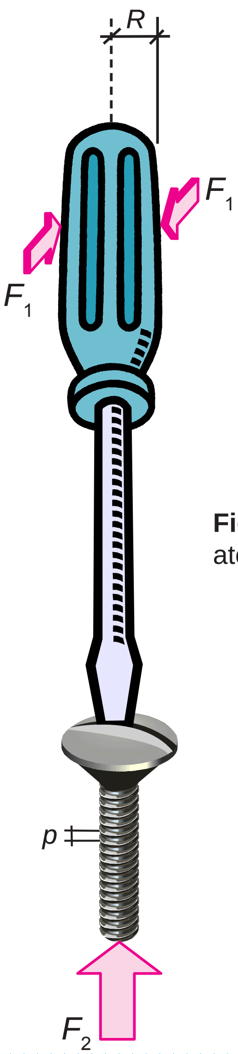


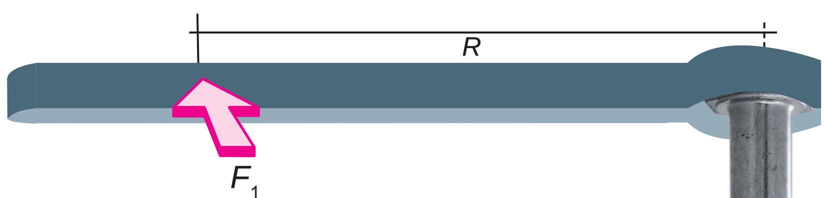
Fig. 3.32. La rosca de un tornillo es una especie de plano inclinado helicoidal. La distancia *p* entre dos filetes de la rosca es el paso de la hélice, o paso de rosca.

nomina **paso de rosca**. Mientras menor sea el paso de rosca, menor será la inclinación del plano inclinado asociado al tornillo.

En los tornillos comunes, por cada vuelta el tornillo avanza una distancia igual al paso de rosca. De estos tornillos se dice que tienen **rosca de arrancada simple**.

Pero a los tornillos no se aplican las fuerzas directamente, sino por medio de barras, atornilladores, etc.(Fig. 3.33). Cuando se da vueltas al tornillo, el punto de aplicación de la fuerza ejercida sobre el instrumento describe una trayectoria en hélice con igual paso p que el de la rosca. **Todo ocurre como si el punto de aplicación de la fuerza se desplazara por un plano inclinado helicoidal**. En una vuelta, el punto de aplicación recorre una longitud aproximadamente igual a $2\pi R$, donde R es la distancia del punto de aplicación al eje del tornillo. Si el tornillo tiene rosca de arrancada simple, la altura que corresponde a esa longitud en el plano inclinado helicoidal recorrido por el punto de aplicación, es igual al paso de rosca p.





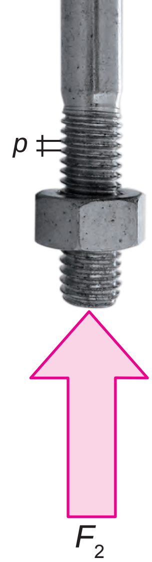
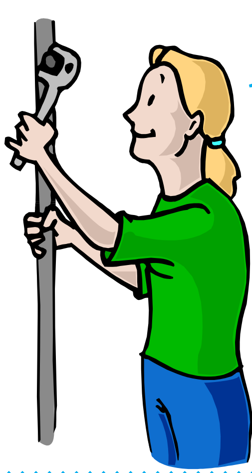


Fig. 3.33. Las fuerzas se aplican sobre los tornillos por medio de barras, atornilladores y otros instrumentos.



¿Por qué se dirá en el texto que la longitud recorrida por el punto de aplicación de la fuerza ejercida sobre un tornillo al dar una vuelta es “aproximadamente” $2\pi R$?

Recordando ahora que la ventaja mecánica de un plano inclinado en el que no se considera el rozamiento es l/h, se concluye que la ventaja mecánica de un tornillo de arrancada simple en el que puede despreciarse el rozamiento es:

$$V_M = \frac{l}{h} = \frac{2\pi R}{p}$$

Lo anterior significa que en un tornillo ideal, la relación entre la fuerza F_2 que él ejerce al avanzar (salida) y la fuerza F_1 aplicada sobre el tornillo para hacerlo girar (entrada) sería:

$$\frac{F_2}{F_1} = V_M = \frac{2\pi R}{p}$$

Sin embargo, del mismo modo que en los planos inclinados reales no es posible despreciar el rozamiento, en los tornillos reales tampoco. En muchas aplicaciones esto es incluso una ventaja, pues el rozamiento entre la rosca y el material asegura el tornillo.

Ejemplo 3.13. Se requiere levantar una carga de 500 kg mediante un gato mecánico. Si el tornillo del gato tiene un paso de rosca de 6.0 mm y la fuerza sobre la manivela se aplica a 45 cm del eje del tornillo, a) cuál es la ventaja mecánica del gato?, b)¿qué magnitud deberá tener la fuerza aplicada? Desprecia el rozamiento.

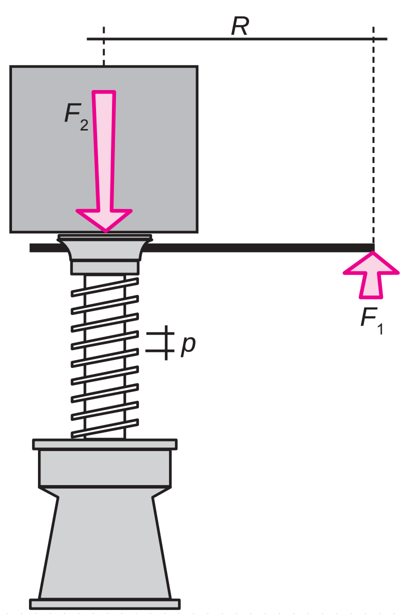
a) La ventaja mecánica del tornillo es:

$$V_M = \frac{F_2}{F_1} = \frac{2\pi R}{p} = \frac{2\pi(45\text{ cm})}{0.60\text{ cm}} = 471$$

b) Del resultado anterior:

$$F_1 = \frac{F_2}{471} = \frac{mg}{471} = \frac{(500\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{471} = 10\text{ N}$$

Por supuesto, en la práctica la fuerza sería mayor, debido al rozamiento en la rosca del tornillo.



3.5. Actividades de sistematización y consolidación.

3.5.1. Sopa de letras.

R	J	T	Ü	L	G	Á	Ó	H	O	J	A	P	A	R	E	J	O
L	X	Y	Y	P	Í	W	D	B	C	I	K	P	W	E	O	E	S
D	W	Z	W	Ñ	Ú	K	Í	G	S	Z	Ñ	U	Q	E	S	B	X
P	D	F	L	M	P	O	L	E	A	R	N	U	M	O	A	Ñ	Ú
Ñ	E	É	H	A	D	I	L	A	S	W	I	E	O	S	P	Ú	O
O	F	Y	Y	A	Q	J	Y	B	W	L	L	O	V	O	O	M	D
T	O	D	D	D	Á	Ú	F	Ú	I	A	N	N	I	P	Q	I	I
S	R	Y	F	A	N	F	N	B	T	R	Ó	Ó	M	E	X	P	G
A	M	R	M	R	Í	X	R	L	O	I	I	I	I	R	Ó	X	Í
P	A	Q	B	T	É	I	Y	T	C	P	M	C	E	T	S	F	R
I	C	G	E	N	O	X	S	A	Y	A	O	A	N	O	C	O	É
L	I	Z	U	E	E	R	L	K	Ó	L	M	T	T	R	Ú	B	S
O	Ó	V	É	C	C	S	R	M	U	A	E	O	O	N	V	R	M
P	N	W	N	L	A	S	O	G	B	N	N	R	Ú	I	C	A	Á
N	Ü	H	Ú	R	J	Í	Z	H	H	C	T	K	I	L	K	Z	E
A	Í	I	T	F	X	M	A	C	E	A	O	Y	Ü	L	L	O	J
N	Y	H	F	V	C	Ü	N	Ú	D	F	C	C	S	O	Ó	Y	E
X	X	O	Ú	J	Z	O	C	I	T	Á	T	S	E	K	N	Ñ	P

Aparejo
Brazo
Deformación
Eje
Entrada
Equilibrio
Estático
Momento
Movimiento
Palanca
Paso
Polea
Polipasto
Reposo
Rígido
Rotación
Salida
Tornillo
Torno
Traslación

3.5.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Estado de equilibrio mecánico de un cuerpo en que no se traslada, o lo hace con velocidad constante.
2. Estado de equilibrio mecánico de un cuerpo en que no rota, o lo hace con velocidad angular constante.
3. Estado de equilibrio mecánico de un cuerpo en que no se traslada ni rota.
4. La suma de todas las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es nula.
5. La suma de los momentos de todas las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es nula respecto a cualquier eje.
6. Punto del cuerpo donde puede suponerse aplicada la resultante de la fuerza de gravedad ejercida sobre sus partículas.
7. Línea según la dirección de una fuerza.
8. Distancia entre el eje de rotación de un cuerpo y la línea de acción de la fuerza aplicada sobre él.
9. Magnitud del momento de una fuerza respecto a cierto eje de rotación.
10. Dos fuerzas aplicadas a un cuerpo rígido, de iguales magnitudes y sentidos opuestos.
11. Numerosas herramientas y máquinas basan su funcionamiento en ellas.
12. Cuando el punto de apoyo de una palanca se encuentra entre los de aplicación de la fuerza ejercida y la fuerza obtenida.
13. Cuando el punto de aplicación de la fuerza obtenida mediante una palanca se encuentra entre el punto de apoyo y el punto de aplicación de la fuerza ejercida.
14. Cociente entre la magnitud de la fuerza obtenida mediante una palanca y la fuerza aplicada sobre ella.
15. Ventaja mecánica de la palanca.
16. Máquina simple que permite cambiar la dirección de la fuerza pero que no proporciona ventaja mecánica.
17. Máquina simple en que puede basarse la explicación del funcionamiento del tornillo.
18. Cociente entre la longitud y la altura de un plano inclinado.
19. Máquina simple que puede ser interpretada como una palanca de segunda clase.
20. Distancia entre dos hilos consecutivos de un tornillo.

( ) Equilibrio de rotación.

( ) Equilibrio de traslación.

( ) Equilibrio estático.

( ) Línea de acción de la fuerza.

( ) Brazo de la fuerza respecto al eje.

( ) Centro de gravedad.

( ) Cociente entre los brazos de la fuerza aplicada y la fuerza obtenida.

( ) Condición de equilibrio de rotación.

( ) Condición de equilibrio de traslación.

( ) Máquinas simples.

( ) Palanca de primera clase.

( ) Plano inclinado.

( ) Polea fija.

( ) Polea móvil.

( ) Producto de la magnitud de la fuerza por su brazo.

( ) Ventaja mecánica.

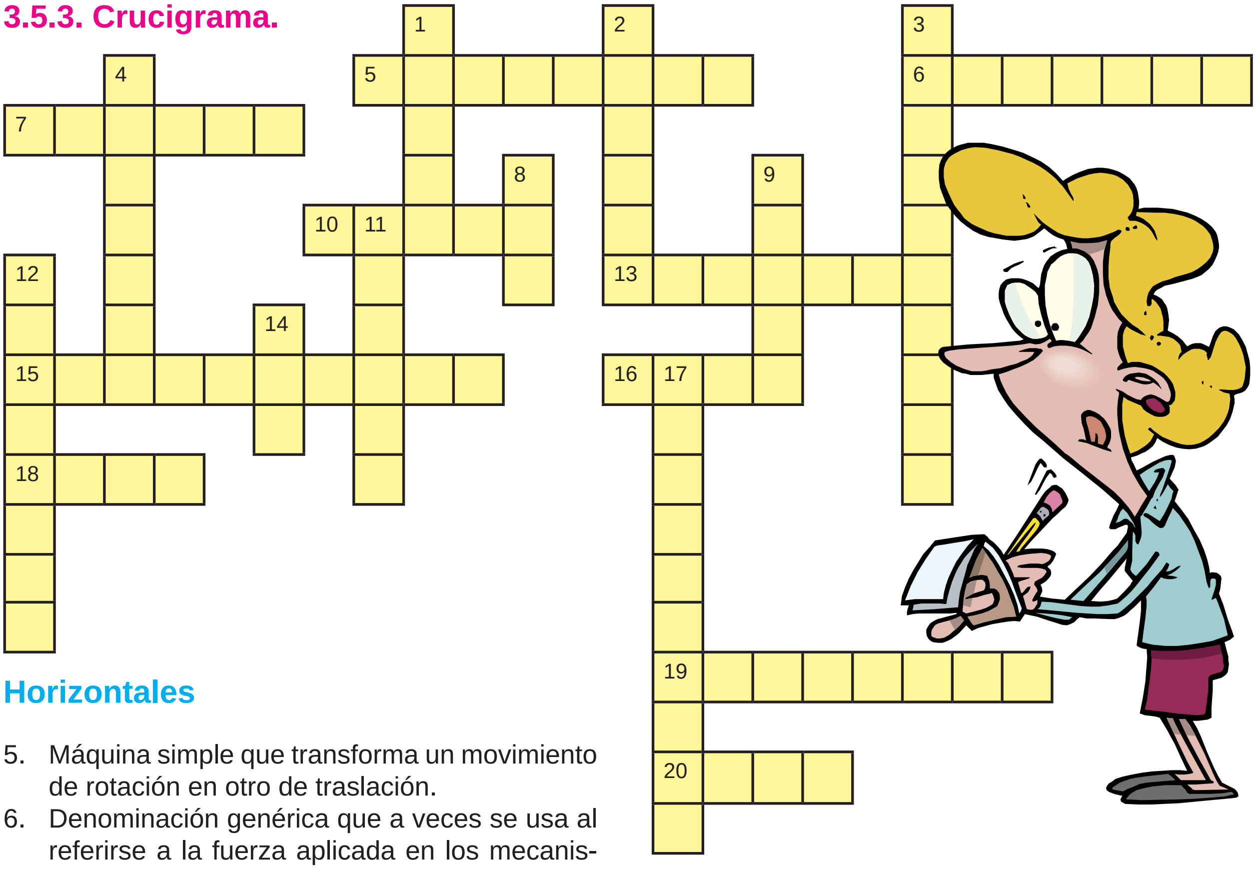
( ) Ventaja mecánica de un plano inclinado ideal.

( ) Palanca de segunda clase.

( ) Par de fuerzas.

( ) Paso de rosca.

3.5.3. Crucigrama.



Horizontales

5. Máquina simple que transforma un movimiento de rotación en otro de traslación.
6. Denominación genérica que a veces se usa al referirse a la fuerza aplicada en los mecanismos simples.
7. Ventaja mecánica de un aparejo formado por una polea fija y dos móviles.
10. Distancia entre el eje de rotación de un cuerpo y la línea de acción de la fuerza aplicada sobre él.
13. Máquina simple que consiste en la combinación de una polea fija y varias móviles.
15. Tipo de movimiento provocado por una fuerza cuya línea de acción pasa por el centro de masa del cuerpo.
16. Distancia entre dos hilos consecutivos de la rosca de un tornillo.
18. Magnitud del momento de una fuerza respecto a un punto cuando la línea de acción de la fuerza pasa por dicho punto.
19. Se dice del equilibrio mecánico de un cuerpo cuando éste no se traslada ni rota.
20. Línea imaginaria en torno a la cual rota un cuerpo.

Verticales

1. Máquina simple que permite cambiar la dirección de una fuerza.
2. Magnitud entre la que hay que dividir la longitud de un plano inclinado ideal para hallar su ventaja mecánica.
3. Forma que tiene el hilo de la rosca de un tornillo.
4. Cuerpo rígido que puede girar en torno a un punto de apoyo, a fin de obtener una fuerza mayor que la aplicada.
8. Ventaja mecánica de una polea móvil ideal.
9. Una de las máquinas simples que puede ser interpretada como una palanca.
11. Se dice del cuerpo que en las condiciones dadas no se deforma al aplicar fuerzas sobre él.
12. Tipo de movimiento provocado por una fuerza aplicada sobre un cuerpo que tiene su centro de masa fijo, cuando la línea de acción de la fuerza no pasa por el centro de masa.
14. Se dice de dos fuerzas aplicadas a un cuerpo que tienen iguales magnitudes y sentidos opuestos.
17. Personaje de la antigüedad a quien se atribuye la primera formulación de la ley de la palanca.

3.5.4. Actividades de repaso.

1. Comenzando con el concepto “Equilibrio mecánico”, confecciona un diagrama que conecte y ramifique conceptos e ideas como los siguientes: equilibrio de traslación, equilibrio de rotación, equilibrio estático, condiciones de equilibrio, brazo de un fuerza, momento de fuerza, máquinas simples.

2. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo. ¿En cuáles de ellas sería de interés profundizar?

3. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos de: a) equilibrio de traslación, b) equilibrio de rotación, c) equilibrio estático, d) brazo de una fuerza, e) momento de una fuerza respecto a un eje, f) centro de gravedad, f) ventaja mecánica de una palanca.

4. Explica el principio físico del funcionamiento de: a) la palanca, b) la polea fija, c) la polea móvil, d) el torno, e) el plano inclinado, f) el tornillo.

5. ¿Puede un cuerpo estar en equilibrio si sobre él actúa una sola fuerza? Argumenta tu respuesta.

6. Un cuerpo oscila suspendido de un hilo. ¿Estará en algún momento en equilibrio de traslación? ¿Y de rotación? Argumenta tu respuesta.

7. Párate con las piernas separadas hacia los lados. Argumenta por qué no es posible levantar una pierna y quedar apoyado sobre la otra.

8. Un cuadro rectangular tiene dos alambres para ser colgado de una pared. ¿Cómo deben ser dispuestos los alambres para que la tensión en ellos sea mínima?

9. Siéntate en una silla con la espalda apoyada en el espaldar e intenta ponerte de pie sin inclinar el torso hacia delante ¿Por qué no es posible?

10. Dos ladrillos iguales están sobre una tabla, uno sobre su parte de mayor área y el otro sobre la de menor área. Si la tabla comienza a inclinarse éste último voltea antes de deslizar, mientras que el otro no. Dibuja un esquema de la situación y apoyándote en él, explica por qué.

11. Un vehículo debe cargarse con cajas pesadas y ligeras. Uno de los operarios dice que si las cajas se amarran bien entre sí da igual colocar las pesadas arriba que abajo, pero otro afirma que no. ¿Cuál tiene razón?

12. Para levantar un objeto pesado se recomienda agacharse en lugar de inclinar el torso. ¿Por qué?

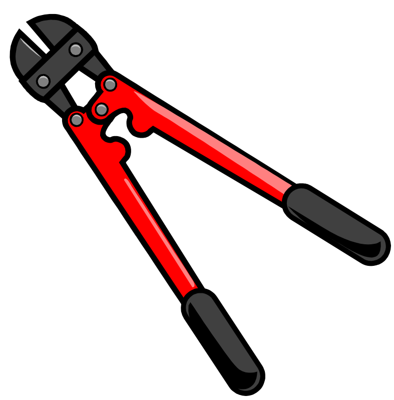
13. Un hombre camina con dos maletas, una en cada mano. Un amigo le dice que llevará una, a lo que el hombre contesta que no, que con las dos va más cómodo que con una. ¿Cómo se explica esta respuesta?

14. ¿Por qué los mangos de una tijera de cortar papel son de tamaño similar que sus hojas afiladas, mientras que los de una tijera de cortar hojalata son mucho más grandes?

15. Para sacar un clavo de una tabla utilizando un martillo, a veces se coloca entre éste y la tabla algún objeto. Esto facilita la extracción del clavo. ¿Por qué?

16. Analiza detenidamente una bicicleta e intenta identificar qué partes de ella puedes considerarse palancas.

17. Un alambre apoyado por su punto medio sobre un lápiz cilíndrico está equilibrado en posición horizontal. ¿Se mantendrá equilibrado si uno de sus lados se dobla hacia arriba? Argumenta tu respuesta.



18. Mediante una palanca de tercera clase, como por ejemplo una pinza de coger pan (Fig. 3.17c) no se obtiene ganancia de fuerza, sino por el contrario, la fuerza ejercida debe ser mayor que la obtenida. ¿En qué consiste entonces el beneficio que reporta esta palanca?

3.5.5. Ejercicios de repaso.

1. Al disparar una flecha mediante cierto arco, se aplica una fuerza sobre la cuerda de 30 N. Si el ángulo formado entre las dos partes de la cuerda es 140°, ¿cuál es la tensión de la cuerda?

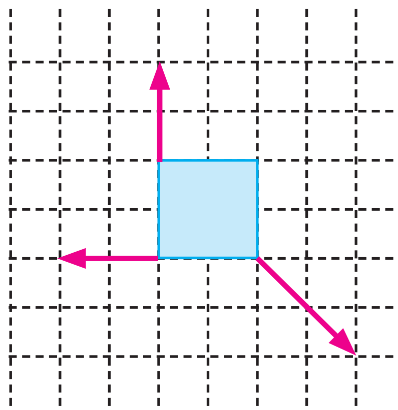
Respuesta: 44 N

2. Se pretende colgar un cuerpo de un hilo en forma de V, de modo que el ángulo formado entre las dos partes del hilo sea 35°. Si el hilo puede soportar una tensión máxima de 15 N, ¿cuál es la mayor masa que puede tener el cuerpo?

Respuesta: 2.9 kg

3. La figura muestra el esquema de un bloque cúbico de frigorit que está en el piso y sobre el cual se aplican tres fuerzas. a) ¿Estará el bloque en equilibrio de traslación? ¿y de rotación? b) Si la respuesta a alguna de las preguntas anteriores fuese negativa, ¿cómo pudiera lograrse el equilibrio?

Respuesta: a) Sí, b) No



4. Un niño de 30 kg de masa se sienta a 1.0 m del punto de apoyo de un "sube y baja" ¿Qué fuerza a 1.7 m de dicho punto debe ejercer su padre con las manos para equilibrarlo? Desprecia la fricción.

Respuesta: 1.7×10^{2} N = 17 kgf

5. Un andamio de masa 20 kg y longitud 3.0 m está suspendido horizontalmente mediante una soga en cada extremo. Un trabajador de masa 70 kg está de pie a 1.0 m de un extremo. ¿Cuál es la tensión en cada una de las sogas?

Respuesta: 555 N y 327 N

6. La distancia entre el eje de las ruedas delanteras y el eje de las traseras de un automóvil es 2.80 m. La masa del automóvil es 1 550 kg y su centro de gravedad está a 1.50 m del eje de las ruedas delanteras. ¿Cuál es la fuerza entre el pavimento y cada una de las ruedas?

Respuesta: delanteras, 4.07×10^{2} N y traseras, 3.53×10^{2} N

7. Un frasco de 4.0 cm de diámetro tiene una tapa de rosca de 2.0 cm de diámetro. La fuerza del par aplicado a la tapa para abrir el frasco fue de 2.4 N. a) ¿Cuál es la magnitud del momento del par? b) ¿Cuál fue la magnitud de la fuerza del par aplicado por la mano que sostiene el frasco?

Respuesta: a) 4.8 N.cm = 4.8×10^{-2} N.m, b) 1.2 N

8. Un armario en forma de paralelepípedo cuya base es un cuadrado de lado 60 cm está apoyado en el suelo. El armario es empujado con una fuerza horizontal aplicada a una altura de 1.50 m, pero una ligera elevación de una losa del piso impide que deslice. ¿Qué magnitud de la fuerza aplicada hace que el armario se levante del piso por el lado que se aplica la fuerza? La masa del armario es 20 kg.

   Respuesta: 39 N

9. Sobre el extremo superior de un tubo de 3.5 m de longitud apoyado sobre el suelo en posición vertical, se ejerce una fuerza horizontal de 30 N. El tubo se mantiene vertical mediante un cable sujeto a un punto a 2.25 m del suelo, el cual forma un ángulo de 30° con el tubo. a) ¿Cuál es la tensión del cable? b) ¿Con qué fuerza el cable presiona al tubo contra el suelo? c) El tubo no está empotrado en el suelo, pero la fuerza de rozamiento impide que no deslice, ¿cuál es su valor?

   Respuesta: a) 93 N, b) 81 N, c) 17 N

10. Un estudiante sabe que las monedas de 1 peso tienen una masa de 4.0 g, pero desconoce la masa de las monedas de 5 pesos. Para determinarla, arma una “balanza” equilibrando una regla homogénea de 30 cm sobre un lápiz situado horizontalmente en una mesa. Si encuentra que al colocar la moneda de 1 peso en la división de 29 cm, para que la regla permanezca en equilibrio debe colocar a la de 5 pesos en la división de 7 cm, ¿cuál es la masa de las monedas de 5 pesos?

    Respuesta: 7 g

11. En cierto exprimidor de limones, la distancia entre el eje alrededor del cual giran sus brazos y la parte que presiona el limón es, aproximadamente, 4 cm. ¿Qué fuerza se ejercerá sobre el limón cuando sobre los brazos del exprimidor se aplique una fuerza de 5 N, a 16 cm del eje? ¿Cuál es la eficiencia mecánica del exprimidor?

    Respuesta: 20 N, 4

12. Se ajusta una pieza apretando una tuerca mediante una llave. La fuerza ejercida sobre la llave es de 20 N y la distancia entre su punto de aplicación y el eje del tornillo es 10 cm. Si el paso del tornillo es de 2.0 mm, ¿cuál es la fuerza entre la tuerca y la pieza? Desprecia la fricción.

    Respuesta: 6.3×10^3 N

13. Para unir dos piezas se utilizan un tornillo y una tuerca con paso de rosca de 1 mm. El diámetro del mango del atornillador empleado es 2.0 cm y la magnitud de la fuerza del par aplicado sobre él 2.0 N. ¿Qué fuerza se ejerce entre las piezas? Desprecia la fricción.

    Respuesta: 2.5×10^2 N

4 ACTIVIDADES PRÁCTICAS

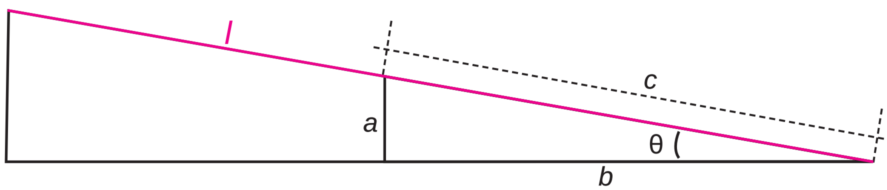
4. Actividades prácticas.

Las actividades prácticas son parte esencial del aprendizaje de la Física. Durante ellas se enriquecen con experiencia concreta determinados conocimientos y se obtienen otros; se aprende a razonar a partir de condiciones reales; se desarrollan habilidades para la medición, el manejo de instrumentos y el procesamiento e interpretación de datos; se gana experiencia en la elaboración de informes acerca del trabajo realizado. En resumen, se adquieren conocimientos, habilidades y métodos de trabajo que no es posible obtener mediante otras actividades.

A continuación se incluye un conjunto de actividades prácticas de **Mecánica**, estrechamente relacionadas con el material del texto. Se han agrupado en dos apartados, en el primero se proponen actividades sencillas, que pueden ser realizadas en la casa o el aula. Éstas no exigen realizar mediciones precisas ni evaluar la incertidumbre de los resultados. Su objetivo fundamental es utilizar los conceptos básicos estudiados para analizar reflexivamente diversas situaciones prácticas, así como desarrollar algunas habilidades. Luego le siguen las prácticas de laboratorio, las cuales, como su nombre indica, por lo general deben ser realizadas en el laboratorio, con el instrumental adecuado. En ellas se presta especial atención a las mediciones y a la evaluación de la incertidumbre de los resultados.

4.1. Actividades para la casa o el aula.

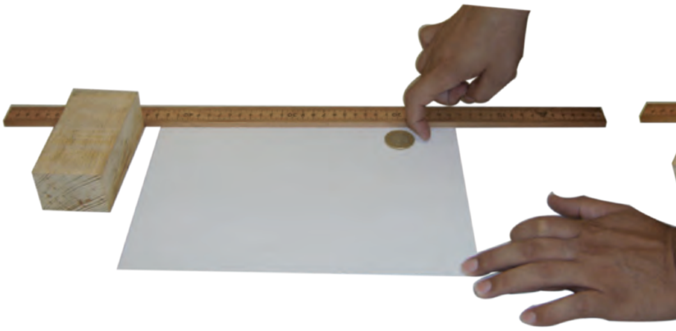
1. *Trabajo en un plano inclinado.* Con un bloque y una regla arma un plano inclinado y luego coloca una moneda sobre él. Regula la inclinación de manera que la moneda descienda con velocidad constante. Determina el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre la moneda al recorrer el plano.

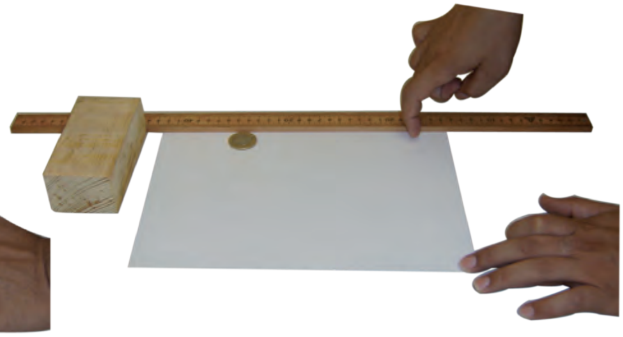


2. *Teorema del trabajo y la energía cinética.* Como actividad previa, halla el coeficiente de rozamiento cinético entre una moneda y una hoja de papel. Para ello, arma un plano inclinado como en la actividad anterior y extiende la hoja de papel a lo largo de él. Recuerda que si el ángulo para el cual la moneda desciende con velocidad constante es θ, entonces $\mu_k = \tan\theta$. El conocimiento de μ_k te permitirá hallar la fuerza de rozamiento cuando la moneda deslice sobre el papel.

Ahora coloca la hoja de papel sobre la superficie de la mesa y encima la moneda.

Proporciónale un golpe a la moneda de modo que deslice sobre el papel. ¿Qué sucede con la energía mecánica de la moneda? Determina el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre la moneda y, a partir del teorema del trabajo y la energía cinética, halla su velocidad inicial.

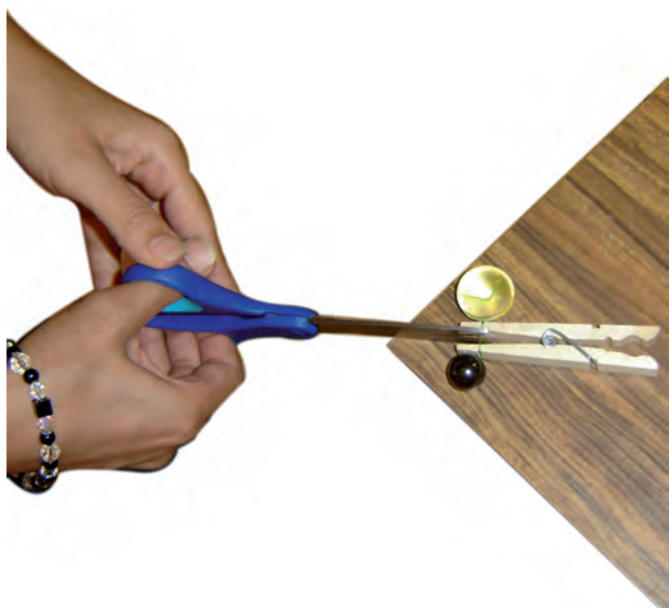


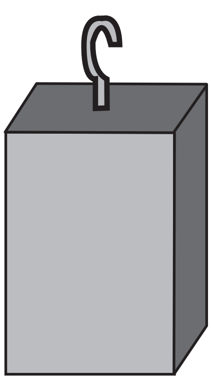


3. *Determinación de la velocidad de un proyectil.* Utilizando una cinta métrica y la ley de conservación de la energía mecánica, determina la velocidad con que sale el proyectil disparado por una pistola de resorte.

4. *Energía y canica que rebota en el piso.* Deja caer una canica desde cierta altura sobre el piso y observa la altura a que asciende después de rebotar. Con ayuda de cinta métrica mide dichas alturas y determina qué fracción de la energía mecánica inicial representa la energía mecánica perdida por el sistema Tierra- canica. ¿A dónde va a parar esa energía?

5. Interacción entre dos balines. Esta actividad la realizarás con ayuda de dos amigos. Utilizarás una pinza de tender ropa, dos balines de diferentes masas, cinta métrica o regla e hilo. Ata los extremos de la pinza por donde habitualmente se manipula, de modo que queden bien juntos. Sitúa la pinza en el borde de una mesa y coloca un balín a cada lado, como se muestra en la figura. Corta el hilo con una navaja bien afilada o con tijeras. Tus amigos deben determinar dónde tocan el suelo los balines. ¿Llegan simultáneamente al piso? ¿Cómo se explica esto? Mide la distancia horizontal recorrida por cada balín y utiliza la ley de conservación de la cantidad de movimiento para hallar la razón m_1/m_2 entre sus masas. Procura en tu escuela una balanza para poder comprobar el resultado obtenido.



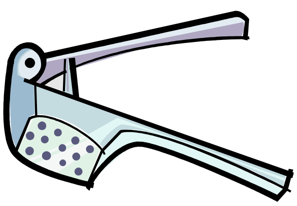


6. *Peso de un bloque.* Imagina que quieres determinar el peso de un bloque mediante un dinamómetro, pero que el peso sobrepasa el límite de éste. ¿Cómo pudieras resolver el problema empleando hilo?

7. Masas de monedas. Estima cuantas veces mayor es la masa de una moneda de 2 pesos que la de 1 peso utilizando una regla graduada y un lápiz.

8. Masa de una regla. ¿Cómo pudieras estimar la masa de una regla, empleando solamente un lápiz y una pesita de masa conocida, por ejemplo una moneda de 1 peso (4 g)?

9. Ganancia de fuerza en algunos instrumentos. Con ayuda de una regla estima la ganancia de fuerza o ventaja mecánica que proporcionan algunos instrumentos, como por ejemplo una pinza, un exprimidor de limones. ¿De qué tipo o clase de palanca se trata en cada caso?



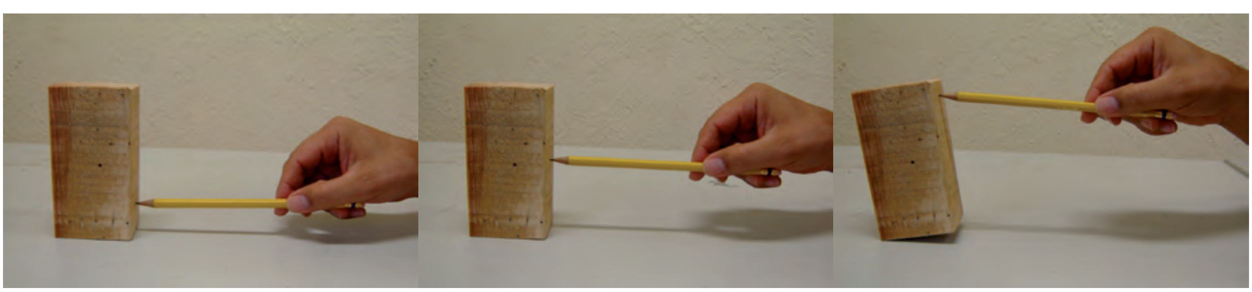
10. Centro de gravedad de un cuerpo plano. Utiliza un cuerpo plano de forma irregular, por ejemplo un pedazo de cartón, y suspéndelo por algún punto. Con ayuda de una plomada (simplemente un hilo del que cuelga o un clavo o un pedazo de plastilina) determina el centro de gravedad del cuerpo. Intenta comprobar el resultado utilizando otro procedimiento.

11. Centro de gravedad de una escoba. Sostén una regla horizontalmente sobre los dedos índices de tus manos. El centro de gravedad de la regla se encuentra en algún lugar entre tus dedos. Verifica que si esto no fuese así, entonces la regla voltearía y caería. Argumenta lo anterior utilizando la condición de equilibrio de rotación.

Ahora, en lugar de la regla sostén un palo de escoba sobre los dedos y aproxima éstos lentamente. Como ya sabes, si la escoba permanece en equilibrio, ello significa que su centro de gravedad deberá estar en algún lugar entre los dedos. ¿Dónde está el centro de gravedad? Compruébalo.

¿Podrías explicar por qué mientras aproximas los dedos, el movimiento de ellos respecto a la regla se va alternando?

12. *Coeficiente de rozamiento entre un bloque y la superficie de una mesa.* Procura un cuerpo en forma de paralelepípedo alto y colócalo sobre una mesa. Con la punta de un lápiz aplícale una fuerza cerca de su base, paralela a la superficie de la mesa y que iguale a la fuerza de rozamiento estática máxima. Repite la operación, subiendo un poco cada vez el punto de aplicación de la fuerza. Llega un momento en que el bloque voltea antes de que la fuerza aplicada supere a la fuerza de rozamiento estática máxima. Utilizando la condición de equilibrio de rotación y a partir de mediciones con una regla, determina el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la mesa.



4.2. Prácticas de laboratorio.

Un aspecto central de las prácticas de laboratorio, que aparecen a continuación, es el manejo de ciertos instrumentos y la realización de mediciones. Sin embargo, las prácticas no se reducen a ello.

Otro importante aspecto consiste en la preparación previa de los estudiantes para el trabajo en el laboratorio. Durante esa preparación deben comprender la problemática que abordarán y el objetivo de la práctica, saber deducir las ecuaciones que utilizarán, así como conocer el contenido del trabajo a realizar.

Y no menos importante que todo lo anterior es la labor posterior a la sesión de trabajo en el laboratorio: cálculos, evaluación de la incertidumbre de los resultados, construcción de gráficas, respuesta a las preguntas formuladas y, finalmente, la elaboración del informe o reporte de la práctica.

En general, el **informe de cada práctica** debe constar de tres partes fundamentales: una, donde se expone la problemática abordada en la práctica y su objetivo; otra, donde se recogen los resultados de las mediciones realizadas, se explica cómo se realizó el cálculo de la incertidumbre de dichos resultados, se presentan, en los casos que corresponda, los gráficos y se responden las preguntas formuladas; la última parte del informe consiste en unas breves conclusiones donde se da una valoración de los resultados obtenidos y del procedimiento empleado y se proponen variantes para mejorar el trabajo.

4.2.1 Transformaciones entre energía potencial gravitatoria y elástica.

Materiales e instrumentos: resorte; varias cargas de masas conocidas para colgar del extremo del resorte, regla graduada en milímetros, soporte universal, dos dobles nueces con gancho, hilo y un pedazo de alambre o clip.

La expresión de la energía potencial debida a la interacción entre dos cuerpos depende de la expresión de la fuerza de interacción entre ellos. Dos fuerzas que intervienen frecuentemente en los fenómenos estudiados por la ciencia y la ingeniería y con las que también nos relacionamos en la vida diaria, son la elástica y la de gravedad. Por eso tiene particular interés profundizar en el estudio de ellas.

La expresión habitual de la fuerza elástica es:

$$F_E = -kx$$

y la de la energía potencial asociada a ella:

$$E_{PE} = \frac{1}{2}kx^2$$

Por su parte, si el cuerpo que interacciona con la Tierra está cerca de su superficie, la fuerza de gravedad puede considerarse:

$$F_g = mg$$

y la energía potencial asociada:

$$E_{Pg} = mgy$$

Ambas fuerzas, elástica y gravitatoria, **son conservativas**, por lo que la energía mecánica total E_M de un sistema sometido solo a la acción de ellas, se conserva:

$$E_M = E_C + E_{PE} + E_{Pg} = \text{constante}$$

El sistema considerado en esta práctica es el formado por la Tierra, un resorte y un cuerpo que cuelga de él. La resistencia del aire al movimiento del cuerpo y la masa del resorte se desprecian.

Cuando el cuerpo oscila colgado del resorte, se producen transformaciones entre la energía cinética, la energía potencial elástica y la energía potencial gravitatoria del sistema, pero la variación de la energía mecánica total es cero:

$$\Delta E_M = \Delta E_C + \Delta E_{PE} + \Delta E_{Pg} = 0$$

En las posiciones superior e inferior de la trayectoria del cuerpo, su velocidad es cero y, por tanto, no posee energía cinética. Por eso, si se consideran las variaciones de energía del sistema específicamente entre esas dos posiciones del cuerpo, la ecuación anterior queda:

$$\Delta E_{PE} + \Delta E_{Pg} = 0$$

O lo que es lo mismo:

$$\Delta E_{PE} = -\Delta E_{Pg}$$

Así, al pasar el cuerpo de su posición superior a la inferior, ocurre una disminución de la energía potencial gravitatoria del sistema, pero la energía potencial elástica aumenta en igual cantidad. Y a la inversa, cuando el cuerpo pasa de su posición inferior a la superior, disminuye la energía potencial elástica, pero la energía potencial gravitatoria aumenta en la misma cantidad.

De este modo, el cambio total de energía mecánica es nulo.

El objetivo fundamental de esta práctica es comprobar que para un cuerpo que oscila colgado de un resorte, las variaciones de energía potencial gravitatoria (ΔE_{Pg}) y elástica (ΔE_{PE}) entre sus dos posiciones extremas son de igual magnitud y signos contrarios.

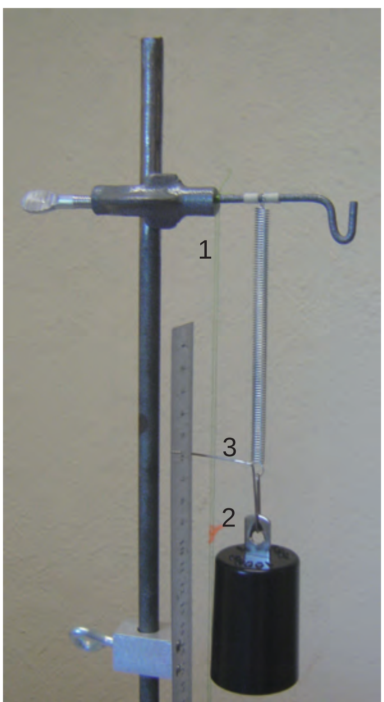
1. Para poder determinar la variación de la energía potencial elástica ΔE_{PE} se requiere primeramente investigar las características del resorte, en particular, cómo depende la fuerza que él ejerce de su deformación. Sitúa la regla junto al resorte, a fin de medir su estiramiento y luego, sucesivamente cuelga de su extremo diferentes cargas. Confecciona una tabla de tres columnas: masa (*m*), estiramiento (*x*) y fuerza elástica (F_E). En papel milimetrado, o utilizando una hoja de cálculo, como por ejemplo Excel, construye el gráfico de F_E(x) y determina la constante elástica del resorte.

masa (*m*)	estiramiento (*x*)	fuerza elástica (F_E)

2. Si el gráfico de $F_E(x)$ es una línea recta que pasa por el origen, significa que la expresión de la fuerza elástica es la habitual, $F_E = -kx$, y la de la energía potencial asociada a ella: $E_{PE} = ½\, kx^2$. Pero si el gráfico es una recta que tiene un intercepto F_0 con el eje de las fuerzas, entonces la expresión de la energía potencial es algo más compleja:

$$E_{PE} = F_0 x + \frac{1}{2} kx^2$$

¿Cómo argumentarías la expresión anterior? (Sugerencia: $W_{FE} = -\Delta E_P$. Por otra parte, el trabajo de una fuerza viene dado por el área comprendida entre el gráfico de $F(x)$ y el eje de las abscisas).



3. Cuelga una carga del resorte, elévala mediante la mano varios centímetros y luego suéltala. Por medio de la regla debes determinar la posición del extremo del resorte en tres situaciones: a) sin estirar, la cual asumirás como origen de coordenada para medir el alargamiento del resorte; b) la posición que tiene al elevar la carga que cuelga de él (x_1) y c) la posición hasta la cual desciende luego de soltar la carga (x_2). Esta última posición es la más difícil de determinar, pues el cuerpo estará en movimiento. Ello se facilita del siguiente modo. Con ayuda de las dobles nueces

con gancho se disponen dos hilos verticalmente (1) y entre ellos se engancha otro pedazo de hilo (2), como se muestra en la figura. El alambre o clip (3) se utiliza para colgar la carga y a la vez para señalar la posición del extremo del resorte en la escala de la regla. Al dejar caer la carga la porción de hilo es arrastrada, dejando indicada la posición a la que deciende el extremo del resorte.

x	E_{PE}	E_{Pg}

ΔE_{PE}	ΔE_{Pg}

4. Calcula la disminución de energía potencial gravitatoria y el aumento de energía potencial elástica del sistema cuando el cuerpo pasa del extremo superior al inferior y compara entre sí los valores obtenidos.

5. Utiliza la ley de conservación de la energía para predecir la velocidad del cuerpo al pasar por la posición de equilibrio.

4.2.2. Conservación de la energía mecánica.

Materiales e instrumentos: hilo y esfera para formar un péndulo, soporte universal, doble nuez con gancho, navaja, prensa metálica, escuadra, regla graduada en milímetros, balanza, hoja de papel blanco y hoja de papel carbón.

Como ya conoces, el péndulo ha tenido notable interés en la ciencia y en general en la vida. Resulta que también puede ser utilizado para estudiar las transformaciones de energía que tienen lugar durante su movimiento y comprobar la ley de conservación de la energía mecánica.

Considera un **péndulo simple** formado por un hilo y una esfera que cuelga de él. Si la resistencia del aire es despreciable, las únicas fuerzas que actúan sobre la esfera son la de gravedad y la tensión del hilo. La fuerza de gravedad es, como sabes, **conservativa**. Por su parte, la tensión del hilo es perpendicular a la trayectoria circular

que describe la esfera y por eso no realiza trabajo sobre ella. Esto significa que la energía mecánica total E_M del péndulo se conserva durante su movimiento.

$$E_M = E_C + E_P = \text{constante}$$

El objetivo de la práctica es comprobar la ley de conservación de la energía mecánica durante el movimiento de un péndulo simple.

1. Mide la masa de la esfera y anota el resultado y su incertidumbre.

m	*u(m)*	*u(m)/m*

Luego monta la instalación de modo que la esfera quede unos 20 cm sobre la superficie de la mesa. Debes cuidar que el filo de la navaja roce al hilo en un punto muy próximo a la esfera, pero antes envuelve la navaja en un pedazo de papel para que no vaya a cortar el hilo mientras preparas la instalación.

Si desvías el péndulo elevando la esfera hasta una altura *h* por encima de su posición de equilibrio y luego lo sueltas, entonces la navaja cortará al hilo.

La ecuación de conservación de la energía mecánica para el movimiento de la esfera entre las posiciones 1 y 2 es:

$$E_{M2} = E_{M1}$$

$$E_{C2} + E_{P2} = E_{C1} + E_{P1}$$

Como en la posición 1 la esfera se encuentra en reposo, E_{C1} = 0. Por otra parte, si se escoge como nivel cero de energía potencial gravitatoria la situación en que la esfera se encuentra en la posición de equilibrio, entonces E_{P2} = 0. De modo que en este caso la ecuación de conservación de la energía mecánica queda, simplemente:

$$E_{C2} = E_{P1}$$

2. Determina la altura *h* sobre la posición de equilibrio desde la cual soltarás la esfera (debe ser alrededor de 10 cm) y anota el resultado y su incertidumbre.

h	*u(h)*	*u(h)/h*

Calcula la energía potencial E_{P1} = *mgh* y su incertidumbre. Para evaluar esta última considera que la incertidumbre relativa total es:

$$\frac{u(E_{P1})}{E_{P1}} = \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{u(g)}{g}\right)^2}$$

Si utilizas como valor de la aceleración de la gravedad, 9.79 N/kg, puedes despreciar la incertidumbre relativa de este valor frente a las incertidumbres relativas de *m* y *h*, por lo que se tiene:

$$\frac{u(E_{P1})}{E_{P1}} = \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(h)}{h}\right)^2}$$

E_{P1}	$u(E_{P1})/E_{P1}$	$u(E_{P1})$

3. La energía cinética de la esfera al pasar por la posición 2 es más difícil de determinar. La ecuación es $Ec_2 = ½\, mv^2$, siendo *v* la velocidad de la esfera cuando pasa por dicha posición. Pero la velocidad *v* debe ser medida indirectamente.

Si tienes en cuenta que después que la navaja corte el hilo la esfera describirá un movimiento parabólico, entonces puedes hallar *v* a partir de la altura *y* desde la cual cae la esfera sobre la mesa y de su alcance *x*. La ecuación es:

$$v = x\sqrt{\frac{g}{2y}}$$

Deduce la ecuación anterior a partir de las ecuaciones para las componentes horizontal y vertical del movimiento parabólico de la esfera.

Utilizando la expresión anterior, la energía cinética queda:

$$E_{C2} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{mx^2g}{4y}$$

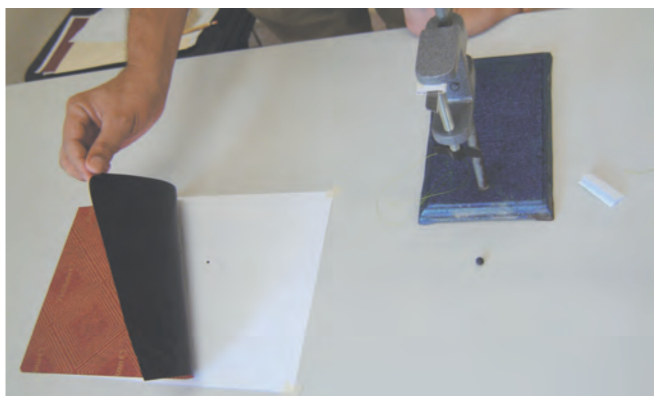
4. Con la esfera en la posición de equilibrio, mide la altura *y* a la cual se encuentra su parte inferior sobre la superficie de la mesa. A continuación determina la proyección de la esfera sobre la mesa y señálala de algún modo, pues a partir de ella medirás el alcance *x*.

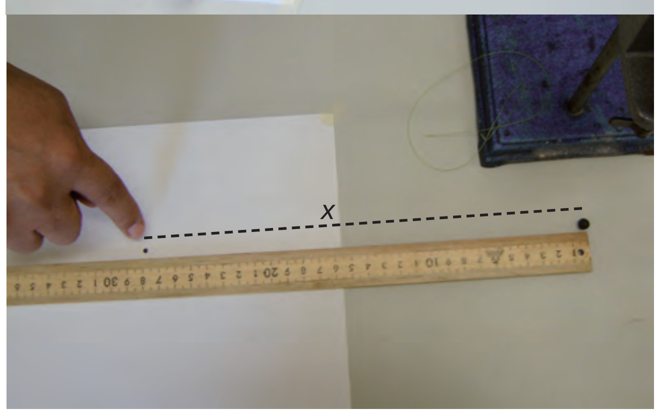
y	*u(y)*	*u(y)/y*

Ahora coloca la hoja de papel blanco con el papel carbón encima en la zona que caerá la esfera, de tal modo que cuando la navaja corte el hilo caiga sobre el papel dejando una marca en él.

Realiza la experiencia unas tres veces y observa que la esfera no siempre cae en el mismo lugar. Esto se debe a efectos aleatorios, incontrolables. En esta experiencia puedes considerar que la incertidumbre en la determinación del alcance debida a efectos aleatorios es de 0.5 cm.

x	$u(x)$	$u(x)/x$





Calcula $E_{C2} = \dfrac{mx^2g}{4y}$ y su incertidumbre.

Nota que la incertidumbre de E_{C2} está determinada por las incertidumbres de las siguientes magnitudes: m, x, g, y. Sin embargo, en esta experiencia la incertidumbre relativa de x es mucho mayor que la de las otras magnitudes, por lo que la incertidumbre relativa de E_{C2} puede considerarse determinada solamente por la de x:

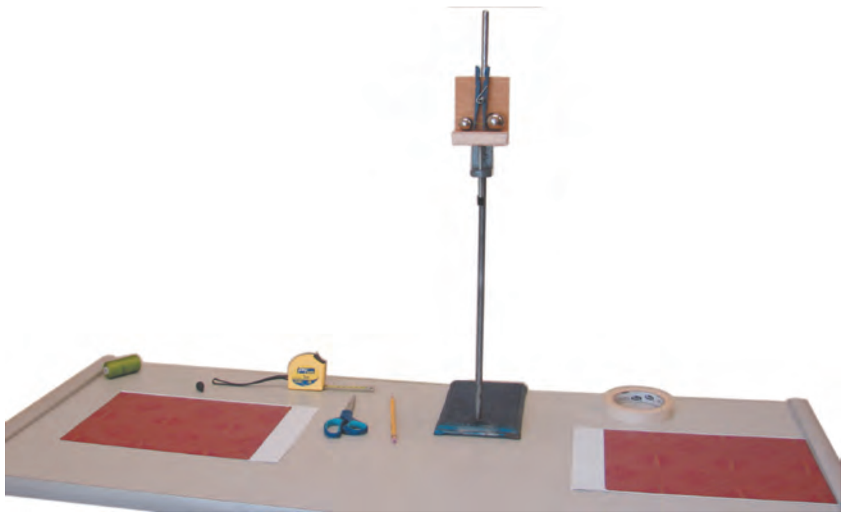
$$\frac{u\left(E_{C2}\right)}{E_{C2}} = \frac{2u\left(x\right)}{x}$$

E_{P2}	$u(E_{P2})/E_{P2}$	$u(E_{P2})$

5. Compara entre sí los valores obtenidos para la energía potencial E_{P1} y la energía cinética E_{C2}. ¿Qué otros factores no mencionados hasta ahora pudieran influir en la diferencia entre los valores obtenidos para E_{P1} y E_{C2}?

4.2.3. Conservación de la cantidad de movimiento I.

Materiales e instrumentos: dos canicas de diferentes masas, una conocida y la otra desconocida, pinza de tender ropa, hilo, dispositivo para sostener la pinza de ropa, soporte universal, prensa metálica, pieza para apoyar el dispositivo con la pinza, tijera o navaja, cinta métrica, balanza, dos hojas de papel blanco y dos de papel carbón.



La ley de conservación de la cantidad de movimiento es una de las leyes fundamentales de la Física. Junto a la de conservación de la energía ha hecho posible el análisis de innumerables fenómenos, e incluso el descubrimiento de partículas subatómicas que en un momento dado eran desconocidas.

La ley afirma que la cantidad de movimiento total de un sistema de partículas se conserva si el sistema está **aislado**, o lo que es equivalente, si la suma de las fuerzas externas aplicadas sobre él es nula. En rigor, es imposible que se cumpla esta condición, pero en determinadas circunstancias las situaciones consideradas se aproximan mucho a ella.

El sistema considerado en esta práctica está formado por dos canicas situadas sobre una superficie horizontal, las cuales se hacen interactuar entre sí por mediación de una pinza de tender ropa, semejando un "choque" de tipo explosivo. Obviamente este sistema no está aislado, sin embargo, en el pequeño intervalo que dura la interacción puede ser considerado como tal. Durante ella, la fuerza de gravedad sobre las canicas es compensada por la reacción normal de la superficie en que se apoyan. Por su parte, las fuerzas de rozamiento apenas influyen en el movimiento de las canicas. De modo que **durante** la interacción el sistema puede asumirse como aislado.

Con ayuda del soporte universal, se sitúa la pinza de ropa a cierta altura de la superficie de la mesa y a cada lado de ella una canica, como muestra la figura. Luego de la interacción, las canicas realizan un movimiento parabólico.


El objetivo de esta práctica es utilizar la ley de conservación de la cantidad de movimiento, a fin de predecir la masa de una canica conocida la masa de la otra. La coincidencia del resultado predicho con el obtenido por medio de una balanza, confirma el cumplimiento de la ley y también de las ecuaciones del movimiento parabólico.

Si designamos por v_1 y v_2 las velocidades de las canicas en el instante que finaliza la interacción entre ellas, entonces la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento puede escribirse:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

De aquí que:

$$m_2 = -m_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

O, considerando solo los valores absolutos de v_1 y v_2, simplemente:

$$m_2 = m_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

De la ecuación se ve que si se conoce la masa de una de las monedas (m_1), entonces es posible determinar la masa de la otra (m_2) midiendo sus velocidades, v_1 y v_2, en el instante que dejan de hacer contacto con la pinza de tender. La dificultad estriba en determinar esas velocidades. Para ello tendremos en cuenta lo siguiente.

Durante el movimiento de las canicas en el aire, la componente horizontal de la velocidad puede considerarse constante, ya que la resistencia del aire es despreciable. Por consiguiente, los alcances de las canicas se relacionan con las velocidades que tienen al dejar de hacer contacto con la pinza de ropa del siguiente modo:

$$x_1 = v_1 t$$

$$x_2 = v_2 t$$

El tiempo de vuelo *t* es el mismo para ambas canicas, pues solo está determinado por la altura desde la cual salen. Por eso, si dividen las ecuaciones anteriores una entre la otra se tiene:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2}$$

En consecuencia, la ecuación que relaciona las masas de las canicas hallada anteriormente, $m_2 = m_1 (v_1/v_2)$, puede escribirse:

$$m_2 = m_1\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$$

Ésta es la ecuación que permitirá hallar la masa desconocida.

1. Ata los extremos por donde habitualmente se manipula la pinza de ropa y sitúa la pinza como se muestra en la figura, cuidando que las canicas queden bien alineadas. Coloca una hoja de papel blanco con una de papel carbón encima, en la zona en que caerá cada canica, de tal modo que al impactar sobre la hoja dejen una marca. Es posible que necesites realizar un ensayo previo de la experiencia a fin de precisar la zona en que caerán las canicas. Corta el hilo que sujeta los brazos de la pinza.

2. Mide el alcance de cada canica y, a partir de ellos y de la masa de una de las canicas, determina la masa de la otra.

m_1	x_1	x_2	m_2

3. Repite la experiencia y los cálculos dos o tres veces más. ¿Obtienes el mismo resultado? Si la respuesta fuese negativa, explica la razón.

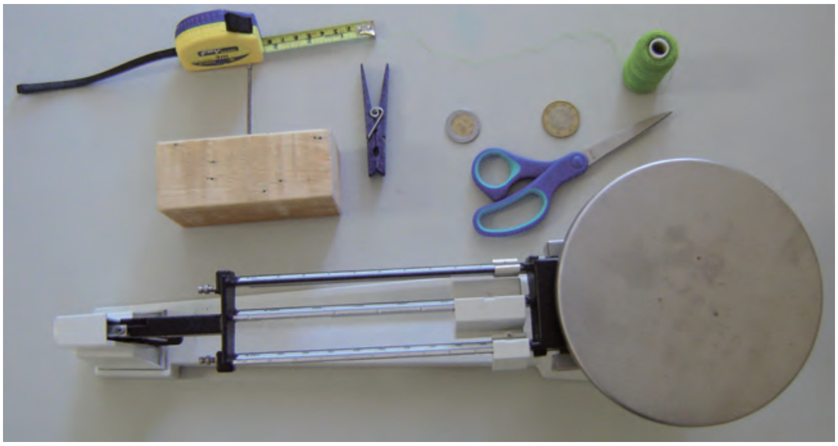
x_1	x_2	m_2

4. Compara el resultado anterior con el obtenido mediante una balanza.

m_1	m_2

4.2.4. Conservación de la cantidad de movimiento II.

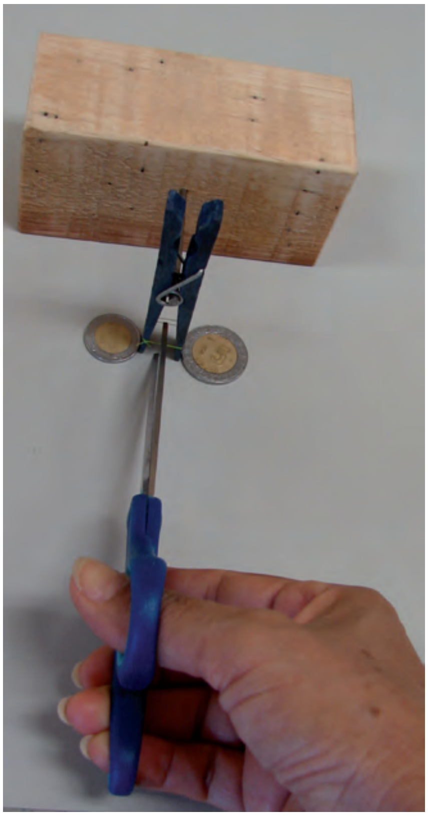
Materiales e instrumentos: dos monedas de diferentes denominaciones, por ejemplo, una de un peso y otra de 5 pesos, pinza de tender ropa, hilo, dispositivo para sostener la pinza de ropa, tijera o navaja, cinta métrica y balanza.



Esta práctica constituye una variante de la anterior. En este caso el sistema considerado está formado por dos monedas situadas sobre una superficie horizontal, las cuales se hacen interactuar entre sí por mediación de la pinza de tender ropa. Luego de la interacción las monedas deslizan sobre la superficie hasta detenerse.

En rigor, el sistema de las dos monedas no está aislado, pero en el pequeño intervalo que dura la interacción puede considerarse como tal. La fuerza de gravedad sobre las monedas todo el tiempo es compensada por la reacción normal de la mesa. En cuanto a las fuerzas de rozamiento, aunque no están compensadas y a la larga son importantes, resulta que en el intervalo que dura la interacción, ejercen una influencia sobre el movimiento de las monedas que comparada con la debida a la fuerza de interacción es insignificante. Por consiguiente, asumiremos que el sistema está aislado.

El objetivo de esta práctica es utilizar la ley de conservación de la cantidad de movimiento, a fin de predecir la masa de una moneda conocida la masa de la otra. La coincidencia del resultado predicho con el obtenido por medio de una balanza, confirma el cumplimiento de la ley y también de la ecuación para el movimiento de las monedas sobre la superficie de la mesa.



Si designamos por v_1 y v_2 las velocidades de las monedas en el instante que finaliza la interacción entre ellas, entonces la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento puede escribirse:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

De aquí que:

$$m_2 = -m_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

O, considerando solo los valores absolutos de v_1 y v_2, simplemente:

$$m_2 = m_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

De la ecuación se ve que si se conoce la masa de una de las monedas (m_1), entonces es posible determinar la masa de la otra (m_2) midiendo sus velocidades, v_1 y v_2, en el instante que dejan de hacer contacto con la pinza de tender. La dificultad estriba en determinar estas velocidades.

Para ello nos valdremos del hecho que las velocidades de las monedas se relacionan con las distancias recorridas hasta detenerse del siguiente modo:

$$v = \sqrt{2\mu gd}$$

En efecto, consideremos una moneda que desliza hasta detenerse sobre una superficie horizontal. Según el teorema del trabajo y la energía cinética, el trabajo de la fuerza neta (en este caso, igual a la fuerza de rozamiento) es igual a la variación de su energía cinética:

$$W_f = \Delta E_C$$

De ahí que:

$$\mu mgd = \frac{1}{2}mv^2$$

donde v es la velocidad de la moneda al comenzar a deslizar, m su masa y μ el coeficiente de rozamiento cinético entre la moneda y la superficie.

Resolviendo la ecuación anterior para v se obtiene:

$$v = \sqrt{2\mu gd}$$

En el caso que analizamos, d sería la distancia recorrida por la moneda desde la posición en que deja de hacer contacto con la pinza hasta la posición en que se detiene.

Utilicemos ahora el resultado anterior en la ecuación que relaciona las masas de las monedas.

$$m_2 = m_1 \frac{\sqrt{2\mu gd_1}}{\sqrt{2\mu gd_2}} = m_5 \sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$$

De modo que la ecuación que permitirá hallar la masa desconocida es:

$$m_2 = m_1\sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$$

1. Ata los extremos por donde habitualmente se manipula la pinza de ropa. En dependencia de la extensión de la superficie en que se moverán las monedas y la rigidez de la pinza, podrás unir más o menos los extremos. Sitúa la pinza como se muestra en la figura, cuidando que las monedas queden bien alineadas. Corta el hilo con ayuda de una tijera o una navaja.

2. Mide las distancias recorridas por cada moneda y, a partir de ellas y de la masa de una de las monedas, determina la masa de la otra moneda.

m_1	d_1	d_2	m_2

3. Repite la experiencia y los cálculos dos o tres veces más. ¿Obtienes el mismo resultado? Si la respuesta fuese negativa, explica la razón.

m_1	d_1	d_2	m_2

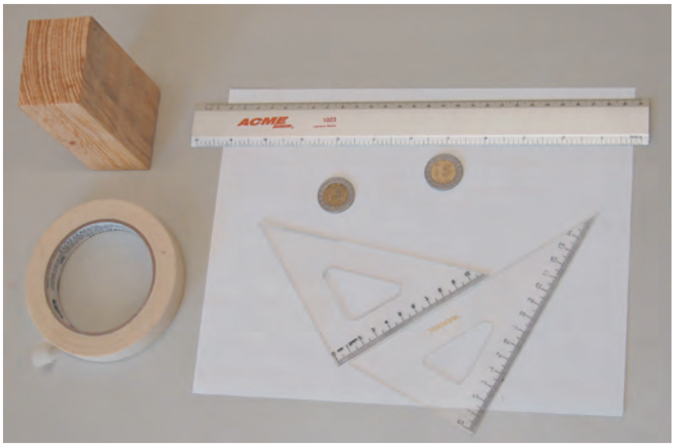
4. Procura los resultados obtenidos por otros equipos. Utilizando todos los resultados de que dispongas, halla el valor medio y la desviación estándar.

5. Compara el resultado anterior con el obtenido mediante una balanza.

m_1	m_2

4.2.5. Choque en dos dimensiones.

Materiales e instrumentos: dos monedas de igual denominación; regla graduada; hoja de papel blanco, bloque para formar un plano inclinado con la regla y escuadras.



La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial. Por eso en el choque de dos cuerpos que se mueven en un plano (**choque bidimensional**), como por ejemplo en el caso de dos bolas de billar, lo que se conserva es el vector cantidad de movimiento y no simplemente el valor de ésta:

$$\vec{P}_0 = \vec{P}$$

donde $\vec{P}_0$ y $\vec{P}$ son las sumas vectoriales de las cantidades de movimiento de los cuerpos antes del choque y después de él, es decir:

$$\vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \longrightarrow \quad (1)$$

El hecho de que la conservación se refiera a magnitudes vectoriales implica, además, que si se elige un sistema de coordenadas ***X-Y*** y se descomponen los vectores cantidades de movimiento de los cuerpos según los ejes de coordenadas, entonces las sumas de las componentes según cada eje son iguales antes y después del choque, o sea:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Para el eje } \boldsymbol{X}: & p_{01x} + p_{02x} = p_{1x} + p_{2x} \\ \text{Para el eje } \boldsymbol{Y}: & p_{01y} + p_{02y} = p_{1y} + p_{2y} \end{array}\right\} \quad (2)$$

La ecuación 1 es la **expresión vectorial** de la ley de conservación de la cantidad de movimiento para el choque entre dos cuerpos y las ecuaciones 2 representan la **expresión escalar** de la ley.

El objetivo de la práctica es verificar la ecuación vectorial y las ecuaciones escalares de la ley de conservación de la cantidad de movimiento en el caso de un choque bidimensional de dos cuerpos.

En calidad de cuerpos que chocan se utilizarán dos monedas de igual denominación. Una de ellas se hará incidir con cierta velocidad sobre otra que estará en reposo sobre la hoja de papel. Después del choque las monedas se mueven en diferentes direcciones.

La dificultad en este caso consiste en medir las velocidades de las monedas para poder determinar después sus cantidades de movimiento. Para ello nos valdremos de la ecuación ya utilizada en la práctica anterior que relaciona la velocidad inicial de la moneda con la distancia que recorre hasta deternerse:

$$v = \sqrt{2\mu g d}$$

La cantidad $\sqrt{2\mu g}$ es la misma para cualquiera de las monedas, por eso la designaremos simplemente por k, con lo cual queda:

$$v = k\sqrt{d}$$

donde k es una constante de proporcionalidad.

Por consiguiente, la cantidad de movimiento de la moneda al comenzar a deslizar es $p = mv = mk\sqrt{d}$. Como las masas de las monedas son iguales, designaremos al producto mk por una nueva constante K, de modo que la magnitud de la cantidad de movimiento de la moneda queda:

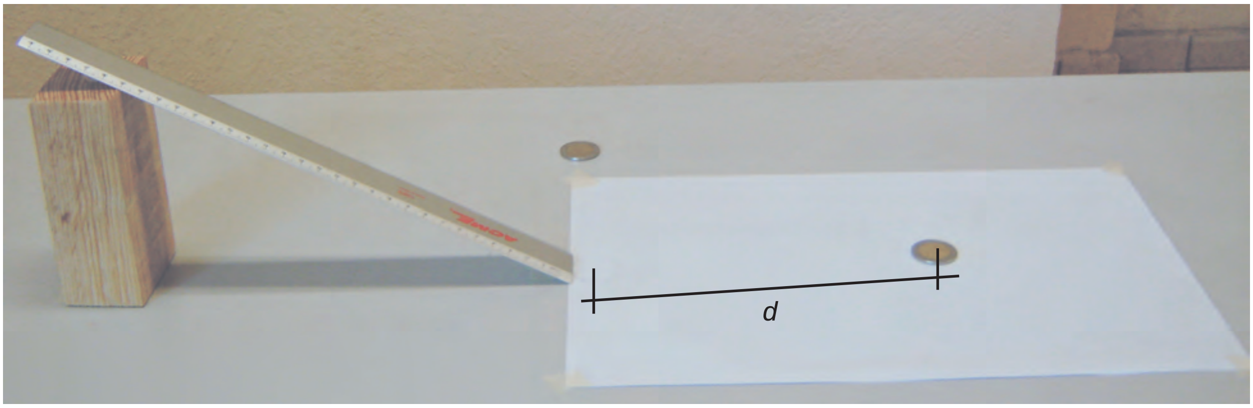
$$p = K\sqrt{d}$$

Ésta será la expresión que utilizaremos para hallar las magnitudes de las cantidades de movimiento de las monedas.

1. A fin de determinar la cantidad de movimiento de la moneda incidente, arma un plano inclinado apoyando la regla sobre el bloque. Elige la altura desde la cual dejarás caer la moneda para provocar el choque con la otra.

Deja caer varias veces la moneda desde la altura elegida, cuidando que siempre deslice apoyada sobre el mismo lado y marca las posiciones donde se detiene. Estas posiciones se distribuyen en una zona, ¿cómo se explica esto? Traza un punto hacia el centro de dicha zona y mide la distancia promedio recorrida por la moneda sobre el papel hasta detenerse. Presta atención a que esta distancia debe ser medida desde la posición que tiene la moneda una vez que deja el plano inclinado y ha quedado apoyada por completo en el papel. También traza una línea recta que indique la dirección del movimiento de la moneda sobre el papel.

Utilizando la ecuación $p = K\sqrt{d}$ determina la cantidad de movimiento de la moneda al dejar el plano inclinado. Puesto que el valor de *K* no lo conoces, expresarás el resultado como un número multiplicado por *K*, por ejemplo, $p_{01} = 2.64K$



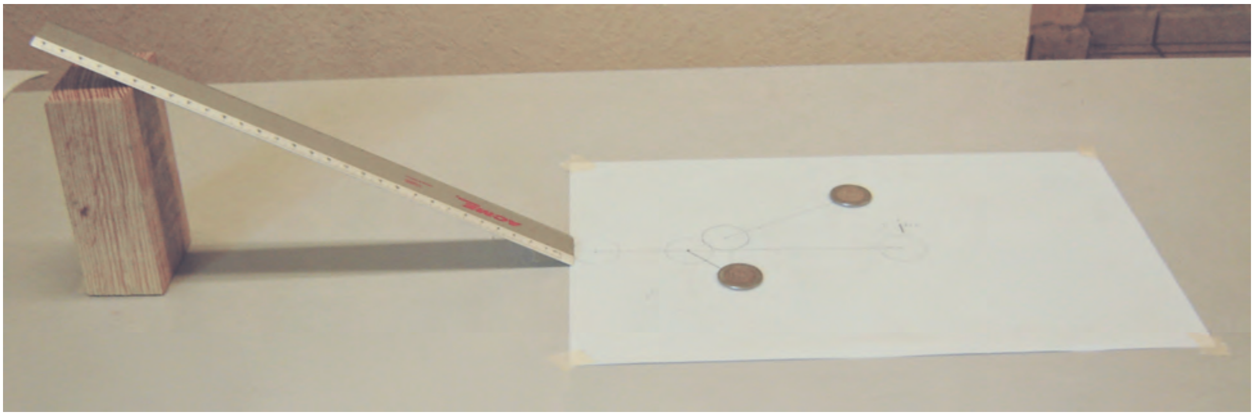
2. Deja caer varias veces la otra moneda por el plano inclinado desde la misma altura que en el caso anterior y comprueba si la distancia promedio recorrida hasta detenerse es similar que para la otra moneda. Si difiere mucho, prueba con otra moneda. ¿Qué objetivo persigue esta comprobación?

Coloca la segunda moneda varios centímetros delante del extremo inferior del plano inclinado y hacia un lado de la dirección del movimiento de la moneda incidente, a fin de producir un choque oblicuo. Marca con un círculo la posición de esta segunda moneda.

Realiza la experiencia dejando caer la moneda incidente desde la altura del plano elegida. Esto permite conocer de antemano la cantidad de movimiento de la moneda incidente p_{01} en el instante de chocar con la otra.

Señala con círculos las posiciones en que se detuvieron las monedas y también determina la posición de la moneda incidente al hacer contacto con la otra.

Los círculos trazados en el papel indican las posiciones de las monedas justamente antes de chocar y después que se han detenido. Traza líneas entre los centros de los círculos, de tal modo que queden indicadas las direcciones del movimiento de las monedas después del choque.



3. Mide las distancias d_1 y d_2 recorridas por las monedas después del choque y a partir de ellas determina las magnitudes de las cantidades de movimiento de las monedas justamente después del choque, p_1 y p_2. Nuevamente expresarás los resultados como números multiplicados por K. Puesto que las magnitudes de las tres cantidades de movimiento han sido expresadas en la forma p = 2.64K, ello significa que K puede interpretarse como una unidad de medida de dichas cantidades de movimiento.

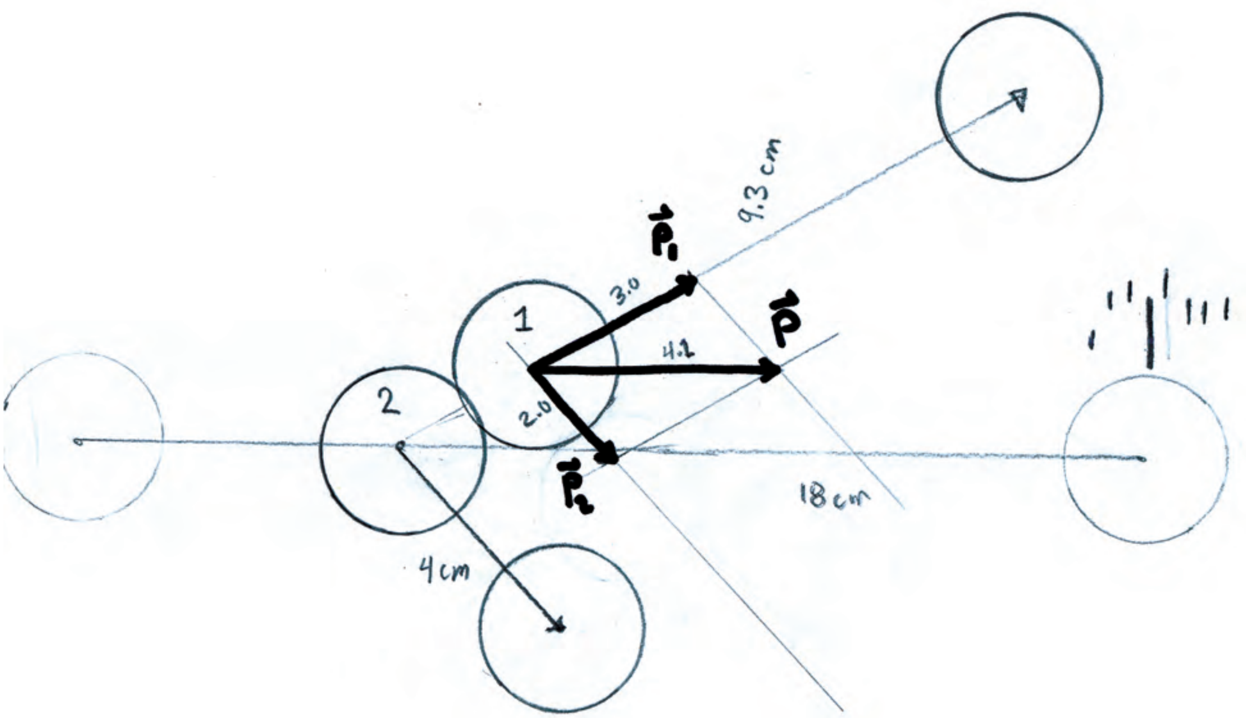
d		p_{01}	
d_1		p_1	
d_2		p_2	

4. Ahora representarás los vectores cantidad de movimiento geométricamente, por medio de flechas. Una escala conveniente para hacer la representación es 1K = 1cm.

A partir de un punto sobre la línea que indica la dirección de la moneda incidente y según la escala escogida, traza los vectores $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$. A continuación, utilizando la regla del paralelogramo halla el vector suma $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$, es decir, la cantidad de movimiento total después del choque. ¿Coincide la dirección de la cantidad de movimiento total después del choque con la dirección de la cantidad de movimiento antes del choque $\vec{p}_{01}$?

Determina la magnitud de la cantidad de movimiento total después del choque y compárala con la de la cantidad de movimiento $\vec{p}_{01}$.

¿Se conserva el vector cantidad de movimiento?



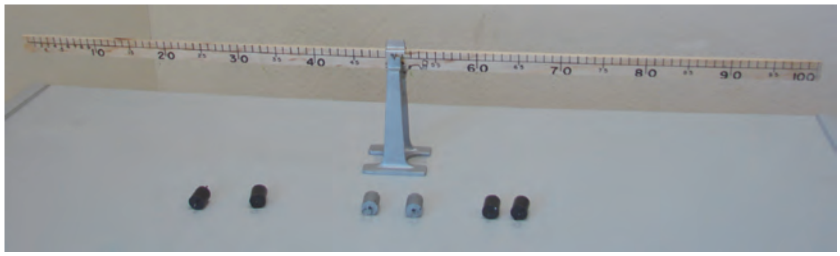
5. En el punto anterior has analizado el cumplimiento de la expresión vectorial de la ley de conservación. Ahora examinarás el cumplimiento de su expresión escalar. Para ello dibuja un sistema de coordenadas **X-Y** con origen en el punto a partir del cual trazaste los vectores cantidad de movimiento y de tal modo que el eje X esté en la dirección de la moneda incidente.

¿Cuál es la componente según ***Y*** de la cantidad de movimiento inicial $\vec{p}_{01}$? Halla las componentes de la cantidades de movimiento según ***Y*** y comprueba que la suma de ellas es igual antes que después del choque. Repite la operación para el eje **X**.

6. ¿Se conserva la energía mecánica en este choque? En caso de que no se conserve, ¿a dónde va a parar la energía mecánica perdida? Argumenta tus respuestas.

4.2.6. Equilibrio de rotación: Palanca.

Materiales e instrumentos: regla homogénea graduada en milímetros, con aditamento para suspenderla por su parte media, soporte universal, doble nuez, varilla de 10-15 cm, juego de pesas e hilo.



La palanca es una de las **máquinas simples** fundamentales. Forma parte de infinidad de máquinas y herramientas utilizadas en diversas ramas de la ingeniería y la vida cotidiana. La balanza, por ejemplo, instrumento que se utiliza desde hace ya más de 5 000 años y que hoy resulta indispensable en la ciencia, la tecnología y el comercio, en cualquiera de sus variantes mecánicas es una palanca. Incluso otras máquinas simples, como la polea, la rueda con eje y el torno, pueden ser interpretadas como tipos de palanca.

Una de las funciones principales de la palanca es obtener fuerzas ("salida") mucho mayores que las que pueden ejercerse directamente ("entrada"). Dice la leyenda que refiriéndose a esto Arquímedes expresó: "Denme un punto de apoyo y moveré el Mundo".

El funcionamiento de la palanca puede ser explicado a partir de la condición de equilibrio de rotación.

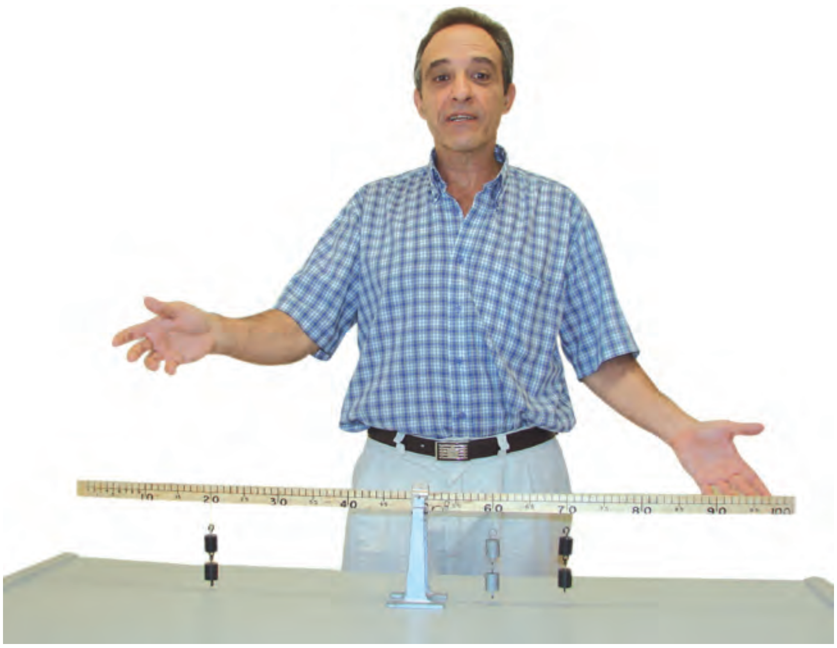
El objetivo de esta práctica consiste en analizar la condición de equilibrio de rotación en una palanca.

En calidad de palanca se utilizará una regla que se suspende por su parte media con ayuda de un soporte universal. Las fuerzas son aplicadas mediante pesas que se cuelgan de la regla utilizando hilos. Cuando la palanca está en reposo se cumple la condición de equilibrio de rotación:

$$b_1F_1 = b_2F_2$$

1. Monta la instalación y asegúrate que la regla quede equilibrada en posición horizontal. Para ajustar el equilibrio puedes colgar de la regla un pedazo de alambre y deslizarlo hacia un lado u otro, según convenga.

2. De uno de los brazos de la palanca, cerca del punto de apoyo, cuelga dos pesas y luego equilibra la palanca colgando del otro brazo una sola pesa.



¿De qué tipo o clase de palanca se trata en este caso?

Mide los brazos de cada una de las dos fuerzas aplicadas y anota los resultados y sus incertidumbres. Determina las fuerzas ejercidas por las pesas sobre la palanca y sus incertidumbres. Para calcular estas últimas, advierte que como las fuerzas se calculan mediante la ecuación $F = mg$, entonces las incertidumbres en la determinación de ellas dependen de las incertidumbres en los valores de m y g:

$$\frac{u(F)}{F} = \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(g)}{g}\right)^2}$$

No obstante, si consideras $g = 9.79$ N/kg, la incertidumbre de la fuerza debida a g puede despreciarse frente a la debida a m, por lo que queda:

$$\frac{u(F)}{F} = \frac{u(m)}{m}$$

La incertidumbre en las masas de las pesas utilizadas en esta práctica, puedes considerarla $u(m)$ = 1 g.

m	$u(m)$	$u(m)/m$

F	$u(F)/F$	$u(F)$

Calcula los momentos de cada una de las fuerzas respecto al punto de apoyo y expresa los resultados acompañados de sus incertidumbres. Compara los valores de dichos momentos entre sí.

M	$u(M)/M$	$u(M)$

3. Ahora retira la pesa que equilibra a las otras dos y equilibra la palanca aplicando una fuerza con un dedo en algún punto del mismo brazo en que están las dos pesas. ¿De qué tipo o clase de palanca se trata en este caso? ¿Cuál será la magnitud de la fuerza ejercida por el dedo? Expresa el resultado acompañado de su incertidumbre.

Bibliografía

Alvarado, A., Valdes, P. y Caro J. (2008). *Mecánica 1: Bachillerato universitario*. México: Once Ríos.

Alvarado, A., Caro J. y Alvarado, R. (2006). *Mecánica 1: Bachillerato 2000*. México: Once Ríos.

Alvarado, A., Caro J. y Alvarado, R. (2006). *Mecánica 2: Bachillerato 2000*. México: Once Ríos.

Alvarenga, B. y Máximo, A. (1998). *Física General con experimentos sencillos*. México: Oxford.

Douglas y Giancoli. (2002). Física para universitarios Vol. 1. México: Prentice-Hall.

Giancoli, D. (2002). *Física: Principios con aplicaciones*. México: Prentice-Hall Hispanoamericana.

Gutiérrez, C. (2002). *Física 1: Un enfoque didáctico*. México: McGraw-Hill.

Haber-Schaim y otros (1975). *Física PSSC* *. España: Reverté.

Hewitt, P. (1999). *Conceptos de Física*. México: Limusa.

Hewitt, P. (2004). *Física conceptual*. México: Pearson.

Holton, G. (1993). *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas.* España: Reverté.

Lea, S. y Burke, R. (1998). *Física: La naturaleza de las cosas Vol. I*. México: Thomson.

Microsoft (2006). *Encarta 2007 Biblioteca Premium DVD*.

Pérez, H. (2002). *Física General*. México: Publicaciones Cultural.

Resnick, R. y otros. (2002). *Física Vol. 1*. México: Continental.

Serway y Beichner. (2001). Física para ciencias e ingeniería Tomo 1. México: McGraw Hill.

Tipler, P. (1999). *Física para la ciencia y la tecnología*. Volumen 1. España: Editorial Reverté.

Tippens, P. (1988). *Física: Conceptos y Aplicaciones.* México: McGraw Hill.

Wilson, J. (1996). *Física*. México: Pearson.

MECÁNICA 2
Bachillerato Universitario

Se terminó de imprimir en el mes de enero de 2012
en los talleres gráficos de ***Servicios Editoriales Once Ríos S.A. de C.V.***, Río Usumacinta No. 821, Col. Industrial Bravo, Tel. 712-29-50

La edición consta de 5,000 ejemplares

Equilibrio mecánico de los cuerpos.

A estudiantes y profesores

Este libro, Mecánica 2, forma parte de los materiales curriculares preparados para apoyar la introducción del *Plan 2009* en el bachillerato de la Universidad Autónoma de Sinaloa. Mientras que en *Mecánica 1* la atención se centra en la descripción del movimiento, las leyes de Newton y la aplicación de éstas, aquí se estudian dos leyes de conservación, las de la energía y la cantidad de movimiento, y también elementos básicos acerca del Equilibrio de los Cuerpos.

Las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento tienen excepcional importancia. Ellas trascienden el marco de la mecánica newtoniana, se aplican no solo en todos los campos de la Física, sino además, en múltiples ramas de las ciencias naturales y la ingeniería. Razonar desde la perspectiva de estas leyes facilita la comprensión y análisis de muchas situaciones. Por su parte, el tema Equilibrio de los Cuerpos es de gran interés para la ingeniería, así como para comprender el funcionamiento de numerosos dispositivos utilizados en la vida diaria.

Este segundo curso de Mecánica resulta, pues, esencial para ampliar la cultura general de los estudiantes y prepararlos para continuar carreras universitarias de diversos perfiles.

El enfoque didáctico del libro es consecuente con la tarea en que actualmente está enfrascada la Universidad Autónoma de Sinaloa, de reestructurar el currículo del bahillerato en base a *competencias*. De ahí que en la siguiente página relacionemos las competencias que se esperan lograr, o contribuir a lograr, en los alumnos.

Pero tan importante, o más, que declarar esas competencias, es que los alumnos realicen un sistema de actividades especialmente concebidas para alcanzarlas. Por eso, a lo largo del libro y acompañando al texto, se ha incluido un gran número de preguntas, actividades a realizar y ejercicios resueltos. Luego, al final de cada capítulo, aparece otra serie de actividades que complementan a las anteriores y ayudan a consolidar y sistematizar el material estudiado. El libro termina con un capítulo dedicado a actividades prácticas, el cual debe facilitar la labor de los maestros en esa dirección, y ayudar así a revitalizar un aspecto esencial de la formación de los alumnos, lamentablemente descuidado en los últimos años. Estas actividades se han agrupado en dos partes, la primera incluye actividades sencillas, que pueden ser realizadas en la casa o el aula y la segunda, seis prácticas de laboratorio, en las cuales se presta especial atención a la realización de mediciones, la construcción de gráficos y la evaluación de la incertidumbre de los resultados.

La idea central es que el libro sea, más allá de un *libro de texto*, un *material de trabajo*, pues solo reflexionando profundamente sobre lo leído, planteándose interrogantes y realizando numerosas actividades teóricas y prácticas alrededor del material, es decir, trabajando conscientemente, podrán los alumnos adquirir la competencias que se esperan.

Por último, nos parece necesario subrayar, que realizar con efectividad un enfoque del proceso de enseñanza-aprendizaje basado en la formación de competencias, no será posible si dicho proceso no es acompañado por un sistema de evaluación que esté en correspondencia con las competencias declaradas y las actividades desarrolladas.

Los autores

Introducción.

Con este libro continuarás el estudio de la Mecánica. Comenzaremos haciendo un breve recuento de lo aprendido hasta ahora y reflexionando sobre el interés que tienen los nuevos temas que abordarás.

Ya sabes que la Física investiga sistemas, cambios e interacciones **fundamentales**, que están en la base de otros más complejos, estudiados por diversas ramas de la ciencia y la tecnología. Y entre los cambios fundamentales sobresale el **movimiento**.

Nosotros hemos centrado la atención en un movimiento sumamente importante, aunque relativamente simple, el de **traslación**, en el cual el cuerpo puede ser considerado una partícula. Primeramente, mediante los conceptos y procedimientos básicos de la Cinemática aprendiste a describirlo y luego, al estudiar la Dinámica, a explicar o predecir las características de algunos de sus tipos a partir de las leyes de Newton y de las leyes de fuerza. A través de múltiples ejemplos pudiste apreciar, que si se conocen la posición y velocidad del cuerpo en cierto instante (las condiciones iniciales del movimiento) y las fuerzas que actúan sobre él, entonces utilizando la segunda ley de Newton es posible predecir su movimiento posterior, o sea, encontrar su posición y velocidad en función del tiempo.

Parecería que con lo anterior puede darse por terminado, en lo fundamental, el estudio del movimiento de traslación, y sin embargo no es así, ahora lo examinaremos desde una nueva perspectiva, desde la perspectiva de las **leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento**. ¿Por qué? Las razones para ello son diversas.

En primer lugar, hay situaciones en que no interesa encontrar las ecuaciones de la posición y velocidad del cuerpo en función del tiempo, sino solamente hallar éstos en determinado instante, y en tales casos razonar a partir de las leyes de conservación pudiera resultar más fácil y rápido que utilizar la segunda ley de Newton. Consideremos un par de ejemplos que ilustran esto.

Ejemplo 1.1. Se dispara una pistola de juguete de dos modos (Fig. 1.1): a) verticalmente hacia abajo y b) horizontalmente. En ambos casos la velocidad de salida del proyectil es la misma. ¿En qué caso su velocidad al llegar al suelo es mayor? La resistencia del aire puede despreciarse.

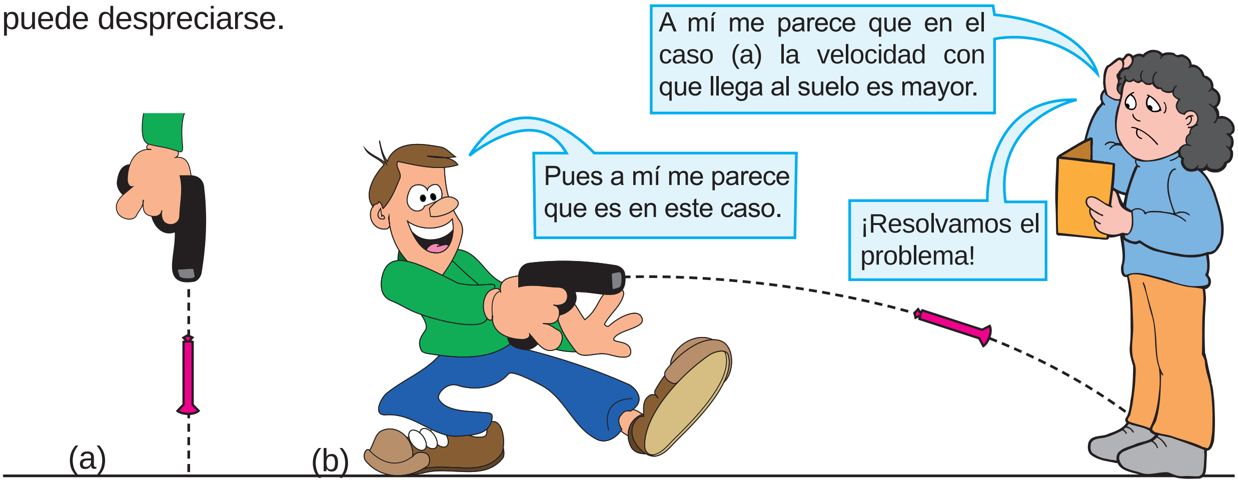


Fig. 1.1. Pistola de juguete que se dispara de dos modos: a) verticalmente hacia abajo, b) horizontalmente.

Analizar la situación planteada a partir de la segunda ley de Newton, requiere considerar en el caso (b) las componentes horizontal y vertical del movimiento parabólico del proyectil y luego determinar el valor del vector velocidad resultante al llegar al suelo. En cambio, como veremos en la primera unidad de este curso, razonar apoyándose en la ley de conservación de la energía mecánica permite obtener la respuesta a la pregunta planteada inmediatamente.

Ejemplo 1.2. Se tiene un cuerpo que cuelga de un hilo formando un péndulo (Fig. 1.2). Si lo desviamos de su posición de equilibrio, elevándolo una altura h y luego lo soltamos, ¿cuál es el valor de su velocidad al pasar por la posición de equilibrio?

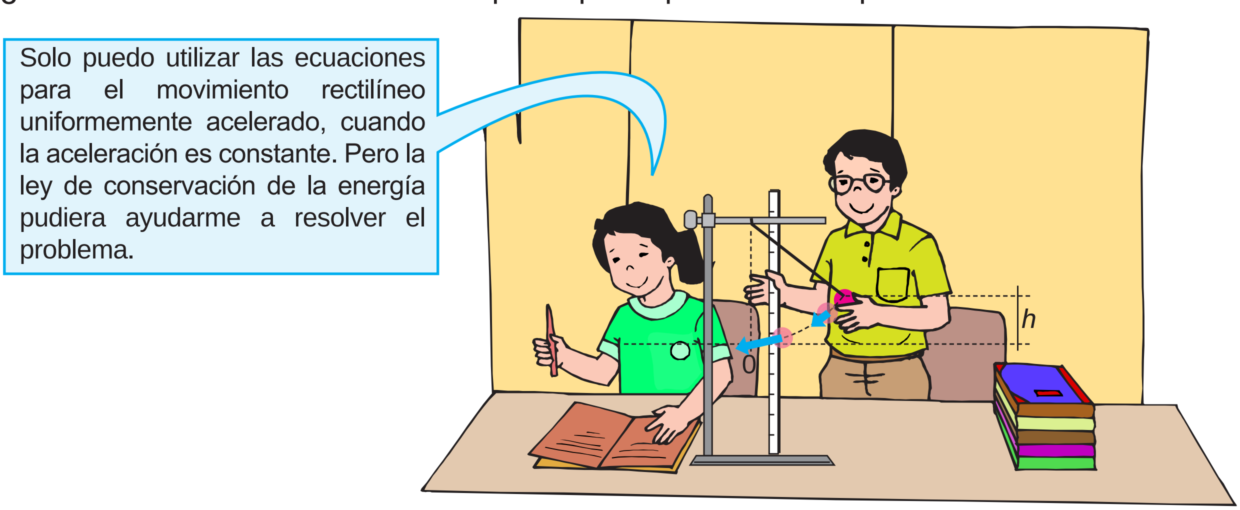


Fig. 1.2. Péndulo que se desvía de su posición de equilibrio y luego se suelta.

Si intentas resolver este problema empleando la segunda ley de Newton, verás que aún no dispones de los conocimientos necesarios. La componente de la fuerza de gravedad tangente a la trayectoria es la responsable de que aumente el valor de la velocidad del cuerpo. Sin embargo, ya que no es contante, la aceleración tampoco lo es, y no es posible emplear las conocidas ecuaciones para el movimiento con aceleración constante. En este caso se requiere utilizar conocimientos de Matemática Superior. No obstante, la ley de conservación de la energía posibilita hallar la solución muy fácilmente.

En los dos problemas anteriormente examinados se conocen las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y, por tanto, es posible encontrar la solución partiendo de la segunda ley de Newton. La ventaja en estos casos de utilizar la ley de conservación estriba en que ayuda a resolver dichos problemas más fácilmente y con mayor rapidez. Pero existen otras situaciones en que se desconoce la expresión de la fuerza, en cuyo caso resulta imposible utilizar la segunda ley de Newton. Y pese a ello, el problema puede ser resuelto con ayuda de las leyes de conservación. Examinemos un ejemplo.

Ejemplo 1.3. Con el objetivo de hallar la velocidad con que sale un proyectil de una pistola de juguete, se dispara contra un carrito, de modo que el proyectil queda adherido a él (Fig. 1.3). Las masas del carrito y el proyectil se conocen. El carrito se mueve sin apenas rozamiento y se mide su velocidad después que el proyectil se ha adherido. ¿Cuál es la velocidad con que fue disparado el proyectil?

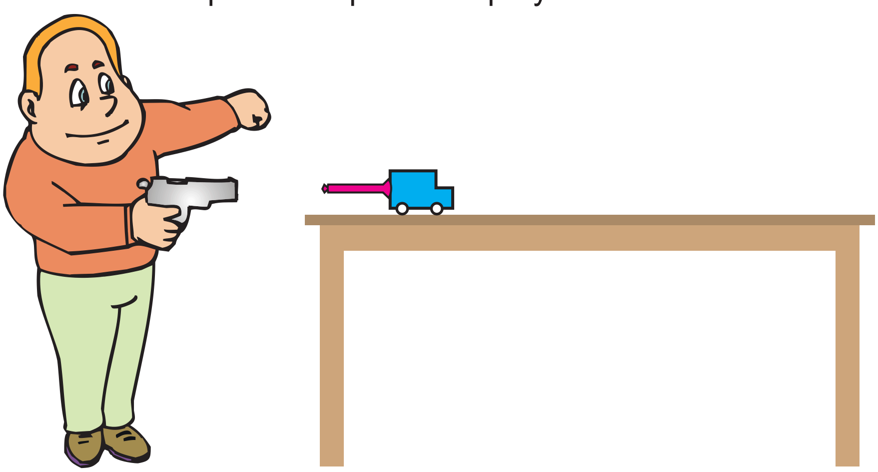


Fig. 1.3. Un proyectil que termina en ventosa es disparado contra un carrito, poniéndolo en movimiento. El proyectil queda adherido al carrito.

El movimiento del proyectil se ve frenado debido a la fuerza de interacción con el carrito, pero puesto que esta fuerza es desconocida, resulta imposible utilizar la segunda ley de Newton para calcular su aceleración y luego su velocidad inicial. No obstante, en este caso, como verás en la segunda unidad del curso, es posible resolver fácilmente el problema empleando la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Hemos mencionado ejemplos de problemas cuyas soluciones pueden dificultarse, e incluso resultar imposibles, basándose en la segunda ley de Newton, pero que en cambio pueden ser halladas fácilmente empleando las **leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento**.

Sin embargo, la importancia de estas leyes va mucho más allá de esto.

En efecto, la tercera razón para estudiarlas consiste en que trascienden el marco de la mecánica newtoniana. El campo de aplicación de la mecánica de Newton es amplio, abarca desde el movimiento de los cuerpos celestes hasta el de las moléculas de los gases y el de las partículas subatómicas fuera de los átomos, incluyendo, por supuesto, la enorme variedad de movimientos con que nos relacionamos diariamente. Pero hay otras muchas situaciones en que los conceptos y leyes de la mecánica newtoniana no pueden ser aplicados. Por ejemplo, cuando los cuerpos se mueven a grandes velocidades, comparables con la velocidad de la luz, no es posible utilizar las leyes de Newton (Fig. 1.4 a), y si se trata del interior de moléculas, átomos y núcleos atómicos, ni siquiera tienen sentido conceptos como los de posición y trayectoria de las partículas que los constituyen

Fig. 1.4 a. En el acelerador de partículas Large Hadron Collider, no pueden ser utilizadas las leyes de Newton.

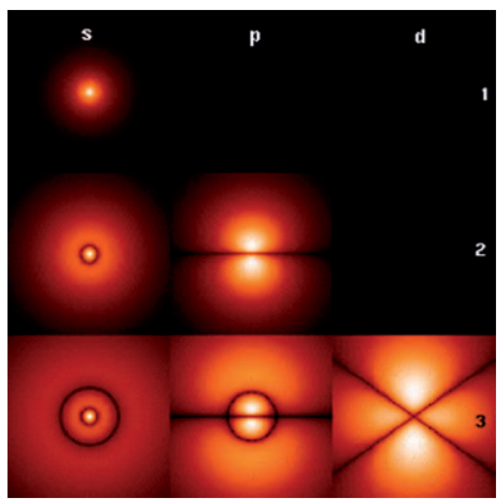


Fig. 1.4 b. El electrón de un átomo de Hidrógeno no tiene posición ni trayectoria definidas, más bien representa una especie de nube en torno al núcleo.

(Fig. 1.4b) y, por consiguiente, tampoco los de velocidad y aceleración. No obstante, las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento sí son válidas en todos los casos. De este modo, aunque en este curso obtendremos dichas leyes a partir de la mecánica newtoniana, ellas pueden generalizarse a todas las partes de la Física.

En lo que respecta a la tercera unidad, **Equilibrio Mecánico de los Cuerpos**, cabe señalar lo siguiente. Al analizar diversas situaciones hemos utilizado reiteradamente la conclusión, derivada de la primera ley de Newton, de que si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula, entonces el cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme. Sin embargo, es preciso subrayar que esta afirmación se refiere exclusivamente al **movimiento de traslación** del cuerpo. Aún siendo nula la resultante de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo, ellas pueden provocar su deformación (Fig. 1.5b), es decir, el movimiento de sus partes entre sí, y también su rotación (Fig. 1.5c).

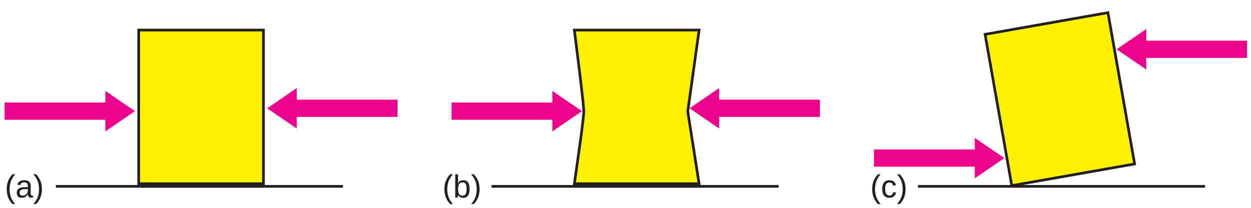


Fig. 1.5. En los tres casos la resultante de las fuerzas es nula: a) todos los puntos del cuerpo, en este caso rígido, permanecen en reposo; b) el cuerpo como un todo no se traslada, pero no es rígido y se deforma; c) el cuerpo no se traslada ni se deforma, pero se pone en rotación.

En Mecánica I, cuando consideramos la fuerza elástica nos referimos, aunque brevemente, a la deformación de los cuerpos bajo la acción de fuerzas. Por su parte, el análisis del movimiento de rotación de los cuerpos quedará para un curso posterior. Pero las condiciones para que un cuerpo rígido permanezca en reposo, tanto de traslación como de rotación, tienen excepcional importancia para la ingeniería, especialmente en el diseño y construcción de edificaciones e instalaciones. Por eso la tercera unidad trata precisamente del estudio de esas condiciones, así como de la aplicación de ellas para analizar diversos mecanismos simples.

1

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

1. Ley de conservación de la energía.

Al estudiar un tipo particular de cambio, el movimiento, encontramos que con unos pocos conceptos e ideas podía ser explicada una gran variedad de movimientos. Esos conceptos son **fuerza**, **masa** y **aceleración** y las ideas, **las leyes de Newton**. Motivados por esto, ahora intentaremos ir más allá y nos plantearemos la pregunta:

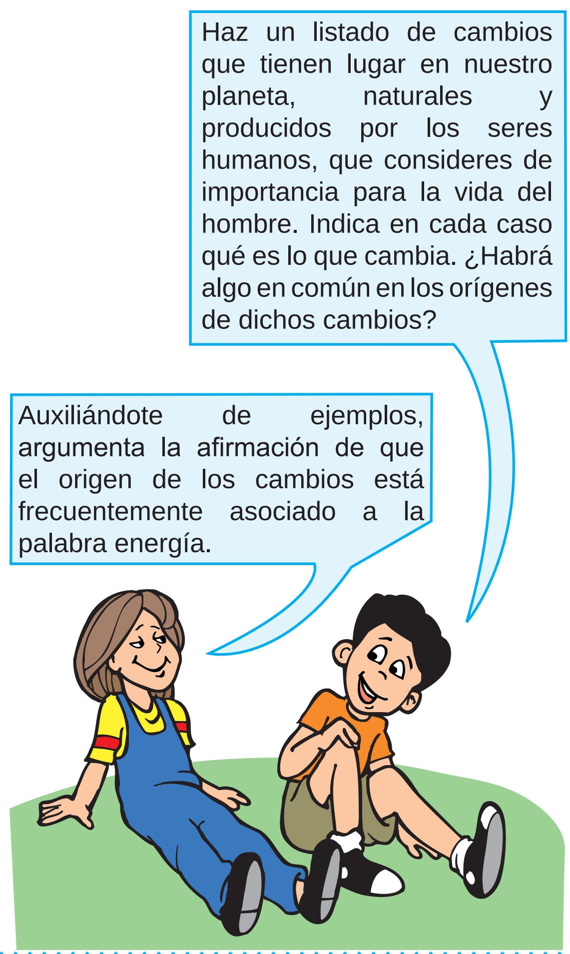
¿Será posible utilizar unos mismos conceptos e ideas para describir diversos cambios, independientemente de la naturaleza de ellos?

Nota que ahora no se trata solo del movimiento mecánico, sino de los cambios en general, relativos a la naturaleza. Los cambios son, como hemos subrayado desde el comienzo del estudio de la Física, una característica esencial del universo y es natural que en determinado momento del análisis de ellos los científicos se plantearan una pregunta como la anterior.

Esta será, pues, una de las preguntas centrales de la unidad.

En nuestro entorno tienen lugar cambios de muy diversa índole: variaciones de temperatura, formación de vientos, elaboración de alimentos, transformación y producción de variados materiales, numerosos procesos durante el funcionamiento de diversos equipos, etc. Y pese a la diferente naturaleza de estos cambios, el origen de todos ellos frecuentemente se asocia con la palabra **energía**. El esclarecimiento de este término será, por supuesto, otra de las cuestiones a considerar en esta unidad.

La energía puede provenir de muy diversos recursos: de la radiación solar, de los combustibles habituales, de los combustibles nucleares, del agua almacenada en las represas, de las reacciones químicas en el interior de pilas y baterías, de los alimentos



Argumenta la importancia que tiene el tema de la energía en la vida diaria y para la humanidad.

que consumimos y el oxígeno del aire que respiramos, etc. Si no fuese por la energía que de muy diversas formas y diariamente se pone en juego, cesaría toda actividad de la sociedad, desaparecería la vida, finalizaría todo cambio en nuestro planeta.

Por otra parte, desde el pasado siglo tiene lugar una creciente e incontrolada demanda de energía por los seres humanos, lo cual ha originado muy graves problemas a la humanidad: el agotamiento de los recursos energéticos convencionales; el deterioro del medio ambiente; guerras por la posesión de los recursos energéticos; conversión de ciertos recursos alimenticios en fuentes de energía, con la consiguiente agudización del problema alimentario. Por consiguiente, el estudio del tema de la energía tiene en la actualidad no solo un interés estrictamente científico, sino también social y un gran impacto para el medio ambiente.

Teniendo en cuenta lo analizado anteriormente, podría elaborarse un resumen de cuestiones claves a considerar en esta unidad, como el siguiente:

¿Qué es energía? ¿Cuáles son sus tipos o formas principales? ¿De qué modos se transmite y se transforma? ¿Cómo medirla? ¿Cómo utilizar dicho concepto para analizar diversas situaciones? ¿De qué modo se obtiene la energía que diariamente empleamos? ¿Cómo ahorrarla? ¿Qué problemas ha traído a la humanidad la creciente e incontrolada demanda de energía y cuáles podrían ser algunas medidas para enfrentarlos?

Intenta dar una respuesta inicial a la primera de las preguntas planteadas: ¿Qué es energía?

1.1. Energía y su transformación.

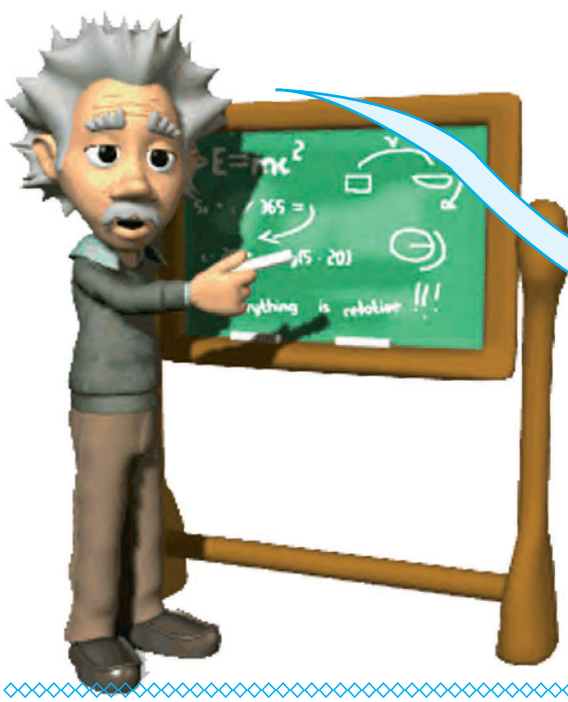
1.1.1. Concepto de energía y sus formas principales.

Ilustra mediante ejemplos la caracterización del concepto de energía dada en el texto.

Resulta difícil expresar lo que es energía en unas pocas palabras. No obstante, teniendo en cuenta las situaciones analizadas anteriormente, como una primera aproximación pudiéramos decir que:

Energía es una magnitud utilizada para caracterizar cuantitativamente los cambios, relativos a la naturaleza, que ocurren o que tienen posibilidad de ocurrir. Mientras mayor sea el cambio, mayor es la energía.

El concepto de energía que hemos dado es limitado, pero iremos enriqueciéndolo a lo largo del capítulo. Por ahora subrayemos lo siguiente. La energía se pone de manifiesto a través de los cambios, pero el hecho de que un sistema no origine transformaciones, no significa que no posea energía. Esto se hace evidente, por ejemplo, en los combustibles, los cuales pueden producir cambios o no en dependencia de si los hacemos arder o no. A principios del siglo XX Einstein demostró que, en realidad, cualquier cuerpo posee una colosal cantidad de energía, solo que la mayor parte de ella no suele ponerse en juego.



A partir del análisis de diversos cambios y sus orígenes, intenta agrupar en unos pocos tipos las formas en que se presenta la capacidad de producirlos (formas de energía).

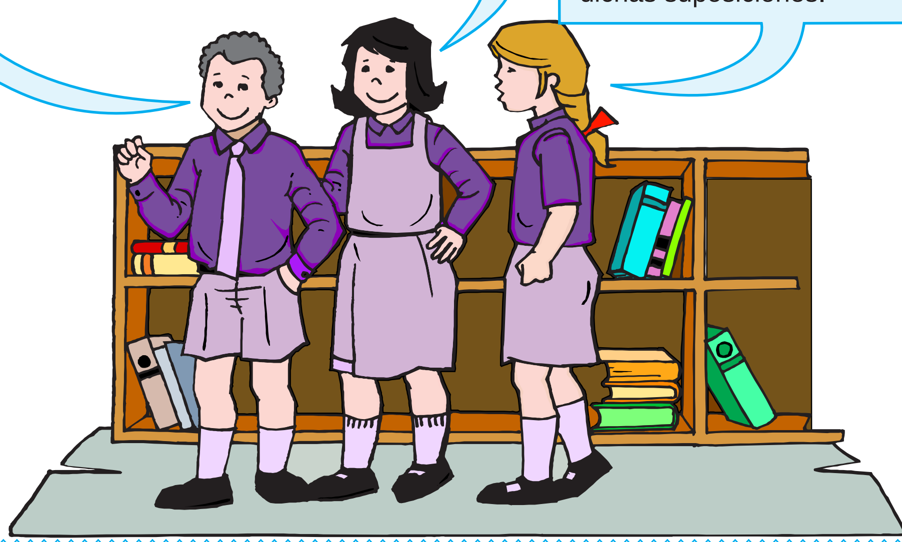
El análisis del origen de los cambios muestra que la capacidad de los sistemas para producirlos se presenta en algunas formas básicas. Una de ellas está relacionada con el movimiento y, por consiguiente, se denomina **energía de movimiento** o, más comúnmente, **energía cinética** (E_C). En efecto, un cuerpo que está en movimiento respecto a otros tiene posibilidad de provocar cambios en ellos (Fig. 1.6).

Fig. 1.6. Como consecuencia de su movimiento, un cuerpo puede provocar cambios, lo que evidencia que posee energía.

Ilustra mediante ejemplos la realización de cambios provocados por el movimiento de unos cuerpos respecto a otros.

Indaga acerca del origen y significado del término “cinético”.

¿De qué magnitudes dependerá la energía cinética de los cuerpos? Apoya tu razonamiento mediante ejemplos prácticos. Planifica y lleva a cabo alguna actividad práctica para apoyar dichas suposiciones.



No obstante, hay situaciones en que un objeto está en reposo respecto a otro y, a partir de determinado momento, uno de ellos, o los dos, adquiere cierta velocidad, poniendo así de manifiesto que poseían energía en forma latente o **potencial**. El caso más común es el de un cuerpo que sostenemos a cierta altura sobre el suelo (Fig. 1.7a). Basta que lo soltemos para que adquiera cierta velocidad, e incluso se produzcan otras modificaciones, en el aire que lo circunda, en sí mismo y en el cuerpo con el que choca. Otro ejemplo de lo anterior es el de un arpón en una pistola de caza submarina que está lista para disparar (Fig. 1.7b). Cuando se acciona el disparador, liberando el arpón, éste adquiere determinada velocidad y la pistola experimenta un retroceso, lo cual evidencia que poseían energía en forma potencial. Esta forma de energía, que **depende de la interacción entre los cuerpos y de la posición relativa de ellos**, se denomina **energía potencial** (E_P). Más adelante profundizaremos en este concepto. La energía potencial puede diferenciarse según el tipo de interacción que la origina, así, la debida a la interacción de la Tierra y el cuerpo a cierta altura de ella se denomina **energía potencial gravitatoria** y la del arpón y la pistola de caza submarina es **energía potencial elástica**.


(a)


(b)

Fig.1.7. Dos cuerpos que interaccionan entre sí pueden originar cambios que dependen de la separación entre ellos, lo cual indica que poseen energía: a) La Tierra y la pelota poseen energía potencial gravitatoria, b) el arpón y el resorte de la pistola poseen energía potencial elástica.

¿De qué magnitudes dependerán las energías potencial gravitatoria y potencial elástica? Planifica y lleva a cabo alguna actividad práctica a fin de apoyar tus suposiciones.

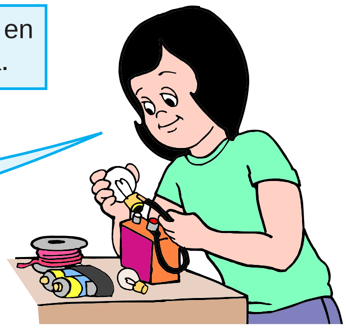
Pero no solo se mueven e interaccionan los cuerpos como un todo, sino además las moléculas y átomos que los forman. Éstos poseen tanto energía cinética como potencial. Los protones y neutrones que integran los núcleos de los átomos también poseen energía potencial debida a la interacción entre ellos.

Para diferenciar la energía de un cuerpo como un todo de la que poseen las partículas que lo constituyen, a esta última se le llama **energía interna**. Es precisamente parte de esta energía la que se pone en juego al utilizar, por ejemplo, pilas, baterías y combustibles habituales y nucleares (Fig. 1.8).

Fig. 1.8. En la pila de la linterna y en la estufa de gas se pone en juego energía de átomos y moléculas, en la central nuclear, energía de las partículas que constituyen los núcleos atómicos. En los tres casos se trata de energía interna.

Detalla de qué se compone la energía interna de los cuerpos.

Resume las formas básicas en que se presenta la energía.



Otra forma básica en que se manifiesta la energía es la **radiación**. Ésta puede ser de **ondas electromagnéticas** y de **partículas subatómicas**. Un ejemplo sumamente importante para la vida en nuestro planeta es la energía de la radiación solar. Como sabes, ésta se propaga por el espacio cósmico en todas direcciones e incide sobre los cuerpos celestes, entre ellos nuestro planeta, provocando importantes cambios.

En realidad, la mayoría de los cambios que ocurren en la Tierra, ya sean naturales o artificiales, tienen su origen último en la radiación solar (Fig. 1.9): las variaciones de temperatura a lo largo del año, la evaporación del agua para luego caer en forma de lluvia, los vientos, la fotosíntesis de las plantas, la formación de los combustibles fósiles (petróleo, gas, carbón), el empleo de paneles solares, etc. Otros ejemplos de radiaciones, que también producen cambios de importancia para el hombre son: las señales de radio y televisión, las radiaciones láser, los rayos X utilizados en las radiografías. Todas ellas son portadoras de energía, tienen la capacidad de producir cambios.

Argumenta la idea de que incluso la mayor parte de la energía eléctrica que utilizamos habitualmente procede, en último término, de la radiación solar.

Fig. 1.9. La mayoría de los cambios que se producen en la Tierra tienen su origen último en la radiación solar, por ejemplo, las lluvias, los vientos y los debidos al uso de combustibles fósiles como el carbón y el petróleo.

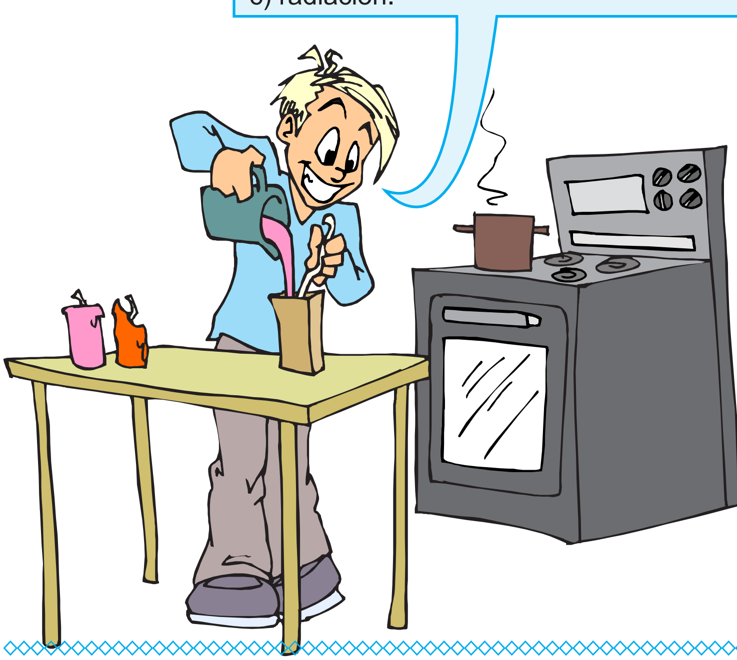
Ilustra mediante ejemplos diferentes a los del texto la diferencia entre forma de energía y fuente de energía o recurso energético.

Hemos distinguido tres formas básicas de energía, **cinética**, **potencial** y **radiación**. Observa que lo que llamamos “forma” de energía se diferencia de lo que habitualmente se denomina **fuente de energía** o **recurso energético**. La energía hidráulica, por ejemplo, puede tener dos formas, cinética, o potencial gravitatoria, el adjetivo “hidráulico” no indica una forma específica de energía, sino el recurso de donde procede. De modo similar, la energía solar tampoco es una forma de energía, el adjetivo “solar” señala que la fuente es el Sol. Las partículas que constituyen el Sol y otras estrellas poseen energía potencial y cinética, una parte de la cual continuamente se transforma en radiación.

1.1.2. Vías mediante las cuales se transforma la energía: trabajo, calentamiento y radiación.

En el apartado anterior se respondieron, parcialmente, dos de las preguntas planteadas en la introducción de esta unidad: *¿Qué es energía? ¿Cuáles son sus tipos o formas principales?* En éste la cuestión básica que abordaremos será:

Describe ejemplos de transformación y transmisión de energía mediante: a) aplicación de fuerzas, b) calentamiento y c) radiación.



¿De qué modos se transmite y se transforma?

Ya has analizado múltiples situaciones desde el punto de vista de la energía. Seguramente no te será difícil identificar en ellas las siguientes vías mediante las cuales se transforma y transmite: aplicación de fuerzas o **trabajo**, **calentamiento** y **radiación**. En este apartado adquirirás una visión general de cada una de ellas y en los siguientes profundizaremos en la primera, que es de la que específicamente se ocupa la Mecánica.

1.1.2.1. Trabajo.

Para la realización de sus labores el hombre primitivo empleaba herramientas simples (hacha, arco y flecha, arado...) y la fuerza de sus músculos. Posteriormente, hace unos 5 000 años, además de su propia fuerza comenzó a utilizar la ejercida por animales y luego la producida por saltos de agua y el viento. En los siglos XVIII y XIX empezó a valerse de máquinas que empleaban combustibles, como las de vapor y los motores de combustión. Se estima que a mediados del siglo XIX más del 90% del trabajo aún era realizado por hombres y animales. Así, históricamente el trabajo estuvo vinculado a la **aplicación de fuerzas**, por el hombre, animales o máquinas (Fig. 1.10). Esta noción de trabajo asociada a la aplicación de fuerzas se extendió a la ciencia:

¿Qué tiene de común y de diferente el trabajo que se realiza en las escenas representadas en la figura 1.10? Intenta esclarecer qué transformaciones de energía tienen lugar en cada caso.

Trabajo es el proceso en el cual se transforma o transmite energía **mediante la aplicación de fuerzas**.

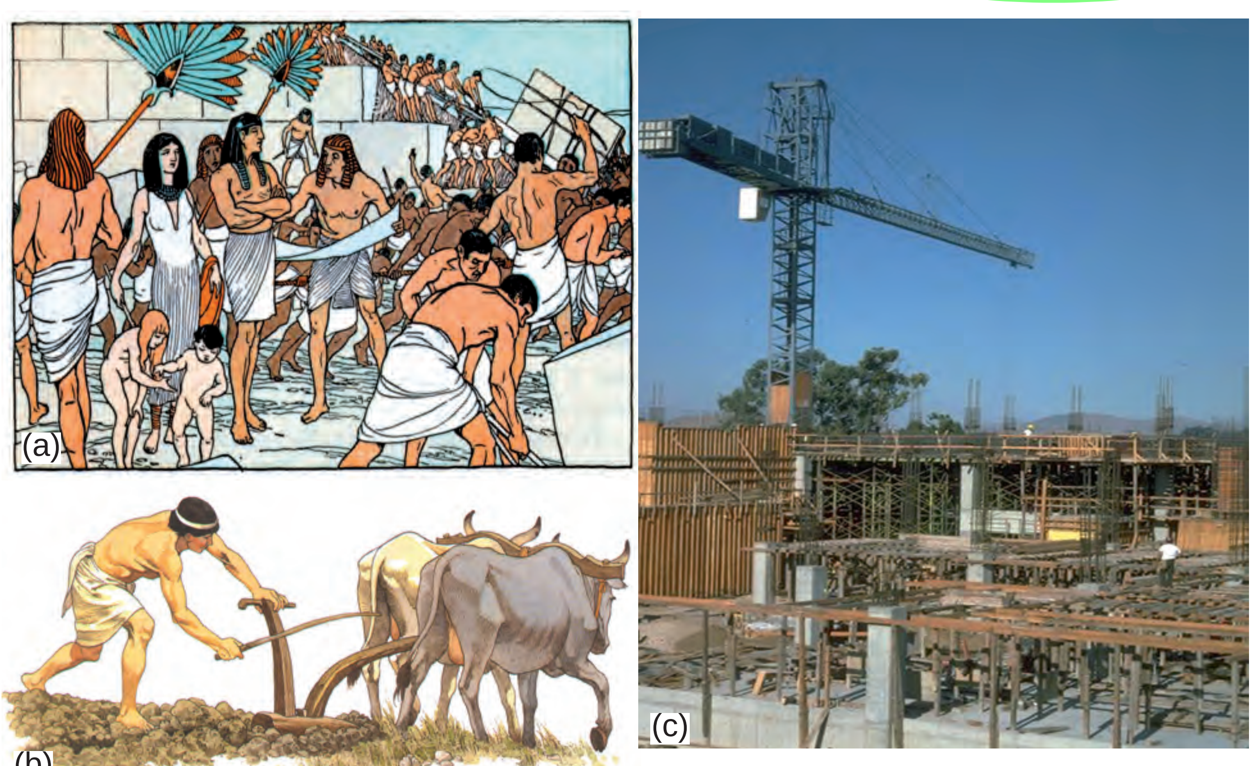


Fig. 1.10. Históricamente el trabajo estuvo vinculado a la aplicación de fuerzas. a) Construcción de una pirámide maya, b) arado tirado por bueyes, c) elevación de piezas mediante una grúa.

Es necesario aclarar, sin embargo, que si bien el concepto de trabajo empleado en la Mecánica tiene como antecedente la noción cotidiana de trabajo, entre ellos hay diferencias esenciales. Señalemos dos de estas diferencias:

En primer lugar, en la ciencia el concepto de trabajo no se limita a la transformación de energía mediante fuerzas ejercidas por hombres, animales y máquinas, es decir, al caso de fuerzas por contacto. Así, durante la caída de un cuerpo desde cierta altura, o cuando en un televisor los electrones son acelerados hacia la pantalla, también se realiza trabajo, ya que tienen lugar variaciones de energía cinética debidas a la aplicación de fuerzas.

Por otra parte, si durante todo un día un obrero traslada pesadas cargas de un lugar a otro distante, seguramente que no estaría de acuerdo si alguien le dice que apenas ha realizado trabajo y, sin embargo, de acuerdo con la definición que hemos dado, por grande que sea la fuerza aplicada, si ésta no conduce a variación de energía de la carga, no realiza trabajo sobre ella. En el ejemplo considerado, la fuerza aplicada por el obrero solo produce variaciones en la energía de la carga - y en consecuencia solo realiza trabajo en el sentido de la Mecánica - durante dos breves intervalos: al elevar la carga y ponerse en marcha y al detenerse y soltarla.

1.1.2.2. Calentamiento o calor.

Desde épocas muy remotas, para producir ciertos cambios los hombres utilizaron no solo fuerzas, sino también el **calentamiento**, en particular mediante el fuego, primeramente para cocinar los alimentos y más tarde para forjar y fundir metales (Fig. 1.11). Posteriormente el calentamiento ha sido empleado para realizar trabajo con ayuda de máquinas y turbinas de vapor.

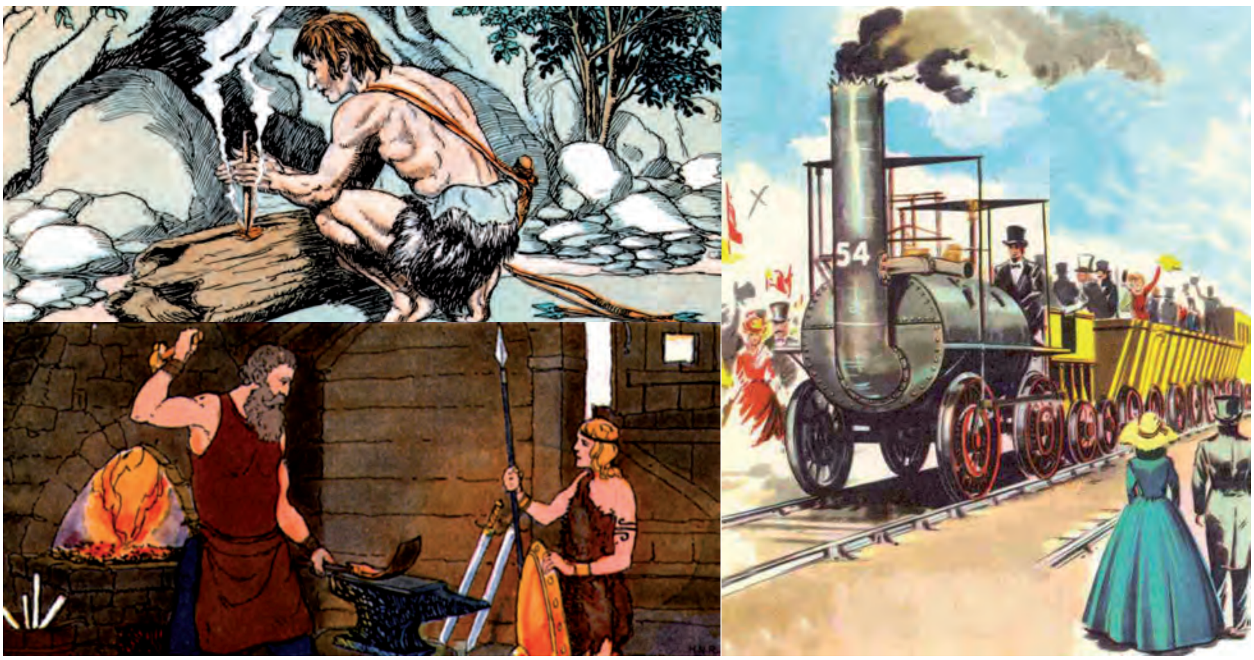


Fig.1.11. Para producir cambios, el hombre ha utilizado no solo fuerzas, sino también el calentamiento.

La experiencia muestra que al poner en contacto dos cuerpos que tienen diferentes temperaturas, la de uno disminuye y la del otro aumenta. Y puesto que la temperatura de los cuerpos está directamente relacionada con la energía cinética promedio de las moléculas o átomos que lo forman, ello indica que durante el calentamiento se transmite energía de un cuerpo a otro.

Indaga acerca de la época en que los seres humanos comenzaron a: a) utilizar el fuego, b) forjar y fundir metales c) emplear máquinas y turbinas de vapor.

Al calentar un cuerpo puede aumentar la energía cinética de sus partículas (cuando se eleva la temperatura del cuerpo), la energía potencial de ellas (cuando se funde o vaporiza), o ambas (cuando se eleva su temperatura y se dilata). En cualquiera de estos casos el calentamiento conduce a elevar la energía interna de los cuerpos.

Llamaremos **calentamiento o calor**, al proceso mediante el cual se transmite energía de un cuerpo a otro, o de una parte a otra de un mismo cuerpo, **en forma de movimiento de sus átomos y moléculas**. En este caso la energía no se trasmite debido a la aplicación de fuerzas, sino a una **diferencia de temperatura** entre los cuerpos.

1.1.2.3. Radiación.

Anteriormente nos hemos referido a la radiación como **forma de energía**. Pero ella es además **una de las vías mediante la cual se transforma y transmite energía de unos cuerpos a otros**. Tradicionalmente ha sido considerada una variante de calentamiento o calor. Sin embargo, últimamente se tiende a tratarla como un modo específico de transformación y transmisión de energía. Entre las razones para ello está la importancia excepcional que tiene a escala de todo el universo y, en particular, para nuestro planeta. Ya sabes que la mayoría de los cambios que ocurren en la Tierra, sean naturales o artificiales, tienen su origen último en la energía procedente del Sol mediante radiación.

A diferencia del calentamiento, la transmisión de energía por radiación **no requiere que los cuerpos entren en contacto directo o que se comuniquen a través de un medio**: la portadora de energía son las ondas electromagnéticas o partículas que viajan de un lugar a otro.

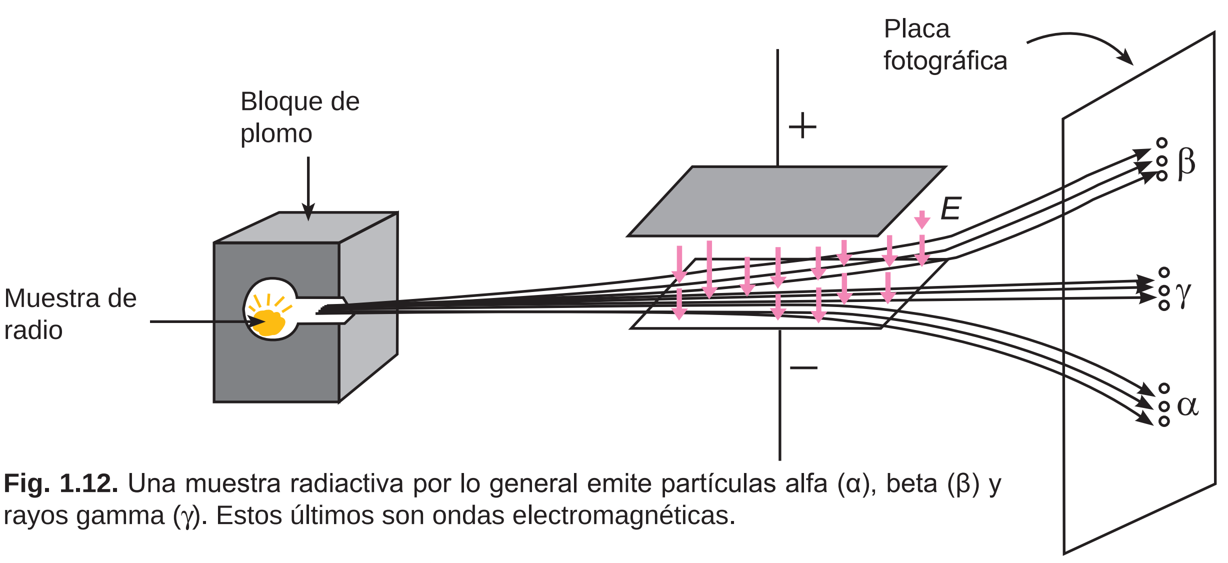


Fig. 1.12. Una muestra radiactiva por lo general emite partículas alfa (α), beta (β) y rayos gamma (γ). Estos últimos son ondas electromagnéticas.

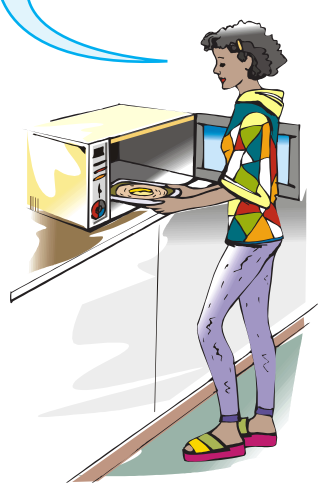
El tipo de **radiación electromagnética** depende del objeto que la emite. Así, por lo general las radiaciones utilizadas en las comunicaciones (ondas de radio y televisión, microondas) son emitidas por electrones que se mueven en las antenas; las denominadas infrarrojas o térmicas (cuyo efecto principal es la elevación de temperatura) son generadas por átomos y moléculas en movimiento; las luminosas (luz) se deben a los electrones de las capas más externas de los átomos; las radiaciones ultravioletas y los rayos X, a los electrones de capas más internas; por su parte, las radiaciones gamma tienen su origen en procesos que ocurren en los núcleos de los átomos.

Cuando estamos a la sombra de una nube y de pronto ésta deja pasar la luz del Sol, inmediatamente percibimos una sensación de calor en nuestra piel. ¿Mediante qué vía se transmite en este caso energía del Sol a nuestra piel? Argumenta tu respuesta.

Con frecuencia, las radiaciones, y con ellas la energía que portan, son absorbidas por objetos similares a los que le dieron origen. Por ejemplo, la radiación infrarroja comunica energía de movimiento a los átomos y moléculas, elevando la temperatura de los cuerpos, mientras que la visible, la ultravioleta y los rayos X, la transmiten a los electrones que forman dichos átomos y moléculas. A su vez, estas radiaciones no son absorbidas por los núcleos de los átomos, en tanto que la radiación gamma sí.

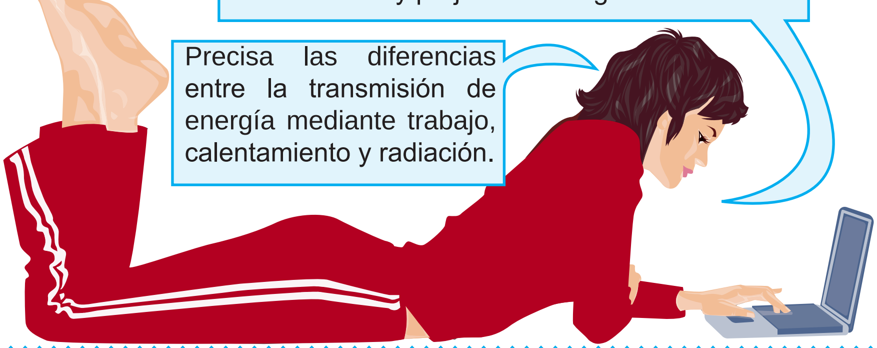
La **radiación de partículas subatómicas** también puede ser muy diversa, tanto por el tipo de partículas como por su origen: los elementos radiactivos emiten electrones y partículas alfa, los rayos cósmicos generan muones y mesones al incidir sobre la atmósfera terrestre, los reactores nucleares producen neutrones, los neutrinos forman parte de la radiación cósmica y también son generados en los aceleradores de partículas subatómicas, etc.

Describe algunos de los efectos conocidos por ti, de los diferentes tipos de radiación electromagnética



Investiga sobre los cambios que puede producir la radiación de partículas subatómicas, así como los beneficios y perjuicios de algunas de ellas.

Precisa las diferencias entre la transmisión de energía mediante trabajo, calentamiento y radiación.



Analiza las siguientes situaciones e indica mediante qué vía se transforma o trasmite energía en cada uno de los casos siguientes: a) se lanza un bloque sobre la superficie de una mesa horizontal y luego de recorrer cierta distancia se detiene; b) el agua de una olla colocada en un estufa hierve; c) se trata un tumor cancerígeno con radioterapia; d) se levanta una maleta desde el piso hasta cierta altura; e) se golpea un trozo de plomo con un martillo y su temperatura se eleva; f) la Tierra se mueve alrededor del Sol; g) un bloque se mueve sobre una mesa horizontal sin fricción con velocidad constante; h) se cuece pan en un horno; j) una masa choca con una pared y la destruye.

Ya tienes una visión general acerca de las diferentes formas de energía y las vías mediante las cuales se transforma y transmite. De las tres vías examinadas, a continuación centraremos la atención en el **trabajo**, que es la vía específicamente considerada por la Mecánica. En el calor y la radiación profundizarás en cursos posteriores de Física. Concretamente, veremos **cómo medir el trabajo**, o lo que es lo mismo, la energía transformada o transmitida mediante la aplicación de fuerzas. De modo que la pregunta clave a responder ahora será:

¿Cómo medir la energía transformada o transmitida durante la realización de trabajo?

1.1.3. Cálculo del trabajo de una fuerza constante.

El análisis de variadas situaciones pone de manifiesto, que para la transformación o transmisión de energía mediante fuerzas se requiere que **el punto donde está aplicada la fuerza se desplace**. Por otra parte, mientras mayores sean las fuerzas y los desplazamientos, mayor será la energía transformada o transmitida y, en consecuencia, el trabajo realizado. La figura 1.13 ilustra una experiencia que apoya las ideas anteriores.

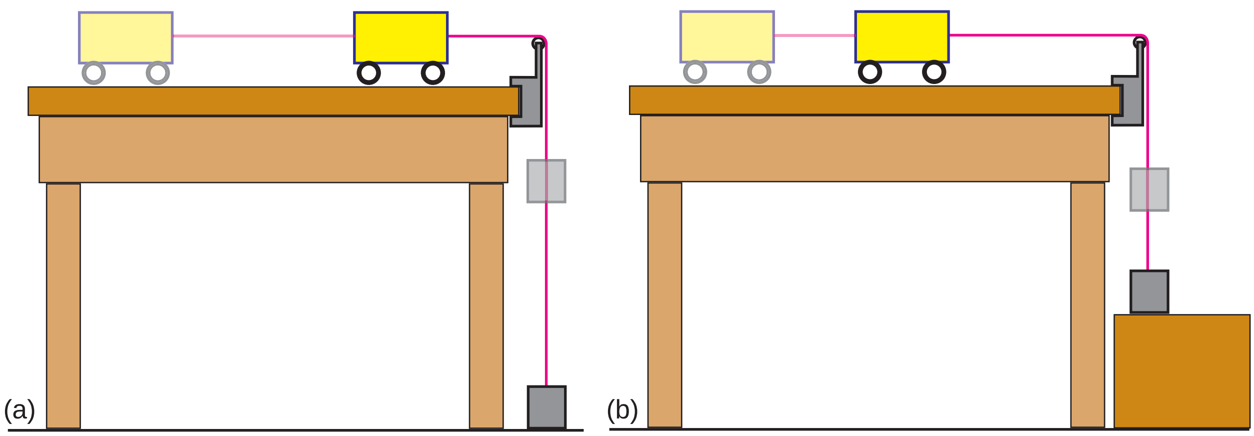


Fig. 1.13. Sobre el carrito actúa la tensión del hilo, que desaparece cuando la carga que cuelga llega al suelo (a), o topa con un bloque (b). En (a) la energía cinética que adquiere el carrito es mayor que en (b), lo cual indica que el trabajo realizado por la tensión del hilo fue mayor.

Analiza detalladamente la experiencia de la figura 1.13. En particular, utilizando la segunda ley de Newton argumenta porqué la velocidad que adquiere el carrito es mayor en el caso (b).

Apoya mediante ejemplos diferentes al del texto la afirmación de que mientras mayores sean la fuerza aplicada y el desplazamiento de su punto de aplicación, mayor será el trabajo realizado.

James Prescott Joule (1818-1889). Demostró que el calor es una transferencia de energía y determinó el equivalente mecánico del calor.

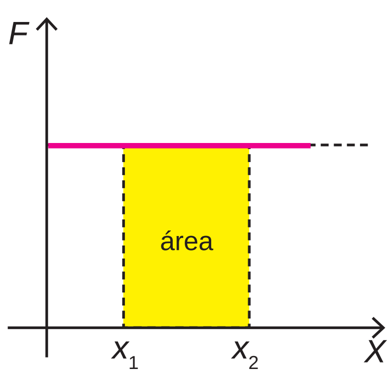
Lo anterior sugiere que en situaciones como la de la figura 1.13 la energía transformada o transmitida al aplicar una fuerza, es decir, mediante trabajo, puede ser calculada empleando la ecuación:

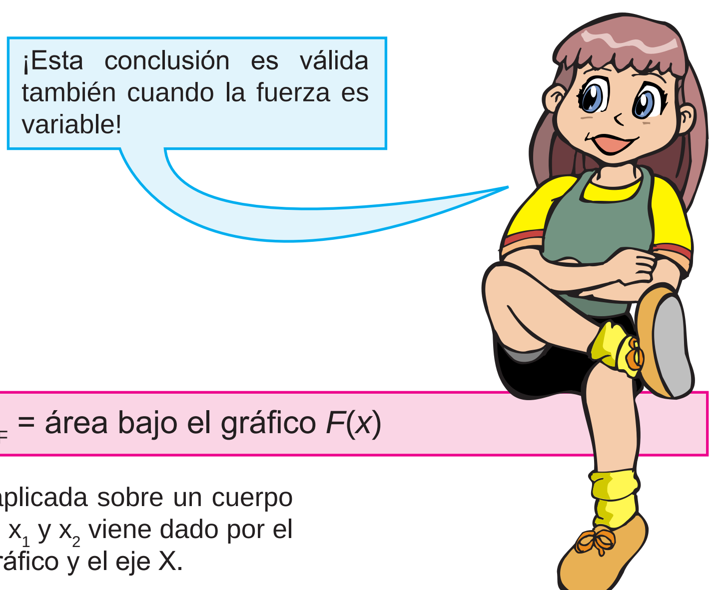
$$\boxed{W_F = F\,\Delta x,}$$

donde *W* representa el **trabajo** (*W* es la inicial de la palabra **work**, que significa trabajo en idioma inglés), *F* la magnitud de la fuerza y Δx la magnitud del desplazamiento de su punto de aplicación.

Como en el **SI** la unidad de fuerza es el **newton** y la unidad de longitud el **metro**, entonces la unidad de trabajo es 1 newton x 1 metro ≡ 1 Nm. Esta unidad recibe el nombre especial de **joule** (J), en honor al científico inglés James Prescott Joule (1818-1889), quien realizó importantes experimentos relativos a la medición del trabajo y la energía.

En la figura 1.14 se ha representado el gráfico de $F(x)$ para un fuerza constante aplicada sobre cierto cuerpo. De la figura se ve que el trabajo realizado por dicha fuerza cuando el cuerpo se desplaza entre las posiciones x_1 y x_2 viene dado por el área correspondiente entre el gráfico y el eje X. Más adelante veremos que esta conclusión puede generalizarse al caso de fuerzas que no son constantes.





$$\boxed{W_F = \text{área bajo el gráfico } F(x)}$$

Fig. 1.14. El trabajo realizado por la fuerza aplicada sobre un cuerpo cuando éste se desplaza entre las posiciones x_1 y x_2 viene dado por el área correspondiente comprendida entre el gráfico y el eje X.

Ejemplo 1.4. Imagina que los bueyes de la figura arrastran el arado uniformemente y con una fuerza de 450 N. ¿Cuál es el trabajo que realizan sobre el arado en un surco de 100 m de longitud?

Según la ecuación para el cálculo del trabajo:

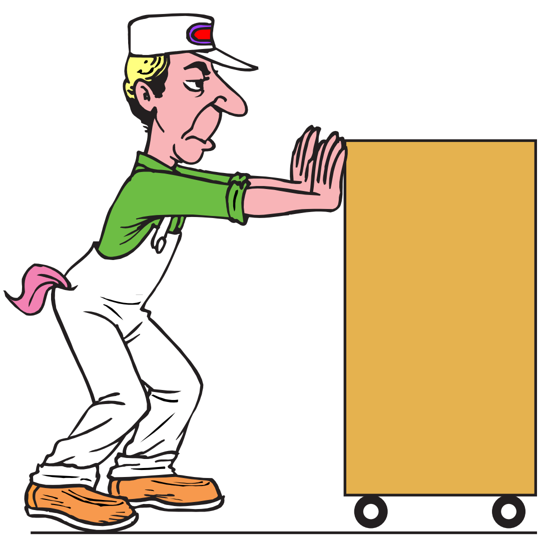
$$W_F = F\Delta x$$

$$W_F = (450\ \text{N})(100\ \text{m}) = 4.50\times10^4\ \text{J}$$

ó

$$W_F = 45.0\ \text{kJ}$$

Ejemplo 1.5. El obrero de la figura empuja la caja poniéndola en movimiento con una aceleración que se mantiene constante durante los primeros 0.90 m. ¿Cuál es el trabajo realizado sobre la caja al recorrer dicha distancia, si la masa de ésta es 70 kg y la aceleración 0.75 m/s^2? La fuerza de rozamiento puede despreciarse.



Para calcular el trabajo realizado sobre la caja es preciso hallar la fuerza ejercida sobre ella. Como el rozamiento es despreciable, dicha fuerza es solo la requerida para imprimirle la aceleración de 0.75 m/s^2. Por consiguiente, de acuerdo con la segunda ley de Newton la fuerza es:

$$F = ma$$

Por lo que el trabajo es:

$$W_F = F\Delta x$$

$$W_F = ma\Delta x$$

$$W_F = (70\ \text{kg})\left(0.75\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.90\ \text{m})$$

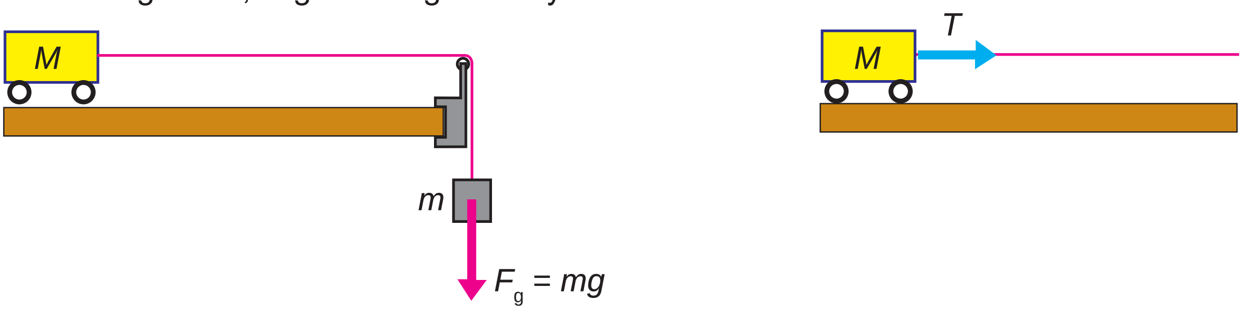
$$W_F = 47\ \text{J}$$

Ejemplo 1.6. Si la masa del carrito de la figura 1.13a es 550 g y la de la carga que cuelga del hilo 150 g, ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza de tensión del hilo en un recorrido del carrito de 1.00 m?. El rozamiento puede despreciarse y las masas de la polea y del hilo también.

Al resolver este problema es necesario tener cuidado de no identificar la tensión del hilo con la fuerza de gravedad que actúa sobre la carga que cuelga de él. Dichas fuerzas son aproximadamente iguales solo si la masa de la carga que cuelga es muy pequeña en comparación con la del carrito, condición que en este caso no se cumple. Por eso lo primero que debemos hallar es la tensión del hilo.

Designemos por *M* la masa del carrito, *m* la masa de la carga y *T* la tensión del hilo.

La fuerza que actúa sobre el sistema carrito-carga es la de gravedad sobre la carga: *mg*. Por consiguiente, según la segunda ley de Newton la aceleración del sistema es:



$a = \frac{F_g}{M+m} = \frac{mg}{M+m}$ De ahí que la tensión del hilo sea: $T = Ma = \frac{Mmg}{M+m}$

Nota que de esta expresión se ve que, como hemos dicho, si *m* es despreciable en comparación con *M*, entonces *T* = *mg*, es decir, la tensión es numéricamente igual a la fuerza de gravedad que actúa sobre la carga. Sin embargo, éste no es el caso analizado.

En efecto, el valor de la fuerza de gravedad es $F_g = mg = (0.15\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 1.5\text{ N}$

mientras que el de la tensión es menor: $T = \frac{Mmg}{M+m} = 1.2\text{ N}$

El trabajo realizado por la fuerza de tensión del hilo es:

$$W_T = T\Delta x = (1.2\text{ N})(1.00\text{ m}) = 1.2\text{ J}$$

Aunque los datos se han dado con tres cifras significativas, el resultado final lo hemos aproximado a dos cifras. Ello se debe a que el valor de *g* utilizado tiene solo dos cifras significativas, lo que limita el número de ellas en el resultado.

Las situaciones examinadas anteriormente son muy simples: hemos considerado el trabajo de una sola fuerza, además, el desplazamiento del cuerpo tenía la misma dirección y sentido que la fuerza y ésta era constante. Ahora ampliaremos el análisis, en particular consideraremos el trabajo de varias fuerzas y que ellas pueden tener sentido contrario al desplazamiento.

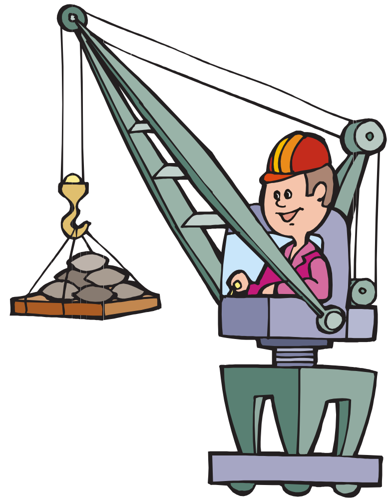


Fig. 1.15. La grúa está levantando una carga verticalmente hacia arriba con movimiento uniforme.

1.1.3.1. Trabajo de una fuerza que tiene sentido contrario al desplazamiento.

La grúa de la figura 1.15 eleva una carga en línea recta y uniformemente. Sobre la pieza actúan dos fuerzas, la tensión del cable del que cuelga, dirigida en el sentido del desplazamiento (hacia arriba) y la fuerza de gravedad, dirigida en sentido contrario (hacia abajo). ¿Cómo calcular el trabajo realizado por una fuerza que tiene sentido contrario al desplazamiento?

Si la carga es elevada con movimiento rectilíneo uniforme esto significa, según la primera ley de Newton, que la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella es nula, o sea, todo ocurre **como si** sobre la pieza no actuara fuerza alguna. Pero en tal caso **la suma de los trabajos** de las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo -fuerza de tensión y fuerza de gravedad- también deberá ser nula. De aquí que el trabajo de la fuerza de gravedad debe ser de igual valor y signo contrario que el de la fuerza de tensión.

La situación anteriormente analizada muestra que el trabajo puede ser tanto positivo como negativo. En ambos casos se calcula de igual modo, pero **cuando la fuerza y el desplazamiento tienen igual sentido, el trabajo es positivo y cuando tienen sentidos contrarios es negativo.**

Si sobre el cuerpo actúa más de una fuerza, como en el caso de la carga que baja la grúa del ejemplo 1.7, entonces **el trabajo total realizado sobre él es igual a la suma algebraica de los trabajos efectuados por cada una de las fuerzas:**

$$W_{FR} = W_{F1} + W_{F2} + W_{F3} + \cdots + W_{Fn}$$

Así, en el ejemplo 1.7 el trabajo total realizado sobre la carga por la fuerza de gravedad y la tensión del cable es:

$$W_{FR} = W_{Fg} + W_T = 1.5\times10^5 \text{ J} - 1.5\times10^5 \text{ J} = 0$$

El trabajo total también puede calcularse determinando primero la fuerza neta o resultante sobre el cuerpo y hallando luego el trabajo de dicha fuerza.

Por ejemplo, en el caso de la carga que es bajada por la grúa, la fuerza resultante es:

$$F_R = (T - F_g) = 0$$

De ahí que $W_{FR} = F_R \Delta h = 0$

Observa que el trabajo total realizado sobre un cuerpo puede ser nulo y, sin embargo, el de las fuerzas que actúan sobre él no.

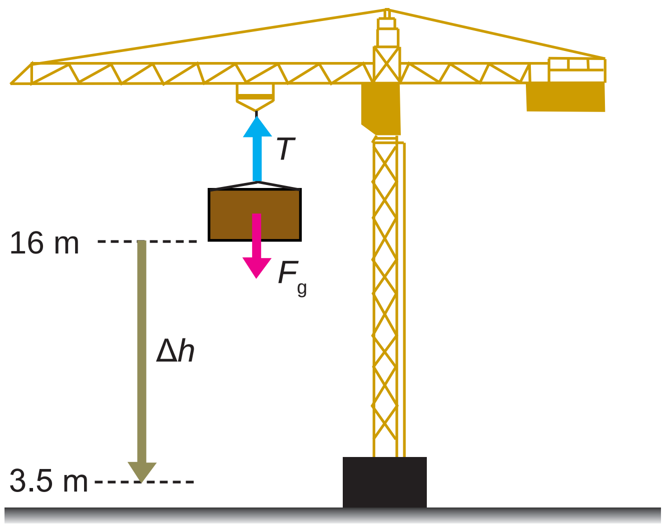
Ejemplo 1.7. Imagina que una grúa baja verticalmente y con movimiento uniforme una carga de 1250 kg desde una altura de 16 m a otra de 3.5 m. ¿Cuál es el trabajo de la fuerza de gravedad? ¿Cuál el de la tensión del cable?

El trabajo de la fuerza de gravedad es: $W_{Fg} = F_g\, \Delta h$, donde Δh representa la magnitud del desplazamiento de la carga al descender de una altura a la otra. Por consiguiente:

$$W_{Fg} = mg\Delta h$$

$$W_{Fg} = (1250 \text{ kg})\left(9.8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(16 \text{ m} - 3.5 \text{ m})$$

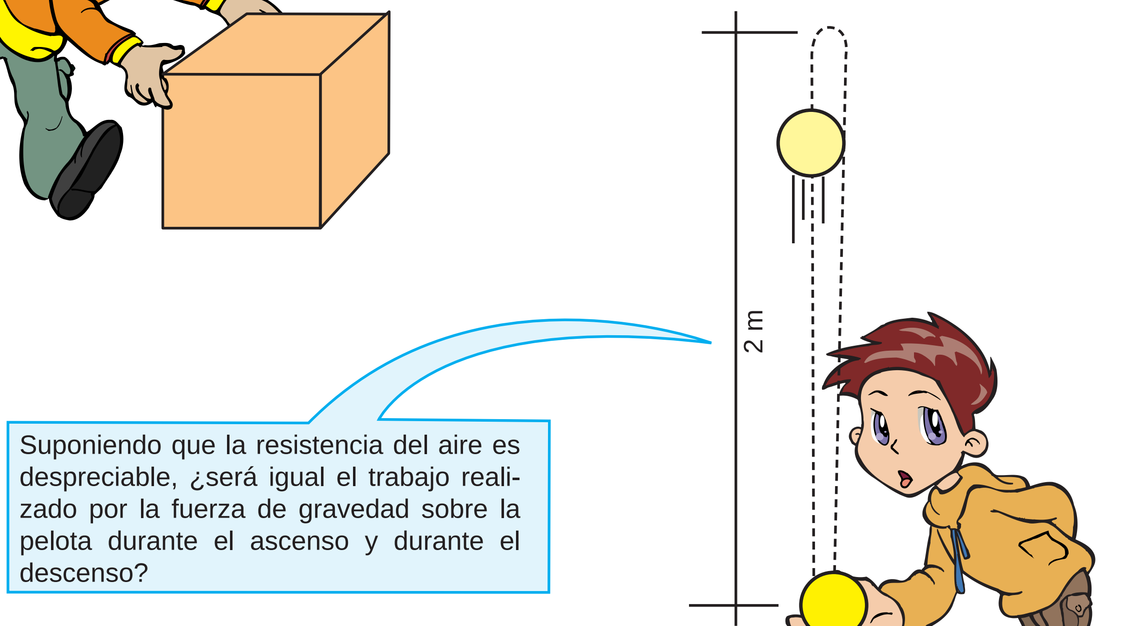
$$W_{Fg} = 1.5\times10^5 \text{ J}$$



El trabajo de la tensión del cable es de igual valor, pero signo contrario, es decir:

$$W_T = -1.5 \times 10^5 \text{ J}$$

¿Cuáles serían los trabajos realizados por la fuerza de gravedad y la tensión del cable si la carga en lugar de descender, ascendiera desde la altura de 3.5 m a la de 16 m?



¿Y cómo calcular el trabajo cuando la fuerza y el desplazamiento tienen diferentes direcciones?

1.1.3.2. Trabajo de una fuerza que forma cierto ángulo con el desplazamiento.

Tomemos como ejemplo una caja que es arrastrada con movimiento uniforme tirando de ella con una fuerza $\vec{F}$ mediante una cuerda (Fig. 1.16). Las componentes de esta fuerza en las direcciones vertical y horizontal son $\vec{F}_y$ y $\vec{F}_x$. Esto significa que la fuerza aplicada puede interpretarse como la suma de $\vec{F}_y$ y $\vec{F}_x$. Pero puesto que la caja no se desplaza en la dirección vertical, $\vec{F}_y$ no realiza trabajo. En consecuencia, el trabajo de la fuerza aplicada es igual al trabajo de la fuerza $\vec{F}_x$ solamente:

$$W_F = F_x \Delta x$$

A partir de la ecuación $W_F = F\,\Delta x \cos\theta$, obtén las expresiones para el trabajo realizado por una fuerza cuando: a) tiene el mismo sentido que el desplazamiento, b) sentido contrario, c) forma un ángulo de 90º con él.

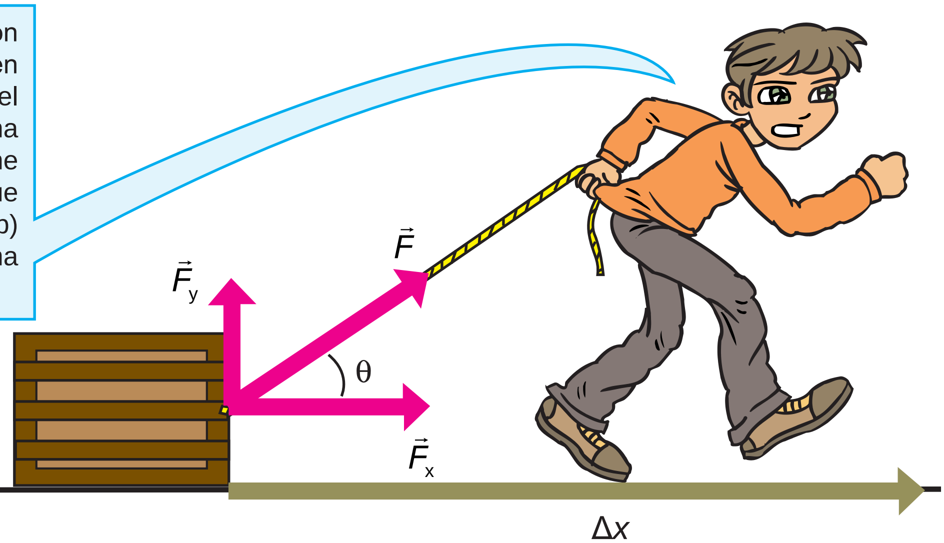


Fig. 1.16. Al arrastrar la caja tirando con una fuerza $\vec{F}$ solo realiza trabajo la componente horizontal de la fuerza: $W_F = F\,\Delta x \cos\theta$.

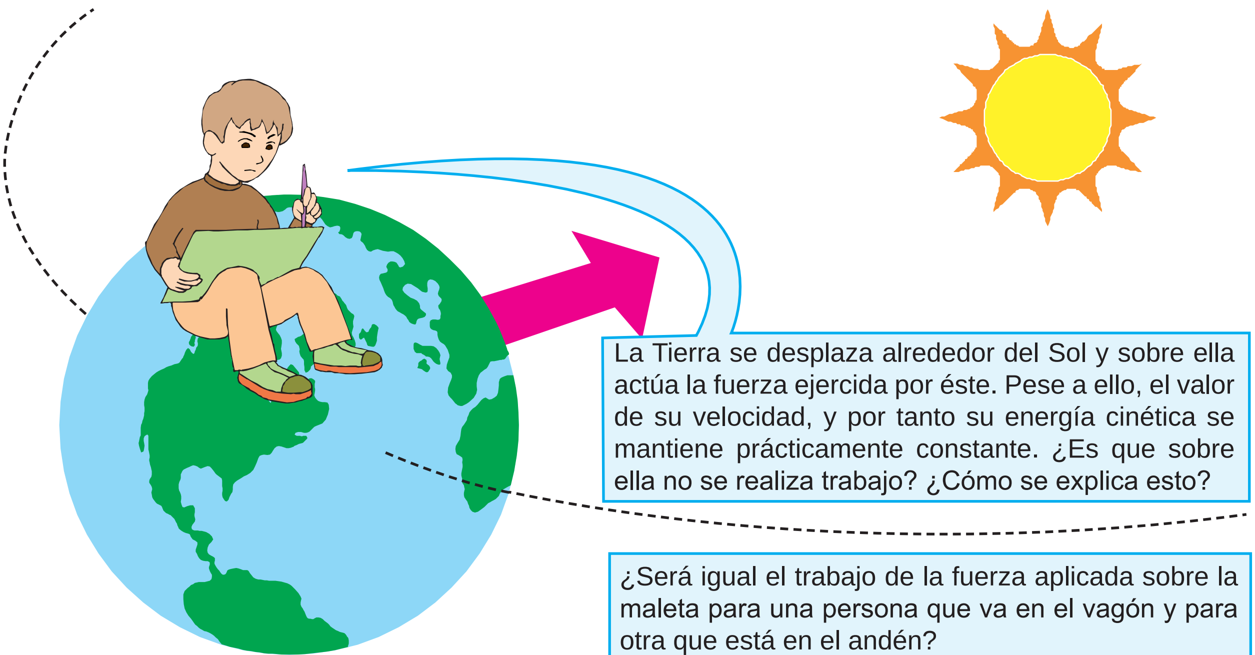
Del diagrama de la figura se ve que $F_x = F \cos\theta$, por lo que:

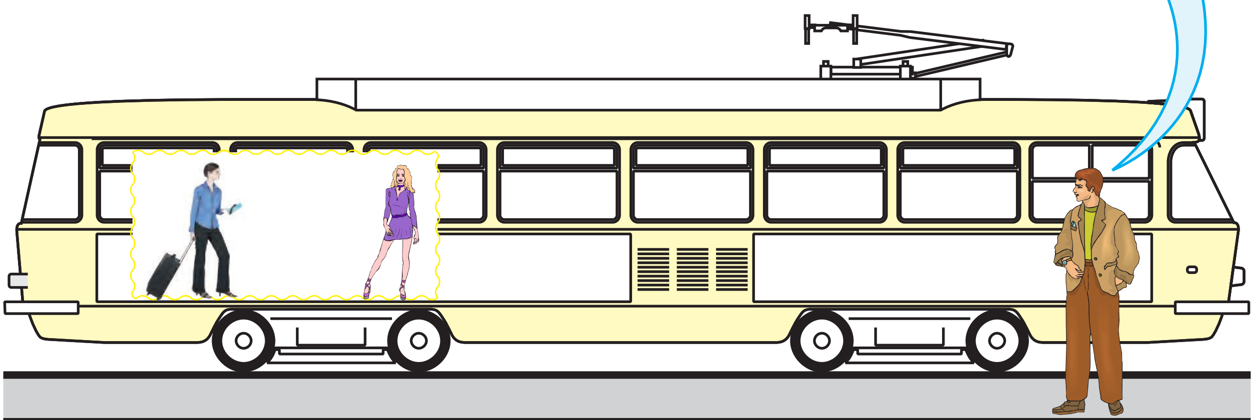
$W_F = F \cos\theta\, \Delta x$, que puede escribirse:

$$\boxed{W_F = F\,\Delta x \cos\theta}$$

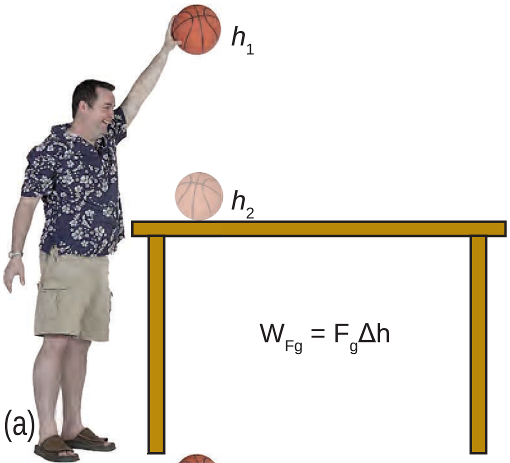
En palabras, **el trabajo realizado por una fuerza constante es igual al producto de los módulos de la fuerza y el desplazamiento, multiplicado por el coseno del ángulo formado entre éstos.**

Observa que mientras la fuerza y el desplazamiento son magnitudes vectoriales, **el trabajo es una magnitud escalar**, no es posible decir que tiene tal o cual dirección.





El procedimiento indicado para calcular el trabajo conduce a un importante resultado relativo al trabajo de la fuerza de gravedad. Ya sabes que el trabajo de ésta al desplazar un cuerpo verticalmente hacia abajo (Fig. 1.17a) es $W_{Fg} = F_g\Delta h$, donde Δh es la variación de la altura del cuerpo. Supongamos ahora que el cuerpo se hace descender la misma altura Δh, pero siguiendo otra trayectoria, por ejemplo, a través de un plano inclinado (Fig. 1.17b). ¿Cuál será en este caso el trabajo de la fuerza de gravedad? Resulta que también $F_g\Delta h$. En efecto, el desplazamiento del cuerpo a través del plano inclinado puede descomponerse en un desplazamiento horizontal y otro vertical, sin embargo, el trabajo según el desplazamiento horizontal es nulo, ya que la fuerza de gravedad no tiene



componente en esa dirección. En consecuencia, el trabajo de la fuerza de gravedad se debe solo al desplazamiento vertical. Cabe subrayar que el resultado sigue siendo el mismo aún cuando la trayectoria del cuerpo sea una curva con ondulaciones (Fig. 1.17c):

El trabajo de la fuerza de gravedad al desplazar un cuerpo de una posición a otra depende solo de la fuerza de gravedad y de la variación de la altura: $W_{Fg} = F_g\Delta h$.

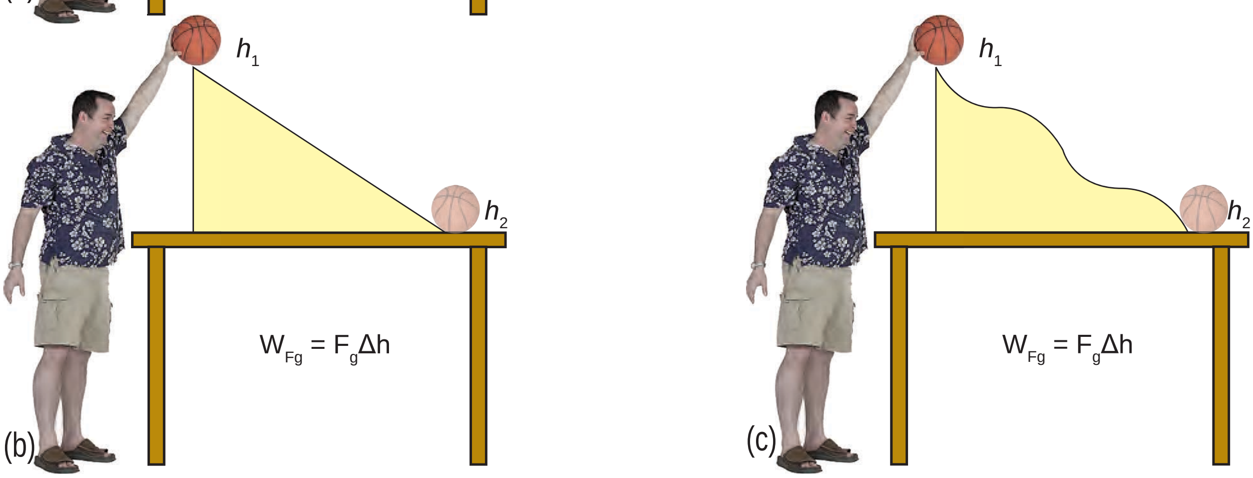
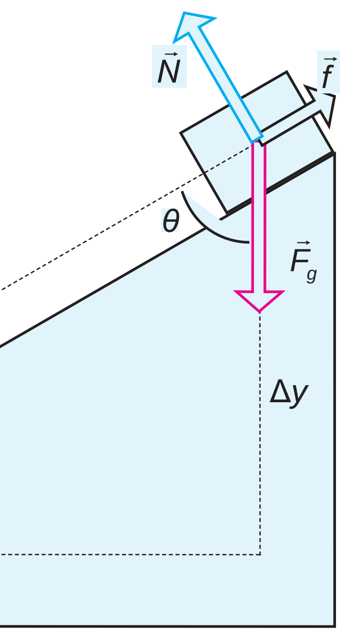


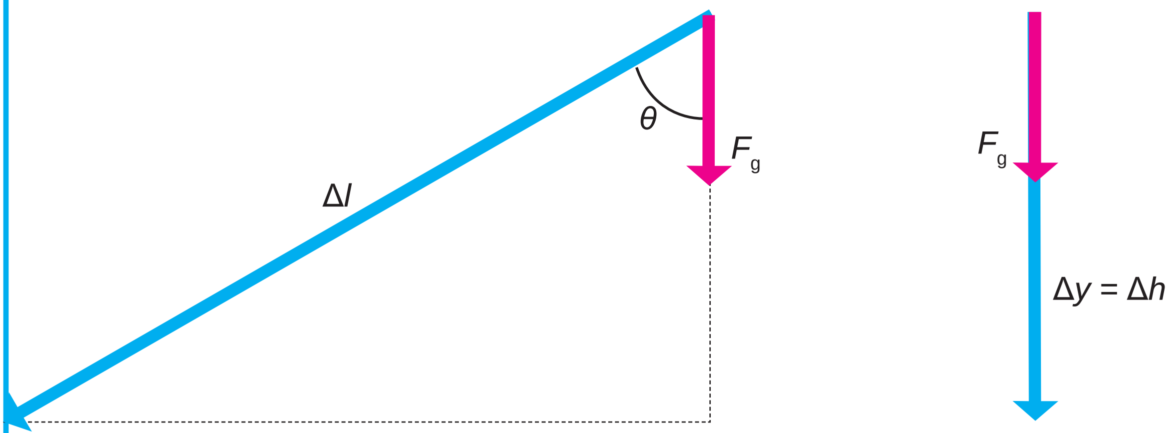
Fig. 1.17. Una pelota va de la altura h_1 a la h_2, por diferentes trayectorias. En los tres casos el trabajo dela fuerza de gravedad es el mismo

Ejemplo 1.8. Una caja de masa 20 kg desciende con velocidad constante por un plano inclinado con un ángulo de 30º. La caja recorre 5.40 m. Calcula el trabajo realizado sobre ella por: a) la fuerza de gravedad y b) la fuerza de rozamiento.

En la figura se ha representado la situación descrita en el enunciado del problema.



a) Calculemos el trabajo realizado por la fuerza de gravedad de dos modos, primero utlizando la ecuación general para el cálculo del trabajo cuando la fuerza forma cierto ángulo con el desplazamiento, $W_F = F\,\Delta x \cos\theta$, y luego a partir de la conclusión anteriormente obtenida en el texto para el trabajo de la fuerza de gravedad.



Como el desplazamiento del cuerpo a lo largo del plano es Δl y el ángulo formado entre él y la fuerza de gravedad θ, se tiene:

$W_{Fg} = F_g\,\Delta l \cos\theta$,

Pero $F_g = mg$ y $\cos\theta = \text{sen}\,\varphi$. Por tanto:

$$W_{Fg} = (20\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(5.40\ \text{m})\,\text{sen}\,30^{\circ}$$

$$W_{Fg} = 5.3\times10^{2}\ \text{J}$$

ó

$$W_{Fg} = 0.53\ \text{kJ}$$

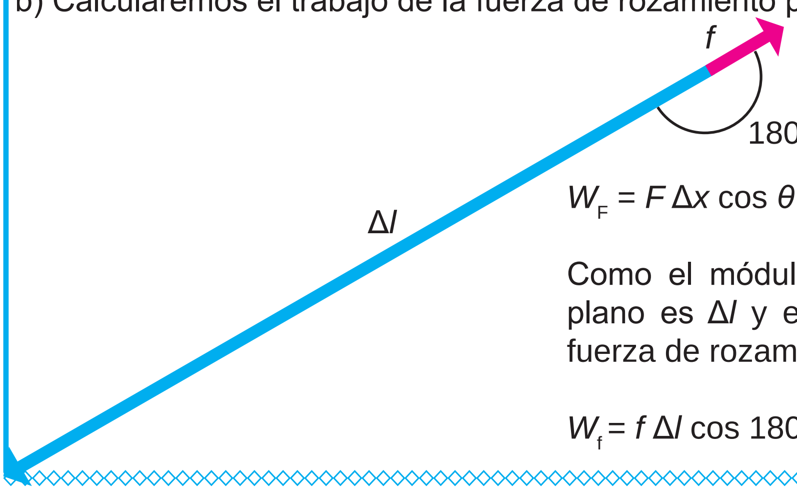
Procedamos ahora del otro modo. Según la conclusión obtenida anteriormente en el texto, aún cuando el cuerpo descienda por una trayectoria que no sea vertical:

$W_{Fg} = F_g\Delta h$

Pero para el plano dado $\Delta h = \Delta l\,\text{sen}\varphi$. Por tanto:

$W_{Fg} = mg\Delta l\,\text{sen}\varphi$, que coincide con el resultado ya obtenido.

b) Calcularemos el trabajo de la fuerza de rozamiento primero a partir de la ecuación:

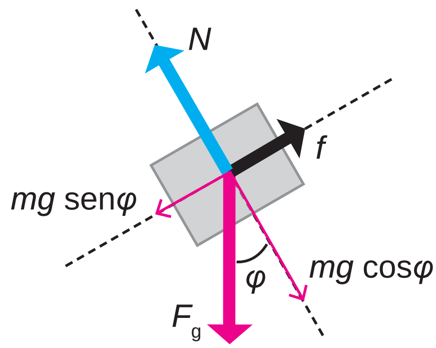


$W_F = F\,\Delta x \cos\theta$ y después razonando.

Como el módulo del desplazamiento sobre el plano es Δl y el ángulo formado entre él y la fuerza de rozamiento es 180º, se tiene:

$W_f = f\,\Delta l \cos 180^{\circ} = -f\,\Delta l$

Ya que el cuerpo desciende con velocidad constante, el módulo de la fuerza de rozamiento debe ser igual al módulo de la componente de la fuerza de gravedad a lo largo del plano, es decir, $f = mg$ senφ.



De ahí que:

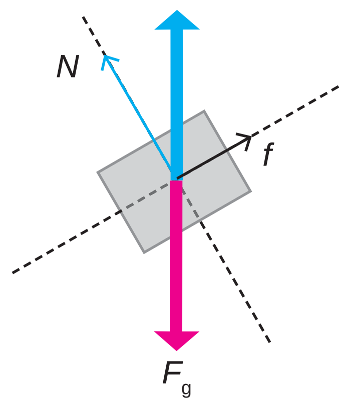
$W_f = -f\,\Delta l = -(mg \text{ sen } \varphi)\,\Delta l = -mg\,\Delta l \text{ sen } \varphi$,

resultado que coincide con el obtenido para el trabajo de la fuerza de gravedad, solo que ahora tiene signo opuesto, o sea, el trabajo de la fuerza de rozamiento es –0.53 kJ.

Ahora hallemos el trabajo de la fuerza de rozamiento razonando.

Puesto que la caja desciende con velocidad constante, según la primera ley de Newton es como si sobre ella no actuara fuerza alguna. En consecuencia, la suma de los trabajos de las fuerzas aplicadas sobre la caja debe ser nula. Y como éstas fuerzas son solo la de gravedad y la ejercida por el plano, se llega a la conclusión que el trabajo de la fuerza ejercida por el plano debe ser de igual valor y signo contrario al de la fuerza de gravedad, es decir, –0.53 kJ.

Sin embargo, de las dos componentes de la fuerza ejercida por el plano, normal y fuerza de rozamiento, únicamente realiza trabajo la segunda, ya que la normal, como su nombre indica, es siempre perpendicular al plano, o sea, al desplazamiento del cuerpo. Por consiguiente, el trabajo de –0.53 kJ realizado por la fuerza del plano sobre la caja se debe exclusivamente a la fuerza de rozamiento. En conclusión, el trabajo de la fuerza de rozamiento es –0.53 kJ.



Ahora tú determina el trabajo realizado por la fuerza de fricción, utilizando f, Δy y el ángulo que se forma entre ellos.

1.1.3.3. ¿Y cómo calcular el trabajo realizado por una fuerza cuando no es constante?

En tal caso pudiera reducirse la situación a la ya conocida, en que la fuerza es constante. A fin de ilustrar esta idea, consideremos como ejemplo el trabajo de la fuerza de un resorte sobre un cuerpo que se desplaza sujeto a su extremo. Supongamos que se tira del cuerpo y luego se suelta (Fig. 1.18a). Como sabes, mientras el cuerpo se desplaza hacia la posición de equilibrio la fuerza del resorte no es constante, pero si se divide el desplazamiento en **intervalos** Δx **tan pequeños que en cada uno pueda considerarse a la fuerza prácticamente constante**, entonces el trabajo total es:

$$W_F \approx F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \ldots$$

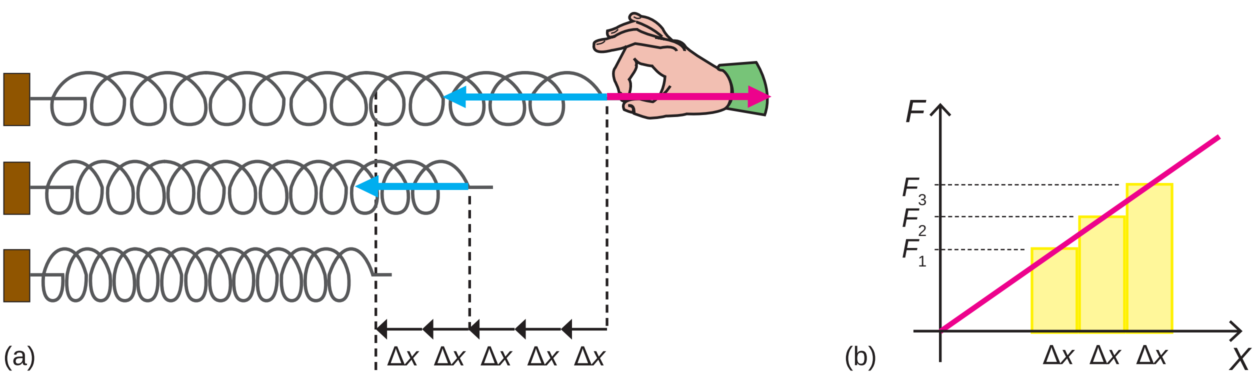


Fig. 1.18. Cálculo del trabajo cuando la fuerza no es constante: a) se divide el desplazamiento en intervalos muy pequeños (Δx) y se halla la suma de los trabajos en cada uno de ellos; b) el trabajo está dado por el área entre el gráfico de $F(x)$ y el eje X.

En la expresión anterior no utilizamos el símbolo de igualdad porque la suma es solo **aproximadamente** igual al trabajo realizado, ya que en los pequeños intervalos Δx la fuerza no es estrictamente constante. La aproximación será tanto mejor cuanto menor sea dicho intervalo, y será exacta si el tamaño de ellos se reduce indefinidamente. Simbólicamente el proceso de reducción indefinida del tamaño de los intervalos se representa del modo siguiente:

$$W_F = \lim_{\Delta x \to 0} \left(F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \cdots\right)$$

Cómo hallar el resultado de la suma anterior lo aprenderás en el curso de Matemáticas del tercer año de bachillerato, en el tema **Cálculo Integral**. Aquí nos limitaremos a dar una interpretación gráfica de dicha suma.

Ya sabes que si el cuerpo se mueve en línea recta y la fuerza es constante y tiene la misma dirección que el desplazamiento, entonces el trabajo viene dado por el área entre el gráfico de $F(x)$ y el eje X (Fig. 1.14). Generalicemos ahora esta conclusión al caso de una fuerza cuya magnitud puede variar. La figura 1.18b muestra el gráfico del módulo de la fuerza del resorte en función de la posición del cuerpo. De la figura se ve que la suma $F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x$ equivale a la suma de las áreas de los rectángulos trazados. Intituivamente se comprende que a medida que el tamaño de los intervalos Δx se reduce, el número de rectángulos aumenta y la suma de sus áreas se aproxima al área entre el gráfico de $F(x)$ y el eje X.

De esta forma, en general, **cuando un cuerpo se mueve en línea recta y la fuerza aplicada sobre él tiene la misma dirección que el desplazamiento, el trabajo realizado viene dado por el área comprendida entre el gráfico de *F*(*x*) y el eje de las X.**

1.1.4. Teorema del trabajo y la energía.

Desde que estudiaste las leyes de Newton conoces muy bien que si sobre un cuerpo inicialmente en reposo actúa una fuerza neta, su velocidad varía. Ahora podemos agregar que la fuerza neta realiza trabajo, provocando una **variación de la energía cinética**, o energía de movimiento del cuerpo. **Entre el trabajo y la energía cinética existe una estrecha relación**. La experiencia de la figura 1.13 ya ilustraba esa relación.

Sin embargo, todavía no conocemos cuál es, concretamente, dicha relación. Tampoco sabemos cómo calcular la energía cinética de un cuerpo a partir de su masa y su velocidad. Por eso nuestro próximo objetivo será contestar las preguntas:

¿Cómo se relacionan el trabajo y la energía cinética? ¿Cómo calcular ésta a partir de la masa y la velocidad del cuerpo?

Consideremos el caso simple de un cuerpo sobre el que se ejerce una fuerza neta constante, y que dicha fuerza y el desplazamiento del cuerpo están dirigidos a lo largo de una recta y en un mismo sentido (Fig. 1.19). Para un desplazamiento Δx del cuerpo el trabajo de la fuerza es:

$$W_{FR} = F_R \Delta x$$

Utilizando la segunda ley de Newton, $F_R = ma$, queda:

$$W_{FR} = ma\Delta x$$

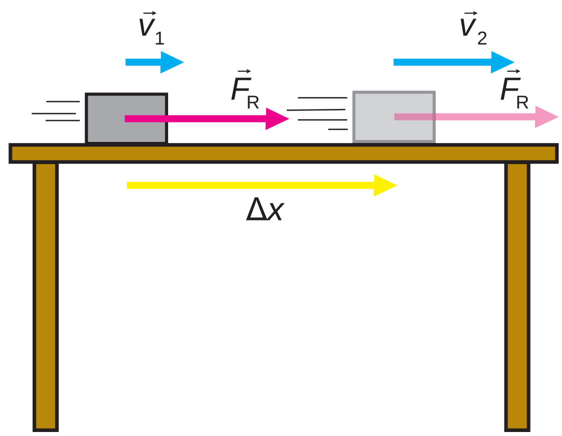


Fig. 1.19. El trabajo realizado sobre el cuerpo por la fuerza neta $\vec{F}_R$ es igual a la variación de su energía cinética: $W_{FR} = \Delta E$c.

De la ecuación para el movimiento rectilíneo con aceleración constante, $v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x$, tenemos:

$$a\Delta x = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_o^2$$

Y sustituyendo esta expresión en la ecuación del trabajo, queda:

$$W_{FR} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

El segundo miembro de esta ecuación representa la variación de la magnitud ½mv^2. Dicha magnitud es precisamente la que se denomina **energía cinética**. De modo que para calcular la energía cinética de un cuerpo se utiliza la ecuación:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

La relación entre el trabajo y la energía cinética puede escribirse:

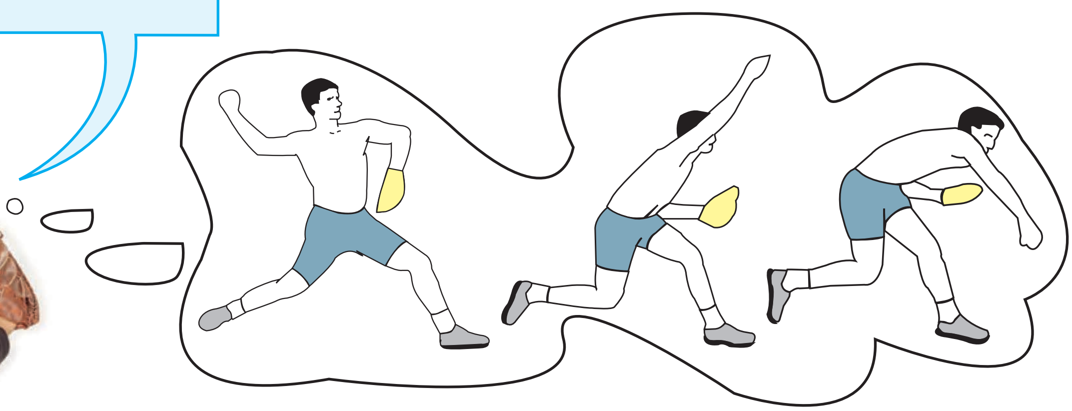
$$W_{FR} = E_C - E_{Co}$$

$$\boxed{W_{FR} = \Delta E_C}$$

La fuerza que un pitcher puede aplicar a la pelota es limitada. Argumenta, utilizando la ecuación para el cálculo del trabajo, qué hace para lograr la mayor energía cinética, y por tanto velocidad, en el lanzamiento.

Este resultado se conoce como **teorema del trabajo y la energía cinética**, el cual en palabras se expresa como sigue:

El trabajo de la fuerza neta ejercida sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética.



¿Será la energía cinética de un cuerpo una magnitud escalar o vectorial? Argumenta tu respuesta.

¿Cuál será el trabajo total realizado por la fuerza de gravedad cuando la piedra haya regresado a mi mano?

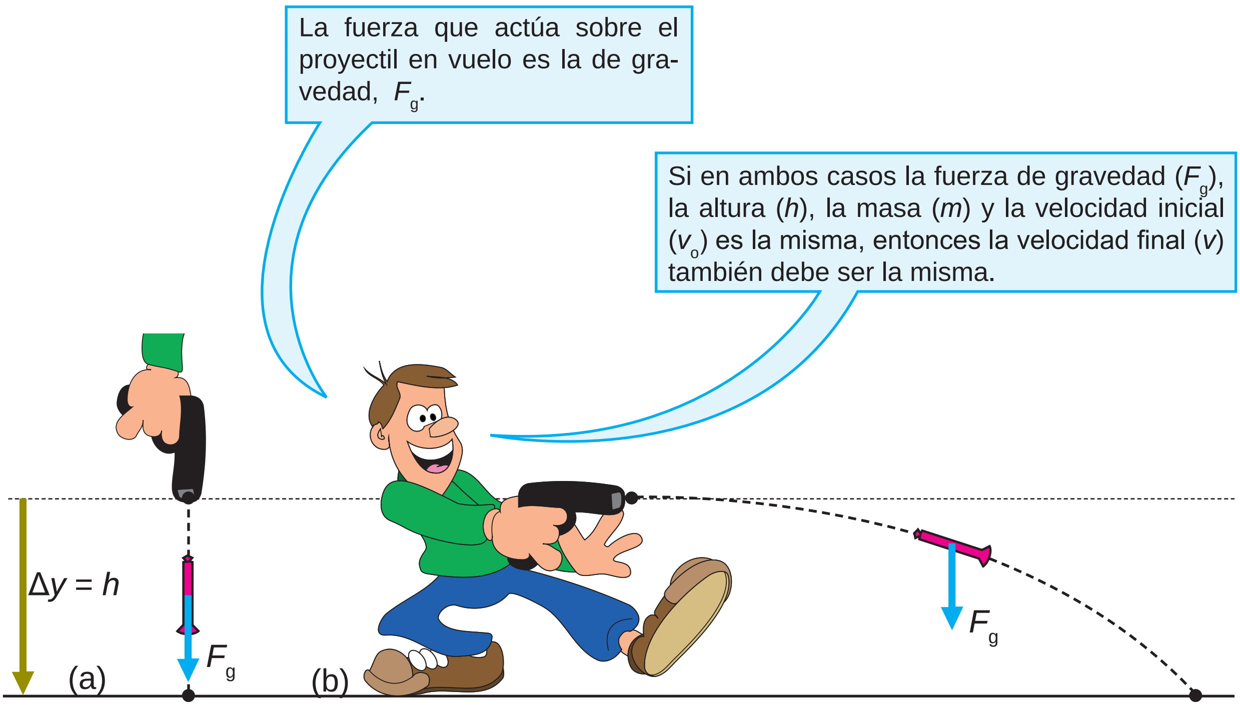
Cabe subrayar que el resultado anterior es válido aún cuando la fuerza neta no sea constante y su dirección no coincida con la del desplazamiento.

El teorema del trabajo y la energía cinética, $W_{FR} = \Delta E$c, evidencia que la unidad de energía cinética, y de la energía en general, es la misma que la del trabajo, o sea el **Joule** (J). También evidencia que la energía transformada o transmitida mediante la aplicación de una fuerza puede ser hallada de dos modos: calculando el trabajo realizado por dicha fuerza, o la variación de la energía cinética del cuerpo, ΔEc.

En la introducción al curso mencionamos tres ejemplos de problemas cuyas soluciones se dificultan (e incluso pueden resultar imposibles) a partir de la segunda ley de Newton, pero que en cambio es posible enfrentar empleando las leyes de conservación. A continuación resolveremos dos de aquellos problemas. Veremos que aunque todavía no hemos formulado la ley de conservación de la energía, los conceptos de trabajo y energía cinética y el teorema que relaciona estas dos magnitudes, permiten ya encontrar la solución de ellos muy fácilmente.

Ejemplo 1.9. Se dispara una pistola de juguete de dos modos (Fig. 1.1): a) verticalmente hacia abajo y b) horizontalmente. En ambos casos la velocidad de salida del proyectil es la misma. ¿En qué caso su velocidad al llegar al suelo es mayor? La resistencia del aire puede despreciarse.

En ambos casos el trabajo realizado por la fuerza de gravedad es el mismo: $W_{Fg} = F_g h$. Por otra parte, según el teorema del trabajo y la energía cinética, es igual a la variación de la energía cinética del proyectil. En consecuencia, dicha variación, y por tanto el valor de la velocidad con que llega al suelo, también es la misma en ambos casos.

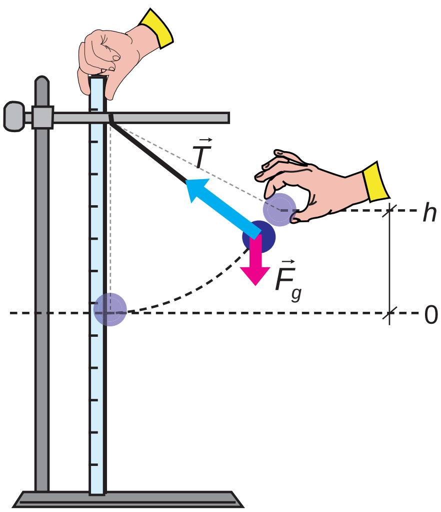


$$W_{FR} = \Delta E_C$$
$$W_{FR} = E_C - E_{Co}$$
$$F_g h = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

Para apreciar la importancia de los conceptos estudiados, puedes probar resolver este problema empleado la segunda ley de Newton. Verás que resulta mucho más laborioso.

Consideremos ahora el siguiente ejemplo mencionado en la introducción.

Ejemplo 1.10. Se tiene un cuerpo que cuelga de un hilo formando un péndulo. Si lo desviamos de su posición de equilibrio, elevándolo una altura h, y luego lo soltamos, ¿cuál es el valor de su velocidad al pasar por la posición de equilibrio?



En la figura se han representado las fuerzas que actúan sobre el cuerpo: la fuerza de gravedad $\vec{F}_g$ y la tensión $\vec{T}$ del hilo. Como sabes, el trabajo de la fuerza de gravedad es $W_{Fg} = mgh$. La tensión del hilo forma siempre un ángulo de 90º con la trayectoria del cuerpo, por lo que el trabajo de ella es nulo. En consecuencia, el trabajo neto sobre el cuerpo se reduce al de la fuerza de gravedad: $W_{FR} = mgh$.

Según el teorema del trabajo y la energía cinética $W_{FR} = \Delta Ec$. Por tanto:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

Dividiendo la ecuación anterior entre m y teniendo en cuenta que la velocidad inicial del cuerpo es 0, queda:

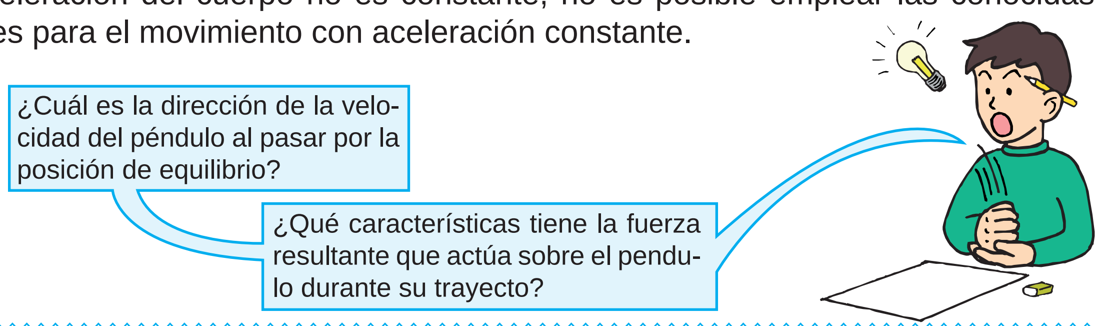
$gh = \frac{1}{2}v^2$. De aquí que:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Así, por ejemplo, si el cuerpo se elevara 20 cm por encima de su posición de equilibrio, su velocidad al pasar por ella sería:

$$v = \sqrt{2\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.20\ \text{m})} = 2.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

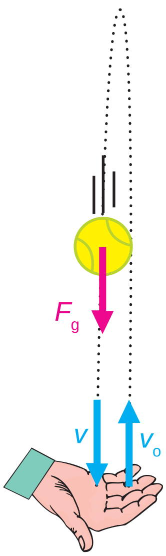
Como indicamos en la Introducción, si intentas resolver este problema utilizando la segunda ley de Newton, verás que no dispones de los conocimientos necesarios: puesto que la aceleración del cuerpo no es constante, no es posible emplear las conocidas ecuaciones para el movimiento con aceleración constante.



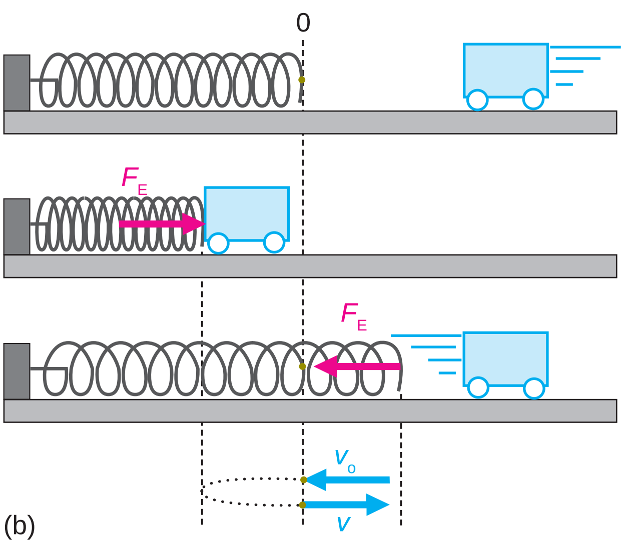
1.1.5. Fuerzas conservativas y no conservativas.

La especial relevancia de la energía, la cantidad de movimiento y de otras magnitudes implicadas en las llamadas **leyes de conservación**, radica en que **en determinadas condiciones permanecen constantes, es decir, se conservan**. Examinemos cuáles son las condiciones en que se conserva la **energía cinética**.

Consideremos una pelota que se lanza verticalmente hacia arriba y que la resistencia del aire puede despreciarse (Fig. 1.20a). Si bien mientras asciende su energía cinética va disminuyendo, no se conserva, durante el descenso crece nuevamente, de tal manera que al regresar a la mano vuelve a ser la misma que cuando salió de ella. En otras palabras, en el viaje completo, de ida y vuelta, se conserva su energía cinética. Algo similar puede decirse de un cuerpo que se mueve sobre una mesa sin rozamiento y choca con un resorte (Fig. 1.20b). A medida que comprime el resorte su energía cinética va disminuyendo, hasta anularse, pero luego, cuando el resorte se estira, nuevamente es recuperada.



(a)



(b)

Fig. 1.20. (a) Al ascender la pelota su energía cinética va disminuyendo, y en el descenso crece. (b) A medida que el carrito comprime al resorte, su energía cinética va disminuyendo, pero luego la recupera nuevamente. En los dos casos, la energía cinética se conserva en el viaje de ida y vuelta.

Las fuerzas de gravedad y elástica consideradas en las situaciones anteriores son ejemplos de fuerzas **conservativas**, pues pese a su acción sobre el cuerpo, cuando éste regresa al punto de partida **conserva su energía cinética**.

Nota que según el teorema del trabajo y la energía cinética ($W_{FR} = \Delta Ec$), para que en el recorrido de ida y vuelta la energía cinética se conserve, es decir, para que su variación sea nula ($\Delta Ec = 0$), el trabajo total realizado en ese recorrido también debe ser nulo. Precisamente esta característica es la que define a las fuerzas conservativas:

Se dice que una fuerza es conservativa si el trabajo realizado por ella en una trayectoria cerrada es nulo, cualquiera que sea la trayectoria.

Así, por ejemplo, independientemente de la trayectoria seguida al mover un cuerpo de la posición 1 a la 2 y luego nuevamente a la 1 (Fig. 1.21), digamos, por el camino (a), (b), (c), u otro cualquiera, el trabajo total de la fuerza de gravedad siempre es nulo.

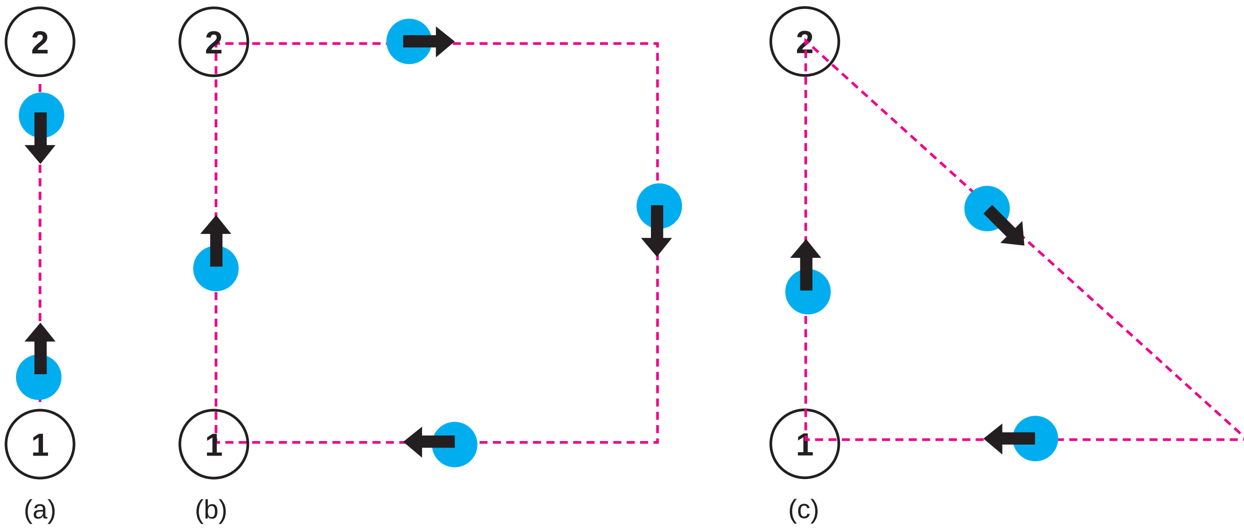


Fig. 1.21. La fuerza de gravedad es una fuerza conservativa: el trabajo realizado por ella al mover un cuerpo por una trayectoria cerrada, cualquiera que sea ésta, es nulo.

Lo anterior implica que si una fuerza es conservativa, entonces el trabajo realizado cuando el cuerpo se mueve de una posición 1 a otra 2 tiene el mismo valor pero signo opuesto que al moverse de la posición 2 a la 1:

$$W_{F12} = -W_{F21}$$

Por otra parte, también significa que el trabajo realizado al ir de una posición a otra es independiente del camino seguido. Así, el trabajo de la fuerza de gravedad es el mismo al ir de 1 a 2 (Fig. 1.21) por las trayectorias (a), (b), (c) u otra cualquiera. Esto conduce a otra definición de fuerza conservativa equivalente a la anterior:

Una fuerza es conservativa si el trabajo realizado por ella al desplazar un cuerpo de una posición a otra es independiente de la trayectoria seguida.

Cuando se desplaza un cuerpo sobre la superficie de una mesa en una trayectoria cerrada, el trabajo total realizado por la fuerza de rozamiento no es nulo, tiene cierto valor negativo, ya que dicha fuerza siempre es opuesta al movimiento del cuerpo, tanto en el viaje de ida como en el de regreso. **La fuerza de rozamiento es, pues, una fuerza no conservativa**. Otro modo alternativo de llegar a esta misma conclusión es considerar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento al desplazar el cuerpo de una posición 1 a otra 2 por diferentes trayectorias (Fig. 1.22). Es obvio que mientras mayor sea el camino recorrido, mayor será el trabajo realizado, lo cual significa que el trabajo depende de la trayectoria seguida y, por tanto, que la fuerza no es conservativa.

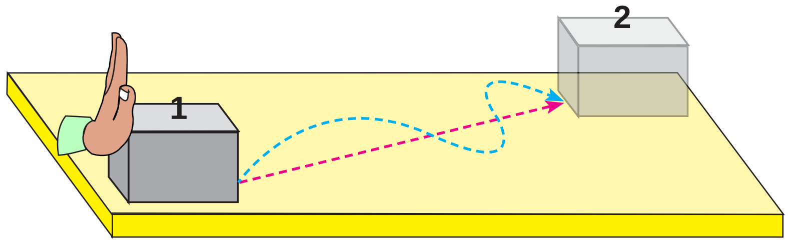
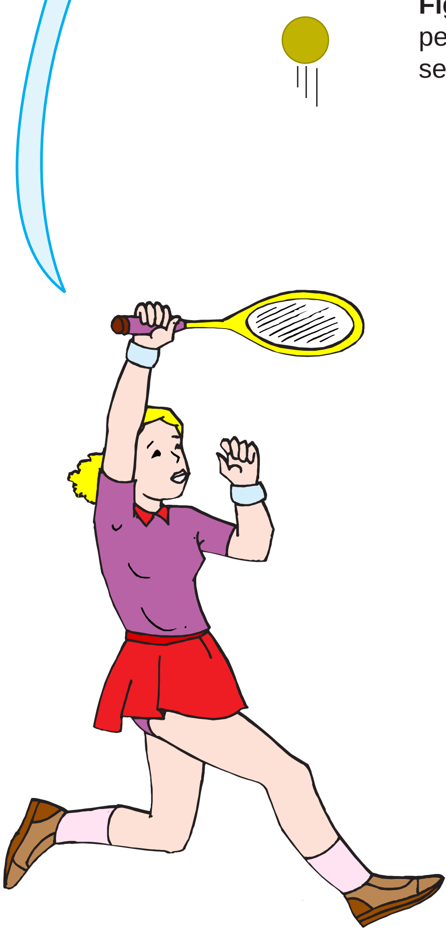
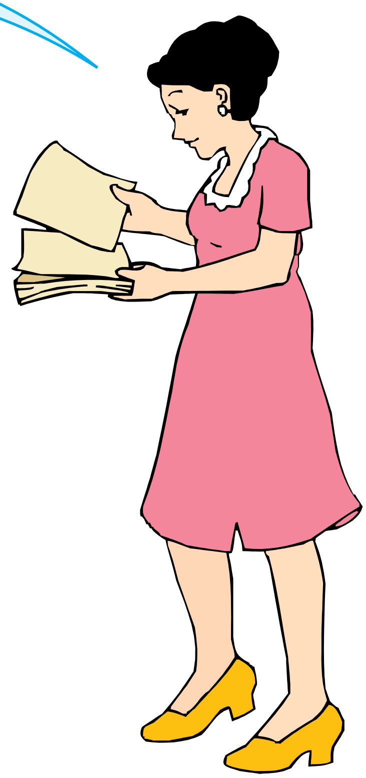


Fig. 1.22. El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento al mover el pequeño cuerpo desde la posición 1 a la 2 depende de la trayectoria seguida. Ello implica que la fuerza de rozamiento es no conservativa.

Sobre la pelota actúan la fuerza de gravedad y la de resistencia del aire. ¿Son conservativas estas fuerzas? Argumenta tu respuesta.



¿Será conservativa la fuerza de la mano durante el desplazamiento del cuerpo de la figura 1.22 sobre la superficie de la mesa? Argumenta tu respuesta.



1.1.6. Energía potencial y ley de conservación de la energía mecánica.

Acabamos de ver que cuando las fuerzas ejercidas sobre un cuerpo son conservativas, su energía cinética podrá disminuir durante su movimiento, pero a fin de cuentas será recuperada al volver al punto de partida. Y si la energía cinética es recuperable, cabe interpretar su disminución suponiendo que transitoriamente ha quedado "almacenada", o pasado a una **forma potencial**.

De este modo, **cuando las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son conservativas**, es posible asociar la disminución o aumento de su energía cinética con un aumento o disminución de igual valor de energía potencial. La variación de una es de igual magnitud y signo opuesto que la variación de la otra:

$\Delta E_C = -\Delta E_P$

De la ecuación anterior:

$\Delta E_C + \Delta E_P = 0$

de donde: $\Delta(E_C + E_P) = 0$

La suma entre paréntesis, o sea la suma de las energías cinética y potencial, se denomina **energía mecánica total**:

$\boxed{E_M = E_C + E_P}$

La energía mecánica tiene así dos formas: cinética y potencial.

Lo anterior conduce a la conclusión de que **si las fuerzas ejercidas sobre un cuerpo son conservativas**, entonces:

$\Delta E_M = 0$ ó $E_M =$ const., lo que también puede escribirse:

$E_C + E_P =$ const.

o, de otra forma equivalente:

$$\boxed{E_{M1} = E_{M2}}$$

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2},$$

Donde los subíndices 1 y 2 se refieren a dos posiciones, o instantes, cualesquiera, durante el desplazamiento del cuerpo.

El resultado obtenido constituye el contenido de la **ley de conservación de la energía mecánica**. Antes de enunciarla con palabras, es necesario advertir que hemos estado considerando cuerpos que solo se trasladan y, además, que no se deforman, cuya estructura interna no interviene para nada en los fenómenos, en otras palabras, hemos asumido a los cuerpos como **partículas**. En tal caso la ley de conservación de la energía mecánica puede ser formulada como sigue:

¿Se conservará la energía mecánica total durante el movimiento de una piedra lanzada verticalmente hacia arriba? ¿Y si se trata de una pelota de ping-pong? Argumenta tus respuestas.

La energía mecánica total de una partícula permance constante, se conserva, si las fuerzas que actúan sobre ella son conservativas.

Observa que el enunciado de la ley consiste en indicar **bajo qué condiciones se conserva la energía**. Algo similar tiene lugar para otras leyes de conservación, en sus enunciados se dice en qué condiciones se conservan las magnitudes dadas.

Debemos señalar, sin embargo, que la formulación anterior de la ley de conservación de la energía mecánica constituye una gran simplificación, y no solo debido a que considera a los cuerpos como partículas, sino porque se ha formulado **para un solo cuerpo**. En realidad, como **las fuerzas son siempre de acción mutua**, las transformaciones de energía ocurren, necesariamente, con la participación de más de un cuerpo. Por ejemplo, consideremos dos carritos a los que se han fijado sendos imanes y que los carritos se colocan muy próximos entre sí, como muestra la figura 1.23. Al soltarlos adquieren energía cinética, poniendo de manifiesto que poseían energía en forma potencial. Obviamente, no hay razón para asociar dicha energía potencial a un carrito en particular, **la energía potencial pertenece al sistema** formado por los dos. Una formulación de la ley de conservación de la energía mecánica que toma en cuenta lo anterior es la siguiente:

La energía mecánica total de un sistema de partículas se conserva, si está aislado y las fuerzas entre sus partículas son conservativas.

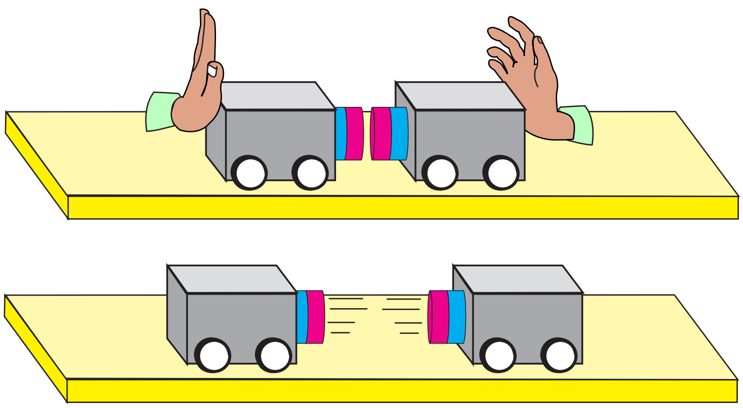


Fig. 1.23. Cuando los carritos se sueltan, adquieren energía cinética, poniendo de manifiesto que poseían energía en forma potencial. Ésta pertenece al sistema de los dos cuerpos y está determinada por las fuerzas de interacción entre ellos.

Profundicemos en el significado del término **aislado**, empleado en la formulación de la ley. En el ejemplo de la figura 1.23, si el rozamiento es despreciable el sistema de los dos carritos puede considerarse **aislado**, es decir, que **no interactúa con los cuerpos que lo rodean**, aún cuando en rigor no sea así. Realmente sobre los carritos actúan la fuerza de gravedad y la reacción de la mesa, no obstante, ya que estas fuerzas se compensan, el sistema se comporta **como si estuviera aislado**.

Es importante tener en cuenta, además, que el término **aislado** significa no solo aislamiento respecto a fuerzas exteriores, lo que implica que no se realiza trabajo sobre el sistema, sino también respecto a otros tipos de interacción con el exterior que supongan intercambio de energía. Así, por ejemplo, imaginemos un gas encerrado en un recipiente. El gas está formado por una gran cantidad de moléculas y puede ser concebido como un sistema de muchas partículas en movimiento. En este caso el sistema está aislado con

¿Por qué al describir las variaciones de energía que tienen lugar después de lanzar un cuerpo verticalmente hacia arriba, suele hablarse de la energía potencial de dicho cuerpo y no del sistema Tierra-cuerpo? Piensa qué sucedería si en la experiencia de la figura 1.23 la masa de uno de los carritos fuese mucho mayor que la del otro.

Considera otra vez una pelota de ping-pong lanzada verticalmente hacia arriba. ¿Puede considerarse aislado el sistema Tierra-pelota? ¿Se conserva la energía mecánica de dicho sistema? Argumenta tus respuestas.

relación a fuerzas exteriores y no obstante, pudiera variar su energía mecánica total mediante interacción térmica con el exterior, es decir, mediante calor (*Q*). Por eso, para que la energía mecánica de este sistema se conserve, es preciso que esté aislado no solo con relación a fuerzas, sino también a calor.

Como ya señalamos en el apartado 1.1.1, la energía potencial depende de la fuerza de interacción entre los cuerpos. Así, por ejemplo, la energía potencial del sistema de los dos carritos de la figura 1.23 no es la misma cuando interactúan por medio de imanes que cuando lo hacen mediante un resorte entre ellos. Según la fuerza de interacción de que se trate, la energía potencial puede ser gravitatoria, elástica, eléctrica, etc.

Ya conoces cómo determinar el **trabajo** y también la **energía cinética**, sin embargo todavía no sabes cómo calcular la energía potencial. En el próximo apartado abordamos esta cuestión.

1.1.7. Energía potencial en algunos casos de interés.

A continuación aprenderás cómo calcular la energía potencial de dos cuerpos en los casos en que las fuerzas de interacción entre ellos sean:

a) La fuerza de gravedad cerca de la superficie de la Tierra.

$$F_{\mathrm{g}} = mg$$

b) La fuerza de gravitación.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

c) La fuerza elástica de un resorte.

$$F_{\mathrm{E}} = -kx$$

Luego veremos cómo extraer información a partir del gráfico de energía potencial en función de la posición, lo que resulta útil cuando la expresión de la energía potencial es compleja.

1.1.7.1. Energía potencial gravitatoria cerca de la superficie de la Tierra.

Como sabes, el trabajo de una fuerza aplicada sobre un cuerpo, sea conservativa o no, es igual a la variación de su energía cinética:

$W_{FR} = \Delta E_C$

Pero **si dicha fuerza es conservativa**, entonces puede además escribirse $\Delta E_C = -\Delta E_P$, donde E_P es cierta **energía potencial** asociada a la fuerza. Por consiguiente, de las igualdades anteriores se obtiene:

$\boxed{W_{Fc} = -\Delta E_P}$

Hemos escrito el símbolo de trabajo con el subíndice F_C, como recordatorio de que esa ecuación solo tiene sentido si la fuerza es conservativa: únicamente es posible asociar cierta energía potencial a una fuerza, cuando ésta es conservativa. En palabras:

Si la fuerza que actúa sobre un cuerpo es conservativa, entonces el trabajo realizado por ella tiene igual valor y signo opuesto que la variación de la energía potencial.

Utilicemos esta conclusión para determinar la expresión de la energía potencial asociada a la fuerza de gravedad cerca de la superficie de la Tierra, la cual, como sabes, es una fuerza conservativa. Según la conclusión anterior, cuando dejamos caer un cuerpo (Fig. 1.24) y éste recorre cierta distancia, el trabajo de la fuerza de gravedad es:

$W_{Fg} = -\Delta E_P$

donde en este caso ΔE_P representa la variación de la **energía potencial gravitatoria**.

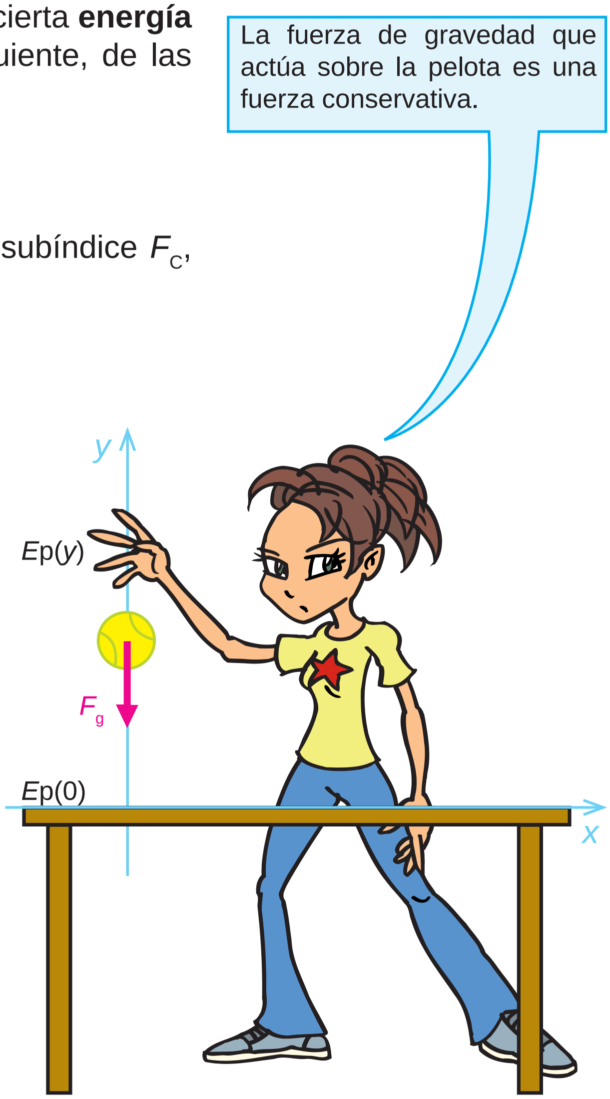


Fig. 1.24. Durante la caída del cuerpo, el trabajo realizado por la fuerza de gravedad tiene igual valor y signo opuesto que la variación de la energía potencial gravitatoria.

Puesto que **cerca de la superficie de la Tierra la fuerza de gravedad puede considerarse constante** y en el caso que estamos considerando tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento del cuerpo, el trabajo se halla simplemente multiplicando los módulos de la fuerza y el desplazamiento:

$$W_{Fg} = mgy$$

Por su parte:

$$\Delta E_P = E_P(0) - E_P(y),$$

siendo $E_P(0)$ la energía potencial cuando el cuerpo está en el origen de coordenada y $E_P(y)$ cuando está en la posición y. En consecuencia, se tiene:

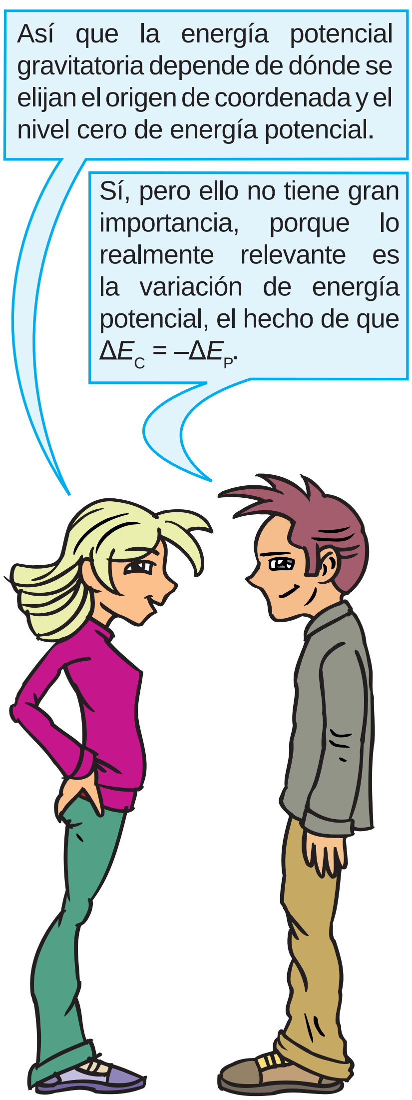
$$mgy = -[E_P(0) - E_P(y)] = E_P(y) - E_P(0)$$

De ahí que la energía potencial en la posición y sea:

$$E_P(y) = mgy + E_P(0)$$

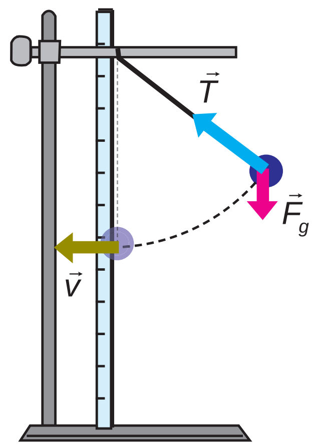
De acuerdo con esta ecuación, la energía potencial para cierta posición y del cuerpo depende del valor que tenga en el origen de coordenda, $E_P(0)$. **Cuando se trata de la energía potencial gravitatoria cerca de la superficie de la Tierra, su valor en el origen de coordenada comúnmente se asume como cero**, con lo cual la ecuación anterior queda:

$$\boxed{E_P(y) = mgy}$$



Observa que el valor de energía potencial también depende de dónde se elija el origen de coordenada, por ejemplo, si en el caso que examinamos se hubiese fijado en el piso, en lugar de en la mesa, entonces el valor de y, y por tanto de la energía potencial, sería mayor. Pero esta dependencia del valor de la energía potencial, del punto dónde se considere el nivel cero de energía y el origen de coordenada no tiene gran importancia, porque **lo realmente relevante son las variaciones de energía potencial** y no los valores de ésta en sí mismos. Esclarecer dónde se eligieron el origen de coordenadas y el cero de energía potencial resulta necesario para poder entenderse, pero dichas elecciones son convencionales, del mismo modo que también lo es, por ejemplo, el seleccionar un sentido del movimiento como positivo y otro como negativo.

Para aclarar cómo utilizar la expresión de la energía potencial gravitatoria cerca de la superficie de la Tierra y la ley de conservación de la energía mecánica, examinemos otra vez el problema relativo al péndulo del ejemplo 1.10. Como recordarás, el péndulo se desvía de su posición de equilibrio, elevándolo hasta una altura *h* y luego se suelta. El problema consiste en determinar la velocidad del cuerpo que cuelga al pasar por la posición de equilibrio.

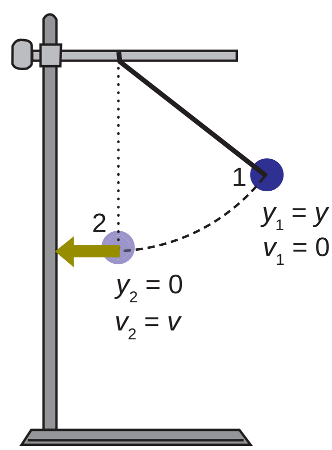


Ya que la fuerza ejercida por el hilo sobre el cuerpo no realiza trabajo y la fuerza de gravedad es conservativa, la energía mecánica del péndulo se conserva durante su movimiento. Esto significa que la energía mécanica en la posicion 1 y en la posición 2 son iguales:

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$\cancelto{0}{E_{C1}} + E_{P1} = E_{C2} + \cancelto{0}{E_{P2}}$$

Si elegimos el origen de coordenadas y el nivel cero de energía potencial en la posición de equilibrio del péndulo, se tiene:



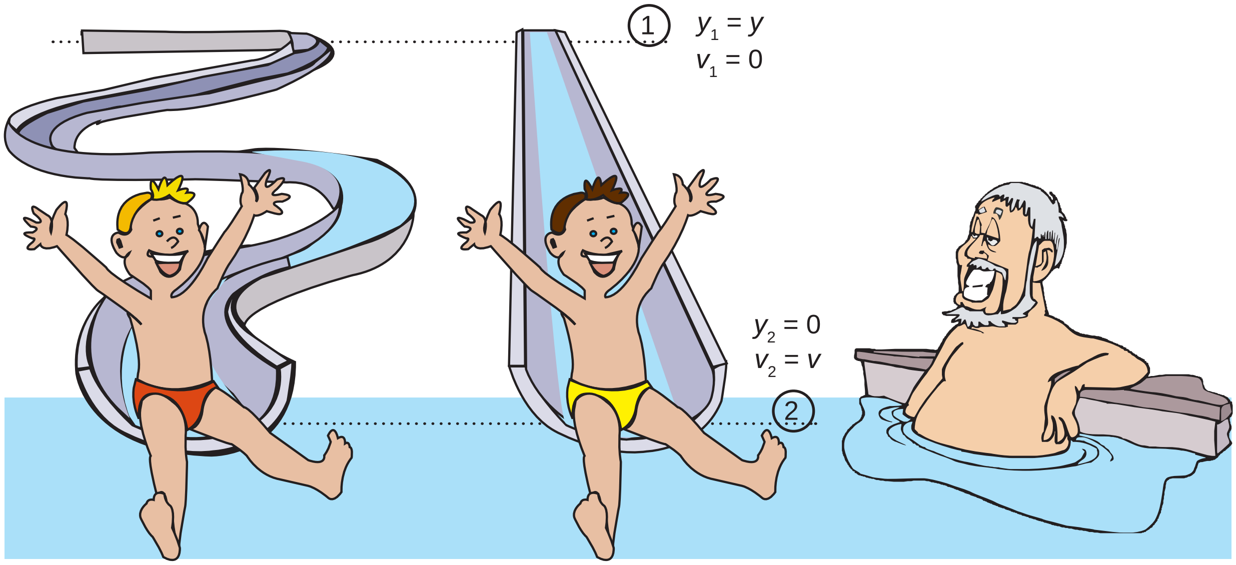
$$E_{P1} = E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgy$$

$$\frac{1}{2}v^2 = gy$$

de donde $v = \sqrt{2gy}$, que es el resultado hallado en el ejemplo 1.10.

Ejemplo 1.11. En una piscina se han instalado dos vías de deslizamiento para la diversión. Tienen igual altura y llegan hasta el mismo nivel sobre la superficie del agua, pero poseen diferentes formas. Por una se deja caer un niño y por la otra su cuate de igual masa. El rozamiento puede despreciarse. ¿Cuál de los niños llega con mayor velocidad al extremo inferior? ¿Y si por una de las vías se deja caer en lugar de uno de los niños, el padre de ellos?



Como el rozamiento se desprecia, las fuerzas que actúan sobre la persona que desliza por el canal son solo la normal y la de gravedad. La primera, como su nombre indica, es perpendicular a la trayectoria, por lo que no realiza trabajo, y la segunda es conservativa. En consecuencia, la energía mecánica total se conserva.

Esto implica que la energía mécanica en la posicion 1 y en la posición 2 son iguales:

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$\cancelto{0}{E_{C1}} + E_{P1} = E_{C2} + \cancelto{0}{E_{P2}}$$

Eligiendo el origen de coordenda y el nivel cero de energía potencial en el extremo inferior de la canal, para cualquiera de los dos niños se tiene:

$$E_{P1} = E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgy$$

$$\frac{1}{2}v^2 = gy$$

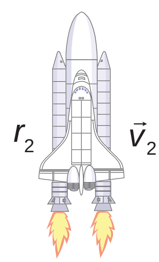
de donde $v = \sqrt{2gy}$, con independencia de si la vía es recta o curva, por lo que ambos ambos niños llegan con igual velocidad.

Si por el canal recto se deja caer en lugar de uno de los niños el padre de ellos, la respuesta no cambia, pues como muestra el resultado obtenido, la velocidad no depende de la masa de la persona.

En relación con la energía potencial gravitatoria debemos puntualizar que el resultado $E_P = mgy$ fue obtenido considerando que la fuerza gravitatoria es $F_g = mg$, lo cual consituye una aproximación de la Ley de Gravitación Universal, $F = Gm_1m_2/r^2$, para el caso de cuerpos próximos a la superficie de la Tierra.

Cuando se trata de cuerpos como la Luna, los satélites artificales de la Tierra o las naves cósmicas, la expresión de la energía potencial debe ser hallada a partir de la Ley de Gravitación. Además, en tales casos lo usual es considerar el cero de energía potencial no en la superficie de la Tierra, sino en un lugar infinitamente alejado de ella. Con estas consideraciones, la expresión de la energía potencial gravitatoria es:

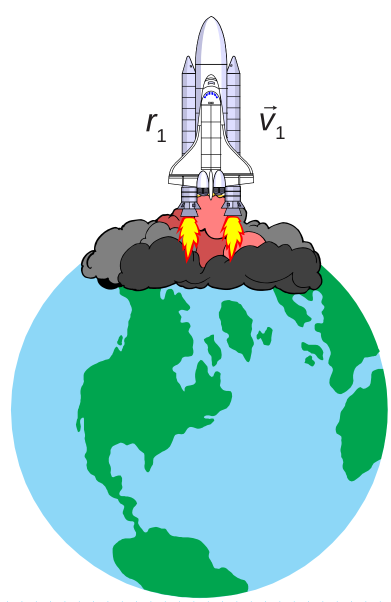
$$E_P = -G\frac{m_1m_2}{r}$$



Ilustremos el uso de esta expresión mediante la solución de un ejemplo clásico.

Ejemplo 1.12. Calcula la velocidad mínima con que debe ser lanzado un cuerpo desde la superficie de la Tierra para que escape de la atracción de ésta, sin tener en cuenta la resistencia del aire al movimiento (Dicha velocidad se denomina 2ª velocidad cósmica).

Como la fuerza de resistencia del aire no se considera, si no tenemos en cuenta la acción de otros astros sobre el cuerpo entonces la única fuerza sobre él es la de gravitación de la Tierra. Puesto que dicha fuerza es conservativa, la energía mecánica total correspondiente al sistema Tierra-cuerpo en el instante del lanzamiento, permanecerá constante durante todo el movimiento posterior del cuerpo. De ahí que:



$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$E_{C1} + E_{P1} = \cancelto{0}{E_{C2}} + \cancelto{0}{E_{P2}}$$

donde el subíndice 1 se refiere al instante del lanzamiento y el 2 a un instante posterior cualquiera.

El cuerpo habrá escapado de la atracción de la Tierra solo cuando esté a una distancia que pueda considerarse infinitamente alejada de ella y para esa posición, como sabes, la energía potencial gravitatoria es nula: $E_{P2} = 0$. Por otra parte, a medida que se aleja de la Tierra, su velocidad va disminuyendo y si al llegar a un lugar infinitamente alejado de ella es nula, ello significa que fue lanzado con la mínima velocidad requerida para que escape. Con cualquier velocidad mayor también podría escapar, pero con una menor no. De modo que si es lanzado con la velocidad justa para escapar, cuando esté en un lugar infinitamente alejado de la Tierra, tanto su energía potencial como su energía cinética serían nulas, con lo cual la ecuación anterior queda:

$$E_{C1} + E_{P1} = 0$$

Sustituyendo las expresiones de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria se tiene:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = 0,$$

donde M es la masa de la Tierra, m la del cuerpo, v_1 la velocidad de éste al lanzarlo y r_1 su distancia al centro de la Tierra, que coincide con el radio de ésta, R_T. Dividiendo la ecuación entre m y resolviendo para v_1:

$$v_1^2 = \frac{2GM}{R_T} \quad \text{o} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2GM}{R_T}}$$

Solo queda sustituir los valores de G, M y R_T para encontrar el valor buscado, pero podemos abreviar los cálculos si recordamos que:

$$\frac{GM}{R_T^2} \approx g$$

En efecto, de aquí se obtiene que:

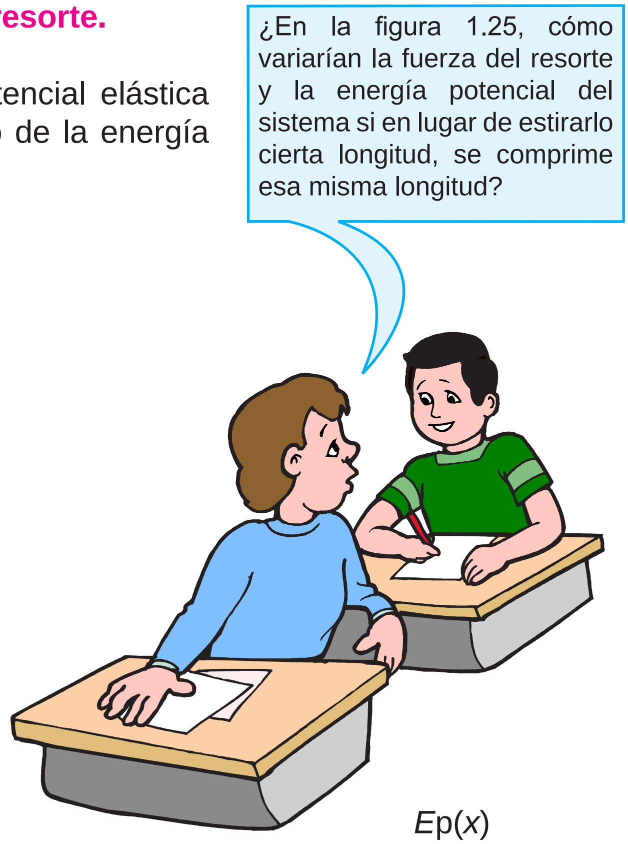
$$\frac{GM}{R_T} \approx gR_T$$

con lo cual:

$$v_1 = \sqrt{2gR_T}$$

$$v_1 = \sqrt{2\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\left(6.4\times10^6\ \text{m}\right)} = 11\times10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

1.1.7.2. Energía potencial elástica de un resorte.



Para hallar la expresión de la energía potencial elástica de un resorte partiremos, como en el caso de la energía potencial gravitatoria, de la ecuación:

$$W_{\text{Fc}} = -\Delta E_{\text{P}}$$

Imaginemos que un cuerpo sujeto al extremo de un resorte se desplaza, estirando el resorte, y luego se suelta. Puesto que la fuerza elástica es conservativa, según la ecuación anterior, el trabajo realizado por ella después que se ha soltado el cuerpo es:

$$W_{\text{FE}} = -\Delta E_{\text{P}}$$

donde ahora Δ*E*p representa la variación de la **energía potencial elástica**.

Como la fuerza elástica no es constante, en este caso el trabajo no puede ser determinado simplemente multiplicando la fuerza por el desplazamiento. No obstante, para calcularlo podemos utilizar la conclusión obtenida en el apartado 1.1.4 acerca de que el trabajo viene dado por el área comprendida entre el gráfico de *F*(*x*) y el eje de las *X*. En la figura 1.25 se ha reproducido otra vez el gráfico del módulo de la fuerza elástica de un resorte en función de su estiramiento. Nota que el área comprendida entre el gráfico y el eje *X* es la de un triángulo de base *x* y altura *kx*. En consecuencia, el área, y por tanto el trabajo realizado cuando el cuerpo se desplaza de la posición *x* a la 0, es:

$$W_{\text{FE}} = \frac{1}{2}kx^2$$

Por su parte, la variación de la energía potencial elástica es:

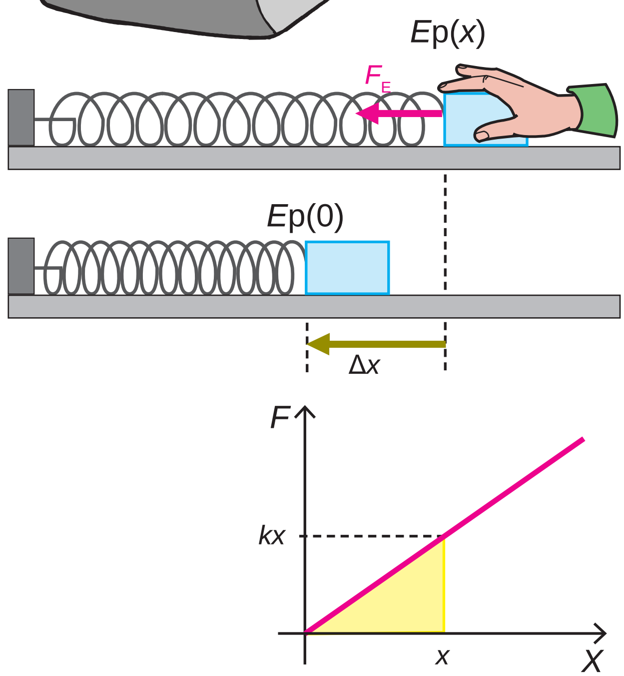


Fig. 1.25. El trabajo de la fuerza elástica viene dado por el área comprendida entre el gráfico de *F*(*x*) y el eje de las abscisas: $W_e = ½\, kx^2$. Dicho trabajo es de igual valor y signo opuesto que la variación de la energía potencial elástica.

$\Delta E_P = E_P(0) - E_P(x)$,

siendo Ep(0) la energía potencial cuando el cuerpo está en el origen de coordenada y Ep(x) cuando está en la posición x. De donde:

$$\frac{1}{2}kx^2 = -[E_P(0) - E_P(x)] = E_P(x) - E_P(0)$$

La energía potencial en la posición x es, pues:

$$E_P(x) = \frac{1}{2}kx^2 + E_P(0)$$

Nota que, de forma similar que la energia potencial gravitatoria, la energía potencial elástica depende del valor que tenga en el origen de coordenada, Ep(0). **Comúnmente el valor de la energía potencial elástica en la posición de equilibrio se asume como cero**, con lo cual:

$$\boxed{E_P(x) = \frac{1}{2}kx^2}$$

Ejemplo. 1.13. En cierta pistola de resorte se introdujo el proyectil y para comprimir el resorte 2.0 cm fue necesario ejercer una fuerza de 20 N. La masa del proyectil es 10 g. La masa del resorte, el rozamiento dentro del cañón de la pistola y la resistencia del aire pueden despreciarse. a)¿Cuánto asciende el proyectil si la pistola se dispara verticalmente hacia arriba? b) Si al efectuar el disparo la pistola se encuentra 1.50 m sobre el suelo, ¿cuál es el valor de la velocidad del proyectil al chocar con éste?

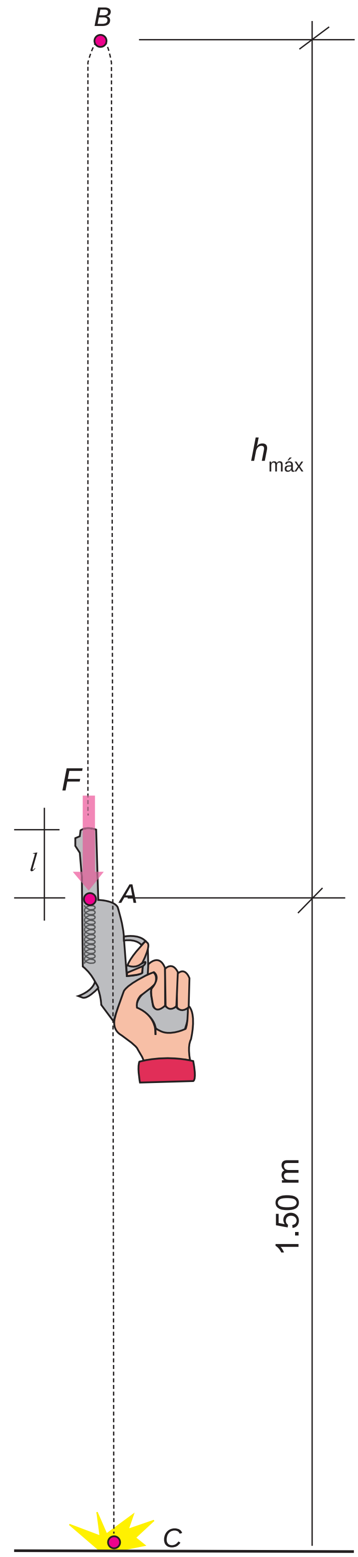
a)Dentro de la pistola, el sistema resorte-proyectil puede considerarse aislado. Como la fuerza elástica es conservativa, la energía mecánica total de dicho sistema se conserva durante el movimiento del proyectil en la pistola. Esto significa que toda la energía potencial elástica se transforma en energía cinética del proyectil (La energía cinética del resorte al estirarse es despreciable, ya que su masa lo es, y se supone que la pistola no adquiere energía cinética alguna cuando el proyectil sale).

Luego que el proyectil deja la pistola, la única fuerza que actúa sobre él es la de gravedad, que también es conservativa, por lo que la energía mecánica del sistema Tierra-proyectil se conserva. En consecuencia, cuando el proyectil alcanza la altura máxima, la energía cinética que tenía al salir de la pistola se habrá transformado completamente en energía potencial gravitatoria. De este modo, la energía potencial elástica se transforma primero en cinética del proyectil y luego en gravitatoria, por lo que se tiene:

$$E_{MA} = E_{MB}\,, \qquad \cancel{E_{CA}}^{0} + \cancel{E_{PgA}}^{0} + E_{PEA} = \cancel{E_{CB}}^{0} + E_{PgB} + \cancel{E_{PEB}}^{0}$$

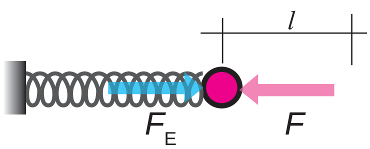
$E_{PEA} = E_{PgB}$

Si designamos por l la longitud que se comprimió el resorte dentro de la pistola y por $h_{máx}$ la altura máxima que alcanza el proyectil medida a partir de la posición que tenía dentro de la pistola con el resorte comprimido, entonces:



$$\frac{1}{2}kl^2 = mgh_{máx}$$

De la ley de fuerza para el resorte, $F_E = -kx$, puede hallarse el valor de su constante elástica:



$$F_E = -kl \quad \rightarrow \quad F = kl$$

$$k = \frac{F}{l}$$

Sustituyendo la expresión de k en la anterior:

$$\frac{1}{2}Fl = mgh_{máx}$$

Resolviendo para h y sustituyendo los valores dados:

$$h_{máx} = \frac{Fl}{2mg} = \frac{(20\ \text{N})(2.0\times10^{2}\ \text{m})}{2(10\times10^{-3}\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 2.0\ \text{m}$$

b) Esta segunda parte del problema puede ser resuelta razonando de diversos modos. A continuación mostramos uno que se basa en el resultado anterior.

La energía cinética que tiene el proyectil al llegar al suelo procede de la energía potencial gravitatoria del sistema Tierra-proyectil cuando éste alcanzó la altura máxima. Por consiguiente:

$$E_{MB} = E_{MC}$$

$$\cancelto{0}{E_{CB}} + E_{PgB} + \cancelto{0}{E_{PEB}} = E_{CC} + \cancelto{0}{E_{PgC}} + \cancelto{0}{E_{PEC}}$$

$$E_{PgB} = E_{CC}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_C^{\,2}\ ,$$

donde v_C es el valor de la velocidad del proyectil al chocar con el suelo. Dividiendo la ecuación entre *m* y resolviendo para v_C:

$v_C^2 = 2gh,$

$$v_C = \sqrt{2\left(9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(3.50\ m)} = 8.3\ \frac{m}{s}$$

¿Cómo sería el resultado si el proyectil se disparara en lugar de verticalmente hacia arriba, formando un ángulo de 45º con la dirección horizontal.

1.1.7.3. Diagramas de energía.

Hay situaciones en que la ecuación de la energía potencial no es tan simple como las obtenidas para las energías potencial **gravitatoria** y potencial **elástica** y trabajar con ella se dificulta. En estos casos **el gráfico de energía potencial en función de la posición**, $E_P(x)$, puede ayudar a revelar ciertas características del sistema, de modo similar que los gráficos de $x(t)$ y $v(t)$ posibilitan conocer las características del movimiento de una partícula.

Para aprender a extraer información de los gráficos de $E_P(x)$ debemos profundizar en la **relación entre fuerza conservativa y energía potencial**. Para ello nos apoyaremos en un caso ya conocido, el de la energía potencial elástica del sistema cuerpo-resorte. La ecuación de la energía potencial es $E_P = ½\ kx^2$ y su gráfico una parábola (Fig. 1.26).

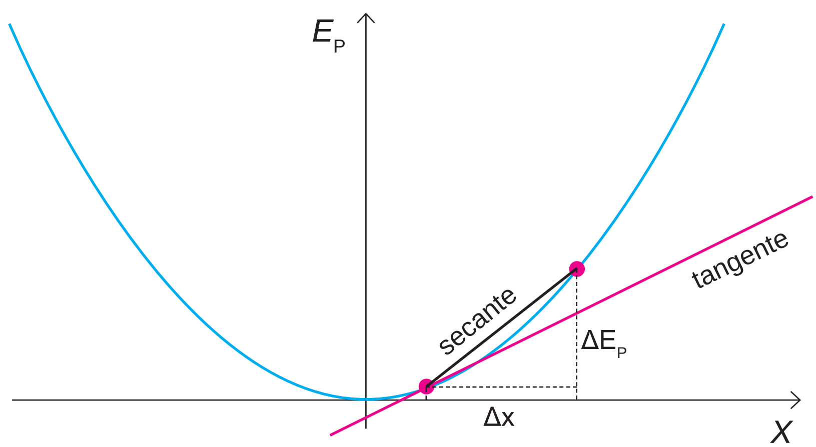


Fig. 1.26. La pendiente de la tangente a la curva de $E_P(x)$, con signo opuesto, da la fuerza en dicha posición.

Ya sabes que si la fuerza que actúa sobre un cuerpo es conservativa, entonces el trabajo es $W_{FC} = -\Delta E_P$. En el caso particular que la fuerza es constante y tiene la misma dirección que el desplazamiento, el trabajo es $W_F = F\Delta x$. Por consiguiente, en este caso:

$$F\Delta x = -\Delta E_P$$

De donde: $$F = -\frac{\Delta E_P}{\Delta x}$$

Cuando la fuerza no es constante, es decir, cuando varía al cambiar la posición del cuerpo, la razón anterior representa una **fuerza media**, de modo similar que cuando la velocidad no es constante la razón $\Delta x/\Delta t$ expresa la velocidad media. Por otra parte, según puede verse en la figura 1.26, la razón $\Delta E_P/\Delta x$ es la pendiente de la secante a la curva de $E_P(x)$, trazada entre los puntos correspondientes a los extremos de Δx. De este modo, la pendiente de la secante entre dos puntos de la curva de $E_P(x)$, con signo opuesto, da la fuerza media ejercida sobre el cuerpo.

Sin embargo, con frecuencia el mayor interés no está en la fuerza media, sino en la fuerza en cada posición x del cuerpo. Nota que si el tamaño del desplazamiento Δx del cuerpo se reduce indefinidamente, entonces la fuerza media se aproxima a la fuerza al inicio de Δx y que, por otra parte, al hacer esto la secante tiende a la tangente a la curva. De ahí la siguiente conclusión:

La pendiente de la tangente a la curva de la energía potencial $E_P(x)$ asociada a un cuerpo, con signo opuesto, da la fuerza ejercida sobre el cuerpo.

Utilicemos ahora esta conclusión para obtener información acerca de la fuerza ejercida sobre el cuerpo sujeto al extremo de un resorte, a partir del gráfico de $E_P(x)$ (Fig.1.27). La tangente a la curva en cualquiera de los puntos de la rama derecha forma un ángulo agudo con el eje X, por lo que su pendiente es positiva. Esto significa que en las posiciones del cuerpo correspondientes a esa rama (posiciones positivas) la fuerza es negativa, o sea, tiene sentido opuesto al desplazamiento. A su vez, en las posiciones correspondientes a la rama izquierda (posiciones negativas) la fuerza sobre el cuerpo es positiva, es decir, también tiene sentido opuesto al desplazamiento. Puedes advertir además que el valor absoluto de la pendiente de la tangente a la curva, y por tanto el valor absoluto de la fuerza, crecen con la distancia del cuerpo al origen. Por último, observa que la pendiente de la tangente a la curva en su vértice es nula, lo que implica que para esa posición la fuerza es nula. Como ves, la información obtenida a partir de la curva de $E_P(x)$ para el sistema cuerpo-resorte está de acuerdo con las características de este sistema conocidas por ti.

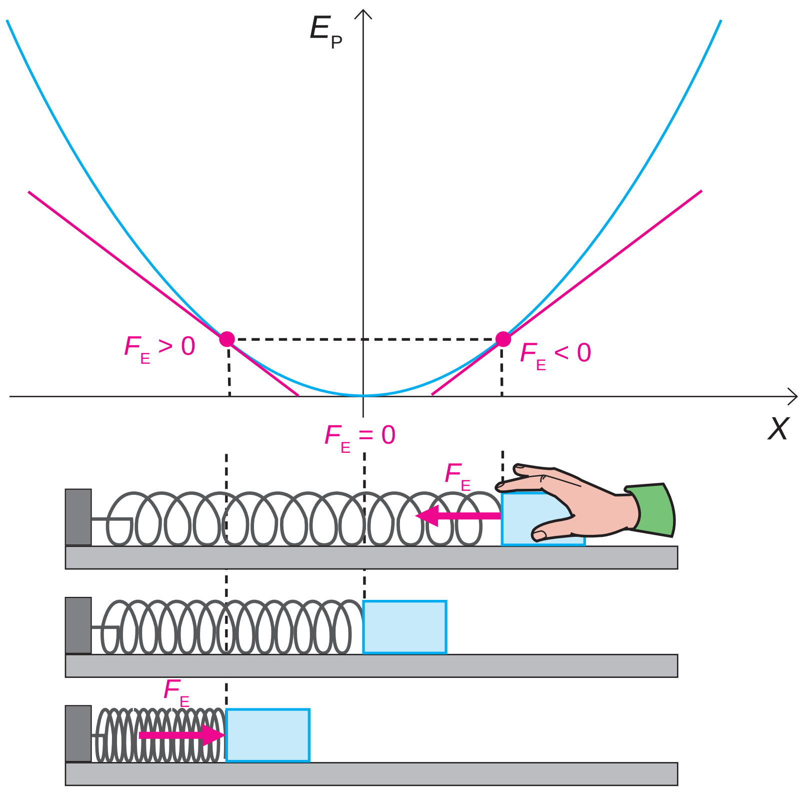


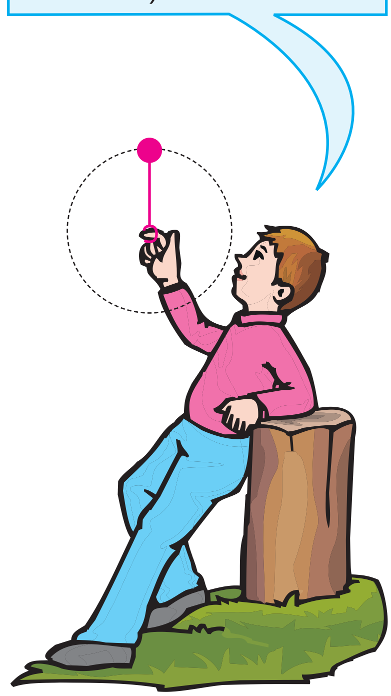
Fig. 1.27. La tangente a la curva de $E_P(x)$ para el sistema cuerpo-resorte, proporciona información acerca de la fuerza ejercida sobre el cuerpo.

La posición del cuerpo en la cual la fuerza neta sobre él es nula se denomina **posición de equilibrio**. Por consiguiente, la posición asociada al mínimo de energía potencial es de equilibrio.

En la figura 1.28 se ha representado el gráfico de $E_P(\theta)$ para un péndulo formado por una varilla ligera en cuyo extremo se fijó una esferita. Nota que en este caso la pendiente de la tangente a la curva es cero tanto para el valor mínimo de $E_P(\theta)$ como para sus valores máximos. En efecto, para θ = 0º y también para θ = 180º y θ = -180º la fuerza neta sobre la esferita es nula. Ambas posiciones, la asociada al mínimo de energía potencial y al máximo, son de equilibrio. Pero entre ellas existe una importante diferencia. Mientras que en la primera una ligera desviación del cuerpo provoca una fuerza que tiende a hacerlo regresar a la posición de equilibrio, en la segunda la fuerza originada tiende a desviarlo aún más de ella. Se dice que la primera posición es de **equilibrio estable** y la segunda de **equilibrio inestable**.

En general, en un gráfico de $E_P(x)$ los mínimos corresponden a posiciones de equilibrio estable y los máximos a posiciones de equilibrio inestable.

Argumenta por qué en el péndulo formado por la esferita fija al extremo de la varilla, la fuerza neta sobre la esferita es nula en su posición de máxima elevación (θ = 180º ó θ = -180º).



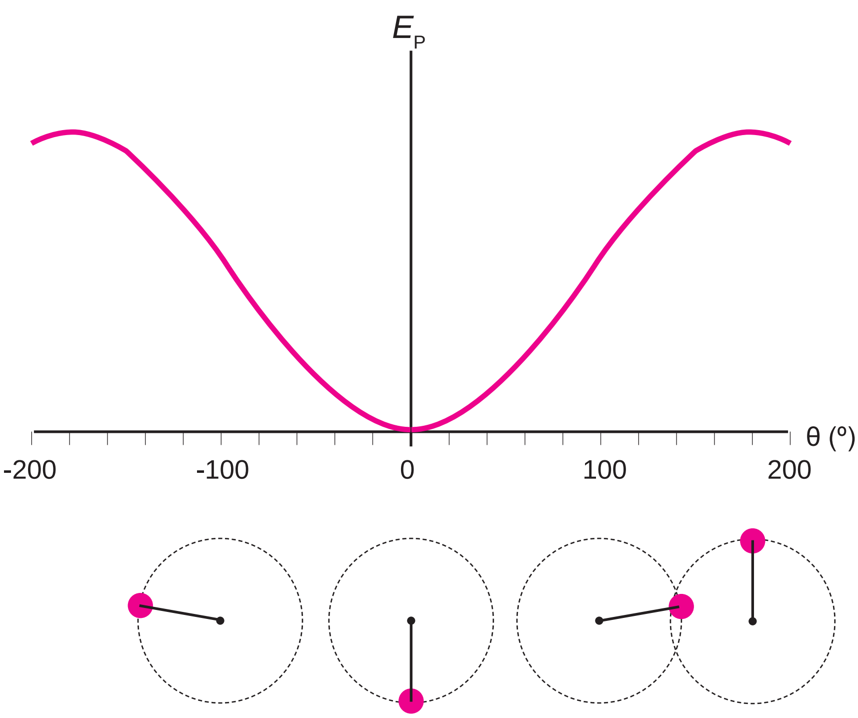
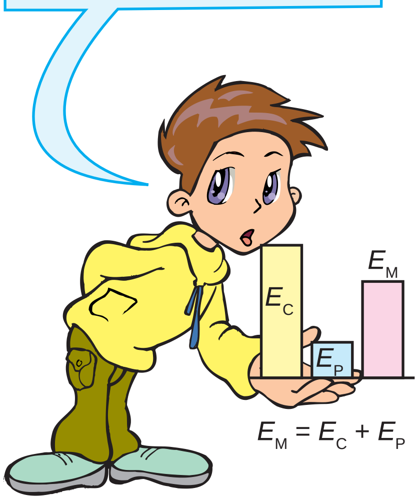


Fig. 1.28. Gráfico de $E_P(\theta)$ para un péndulo. El mínimo de energía potencial corresponde a la posición de equilibrio estable y los máximos a la de equilibrio inestable.

En la figura 1.29, ¿qué valor tiene la energía cinética del cuerpo para las posiciones correspondientes a las intesecciones de la curva de $E_P(x)$ y las rectas E = const.?



Examinemos otra vez el cuerpo sujeto al resorte. Supongamos que se le comunica determinada energía, lo cual puede hacerse, por ejemplo, imprimiéndole cierta velocidad inicial, desplazándolo de la posición de equilibrio, o mediante ambas cosas a la vez. ¿Cómo representar la energía suministrada conjuntamente con el gráfico de $E_P(x)$? Puesto que la fuerza elástica es conservativa, la energía proporcionada al sistema cuerpo-resorte se conserva. Esto implica que durante el movimiento del cuerpo tienen lugar transformaciones de energía potencial en cinética y viceversa, pero la energía mecánica total permanece constante, o sea, es independiente de la posición x del cuerpo. Por consiguiente, la energía del sistema es representada por una línea paralela al eje de las X (Fig. 1.29). Los puntos de intersección de la curva de $E_P(x)$ y de la línea de E_M = const. corresponden a los extremos del intervalo en que se mueve el cuerpo. El diagrama de la figura muestra que mientras mayor sea la energía mecánica E_M, mayor será la amplitud de las oscilaciones del cuerpo.

En el gráfico de la figura 1.28, ¿a qué situación correspondería una energía mecánica total representada por una línea horizontal trazada por encima de los máximos?

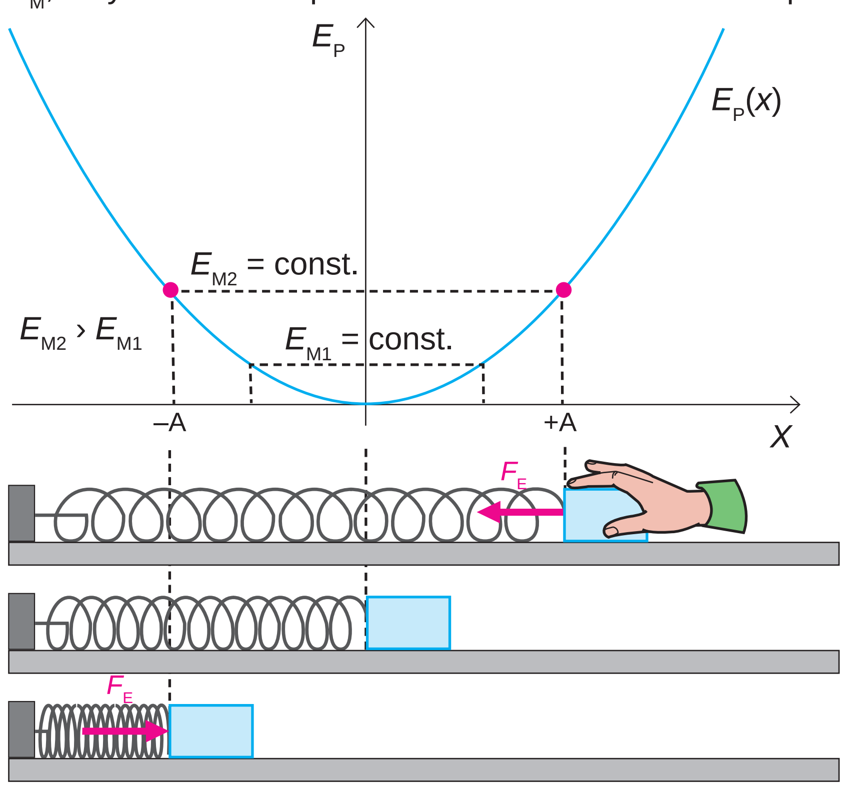
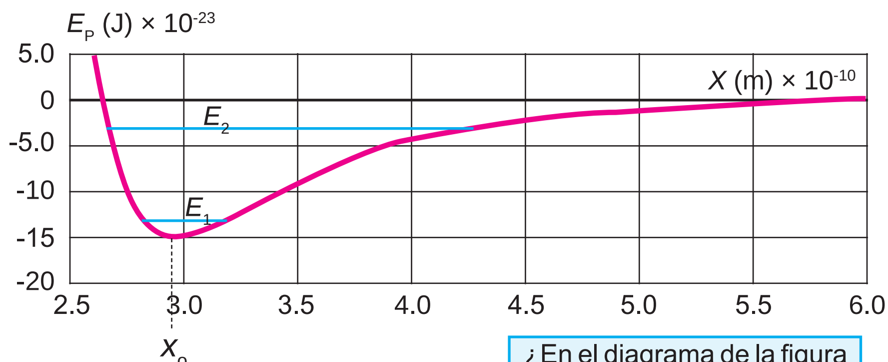


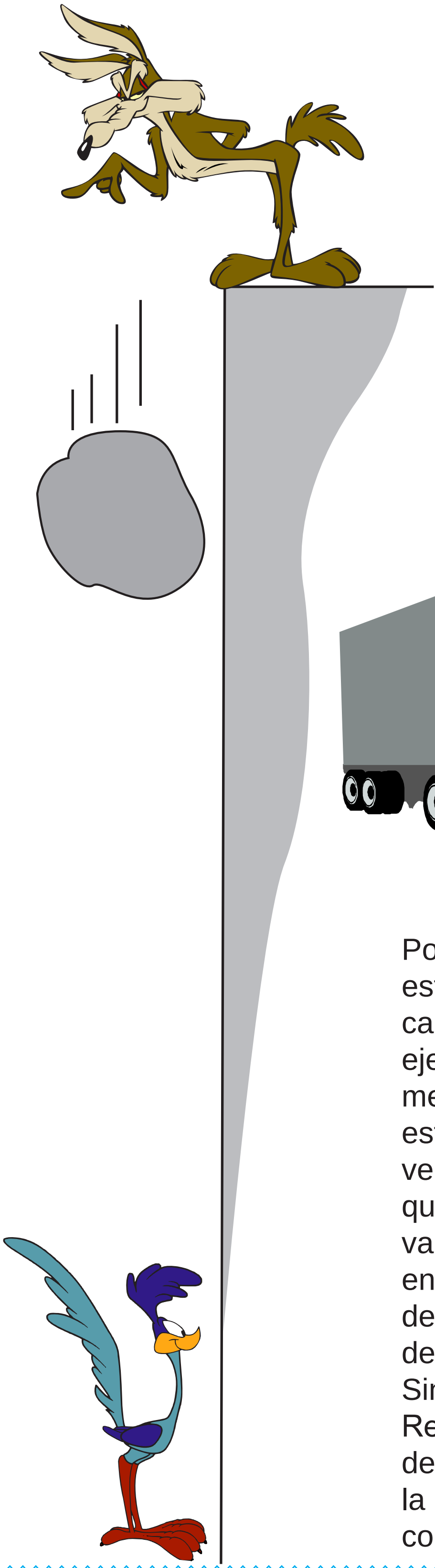
Fig. 1.29. Diagrama de energía correspondiente a un sistema cuerpo-resorte. Las líneas horizontales representan diversos valores de la energía del sistema. Mientras mayor sea ésta, mayor es la amplitud de las oscilaciones.

Consideremos ahora la interacción entre dos átomos que forman una molécula neutra. En este caso la expresión analítica de la energía potencial en función de la separación entre los átomos, $E_P(x)$, es mucho más compleja que las conocidas por ti, pero del diagrama de energía puede obtenerse rápidamente información de interés (Fig. 1.30). El origen de coordenada se ha elegido en el centro de uno de los átomos. Del gráfico se ve que para una separación x_o entre los átomos, correspondiente al **mínimo de energía potencial**, se tiene **equilibrio estable**. Observa que para separaciones mayores la pendiente de la tangente a la curva es positiva, lo que indica que la fuerza es negativa, es decir, atractiva. A su vez, para separaciones menores que x_o la pendiente es negativa, por lo que la fuerza es positiva, o sea, repulsiva. Nota también que mientras más se aproximen los átomos mayor es la fuerza de repulsión entre ellos.

Fig. 1.30. Diagrama de energía para dos átomos que forman una molécula neutra. Cuando la energía mecánica de los átomos es pequeña, oscilan en torno a la posición de equilibrio; si es suficientemente grande, entonces la molécula se disocia.



Supongamos que los átomos que forman la molécula tienen una energía mecánica total E_1, entonces realizan oscilaciones alrededor del punto de equilibrio, x_o. Observa que en la zona próxima al mínimo de energía potencial la curva es simétrica respecto a x_o. Ello indica que si la energía E_M de los átomos no es muy grande, las oscilaciones serán simétricas respecto a la posición de equilibrio. Sin embargo, si se suministra energía a los átomos, por ejemplo mediante radiación o calentamiento de la sustancia, de modo que la energía mecánica de ellos se eleve, digamos hasta E_2, sus oscilaciones dejarán de ser simétricas respecto a x_o. Nota, por otra parte, que mientras mayor sea la energía mecánica E_M de los átomos, mayor amplitud tendrán sus oscilaciones. Si la energía proporcionada es tal que la energía mecánica de los átomos corresponde a una línea a nivel del eje X, ello significa que se separan mucho, en otras palabras, que la molécula se rompe o disocia.



1.1.8. Ley de conservación de la energía.

Al comenzar el estudio de esta unidad recordábamos que una característica esencial del universo son los constantes **cambios** que tienen lugar en él. Allí señalamos, además, que el concepto de energía caracteriza cuantitativamente los cambios, relativos a la naturaleza, que ocurren o tienen posibilidad de ocurrir. Por ejemplo, las ecuaciones de la **energía cinética** y la **energía potencial gravitatoria** cuantifican, respectivamente, la magnitud de los cambios que puede provocar un cuerpo en movimiento, y en reposo a cierta altura sobre la superficie de la Tierra.

Por su parte, la ley de conservación de la **energía mecánica** establece las condiciones bajo las cuales se conservan los cambios en la esfera de los **fenómenos mecánicos**. Como ejemplo simple consideremos dos carritos que interactúan mediante un resorte (Figura 1.31). Si inicialmente el resorte está comprimido, al liberarlo, los carritos adquieren cierta velocidad que aumenta según el resorte se estira. Nota que este cambio en el valor de la velocidad de los carritos va acompañado de un cambio de las posiciones relativas entre ellos, o sea, de la **configuración del sistema**. La ley de conservación de la energía contiene la idea fundamental de que **un cambio siempre lleva aparejado otro, u otros**. Sin embargo, ella va más allá de este aspecto cualitativo. Resulta que los cambios pueden cuantificarse por medio de ciertas magnitudes y que en determinadas condiciones la suma de esas magnitudes permanece constante, se conserva.

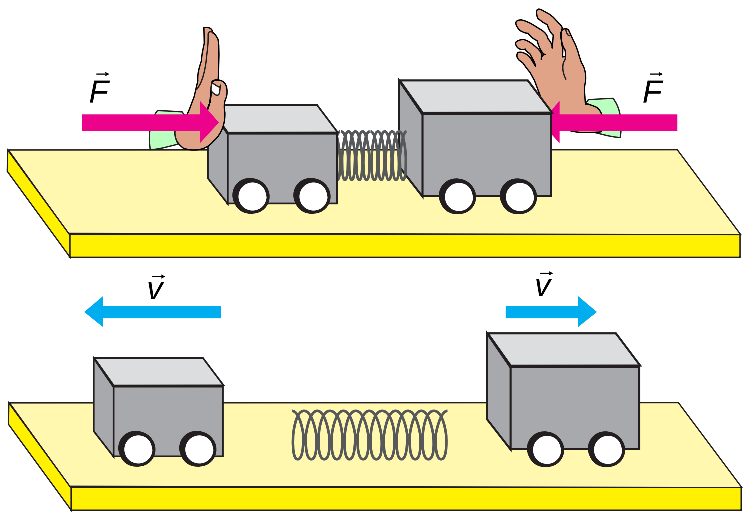


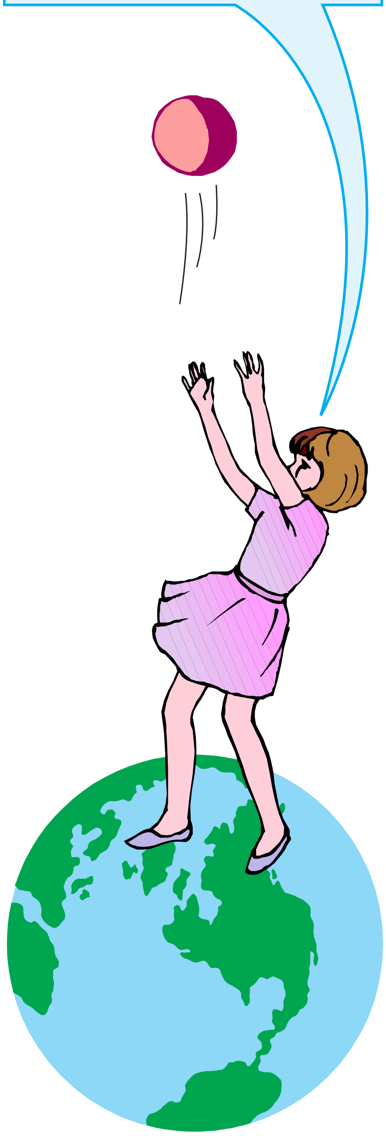
Fig. 1.31. El cambio en las posiciones relativas de los cuerpos, es decir en la configuración del sistema, va acompañado de un cambio en sus velocidades. Estos cambios son cuantificados, respectivamente, por las variaciones de energía potencial elástica y energía cinética, las cuales son de igual magnitud y signo opuesto.

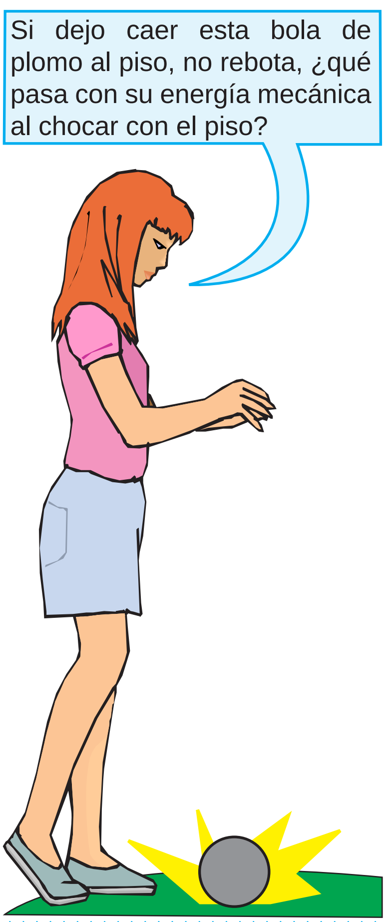
Así, en el ejemplo ilustrado en la figura 1.31, el cambio en los valores de las velocidades de los carritos es cuantificado mediante la **energía cinética** y el de la configuración del sistema por la **energía potencial elástica**. A medida que la primera aumenta, disminuye la segunda. Como sabes, si el sistema está **aislado** y la **fuerza de interacción entre los cuerpos es conservativa**, entonces el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial, con lo cual la suma de ellas, es decir la energía mecánica total, se mantiene constante, se conserva. La energía simplemente cambia de una forma a otra, se **trans-forma**.

¿Y qué ocurre cuando las fuerzas que actúan entre los cuerpos no son conservativas y, por tanto, la energía mecánica del sistema no se conserva?

Consideremos como ejemplo un bloque sobre una superficie horizontal al que se comunica cierta velocidad inicial. Debido al rozamiento, luego de recorrer cierta distancia se detiene. El bloque experimenta un cambio en su velocidad sin que al parecer ello vaya acompañado de algún otro cambio. ¿Es que en este caso un cambio no lleva aparejado otro? En términos de energía: ¿Será posible que la energía cinética del bloque se extinga sin que aparezca alguna otra forma

Considera el sistema formado por la Tierra y una pelota que es lanzada verticalmente hacia arriba. ¿Cómo se manifiesta en este caso la idea fundamental de que un cambio siempre lleva aparejado otro, u otros?





de energía? El análisis de situaciones comunes indica que ello no es posible.

Así, por experiencia sabemos que la fricción continuada entre dos superficies provoca elevación de temperatura. Esto sugiere que durante el deslizamiento del bloque también se eleva la temperatura, solo que en una cantidad tan pequeña que pasa inadvertida. Si el bloque deslizara, por ejemplo, sobre una tira de papel (Fig. 1.32) y el sistema bloque-papel estuviese aislado, de modo que no pudiera transferir energía al exterior, y si además dispusiésemos de un termómetro suficientemente sensible, entonces la elevación de temperatura podría ser detectada. Esa elevación de temperatura indica que **la energía de movimiento de las moléculas** del bloque y del papel aumentan. En otras palabras, la energía de movimiento del bloque se transforma en energía de movimiento de sus moléculas y las del papel, o sea, en **energía interna** de esos cuerpos.

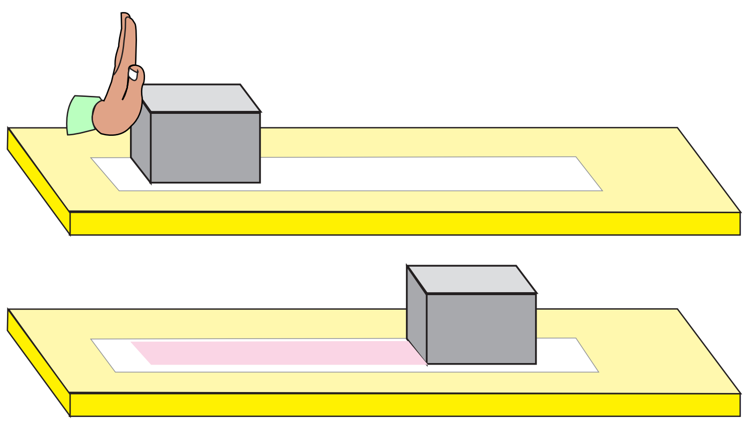


Fig.1.32. Mientras el bloque desliza su energía cinética se transforma en energía térmica de él y del papel.

La energía asociada al cambio de temperatura de un cuerpo se denomina **energía térmica** y, como hemos señalado, forma parte de la energía interna de los cuerpos. De modo que en la situación analizada se produce una **transformación de energía mecánica en térmica**. ¿Cómo cuantificar el aumento de energía térmica implícito en la elevación de temperatura de un cuerpo?

Dicho aumento se determina mediante la expresión:

$$E_T = cm\Delta T$$

Donde *m* es la masa del cuerpo, ΔT la variación de su temperatura y *c* un coeficiente que depende del material de que está constituido el cuerpo y es conocido como el calor específico.

Si bien como acabamos de ver, es posible aumentar la energía térmica de un cuerpo mediante la aplicación de fuerzas (en el caso analizado la de rozamiento), o sea mediante trabajo, es obvio que la vía más comúnmente utilizada no es ésa, sino el **calentamiento**. Puesto que en el desarrollo de la ciencia, inicialmente el estudio de los fenómenos mecánicos y térmicos se realizó desvinculado uno del otro, al medir las energías mecánica y térmica se empleaban diferentes unidades: para la primera se utilizaba el **joule** y para la segunda la **caloría**.

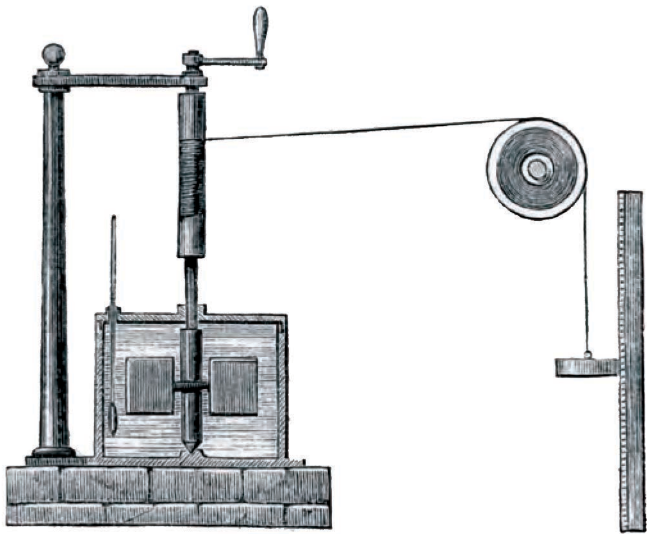
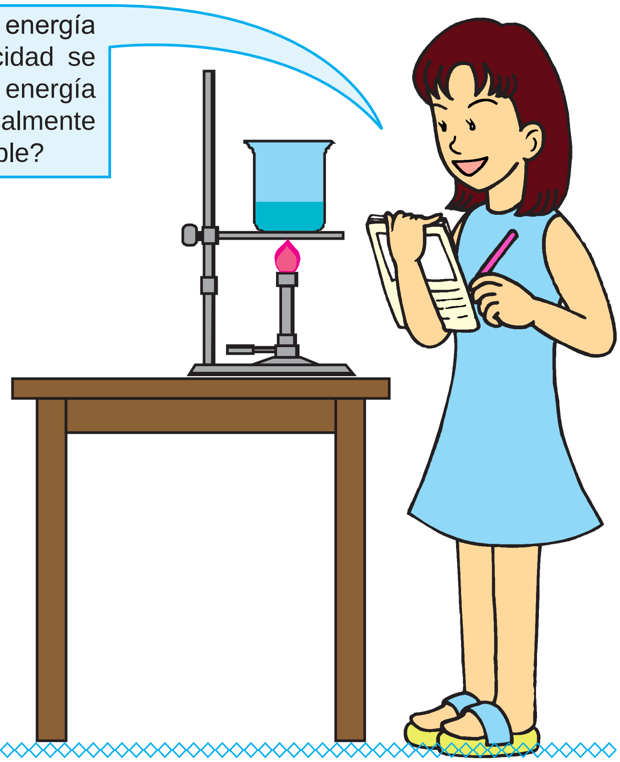


Fig.1.33. Aparato empleado por Joule en la medición del equivalente mecánico del calor.

Al elevar en 10º C la temperatura de 250 g de agua, su energía térmica aumenta en 1.0 x 10^4 J. ¿Con qué velocidad se movería un cuerpo de masa 1.00 kg que tuviera esa energía cinética? ¿A qué altura se elevaría si se lanzara verticalmente hacia arriba y la resistencia del aire fuese despreciable?



Sin embargo, a partir de meticulosos experimentos, James Prescott Joule (1818-1889) determinó la cantidad de energía térmica que se originaba al tranformar en ella cierta cantidad de energía mecánica. En uno de sus experimentos colocó agua en un recipiente aislado térmicamente y al hacer girar en su interior unas paletas, la temperatura del agua se elevó (Fig. 1.33). Las paletas eran movidas utilizando la energía potencial gravitatoria de un cuerpo que descendía desde cierta altura, por lo que la variación de energía mecánica podía ser calculada utilizando la ecuación *mgh*. A su vez, el aumento de energía térmica del agua era calculado mediante la ecuación $E_T = cm\Delta T$. El científico encontró que por cada joule de energía mecánica que se tranformaba, aparecía 0.24 caloría de energía térmica, o a la inversa, cada caloría de energía térmica que aparecía correspondía a 4.2 joule de energía mecánica tranformada. La equivalencia encontrada por Joule permitió a partir de entonces expresar la energía transmitida a un cuerpo en cualquiera de las dos unidades, independientemente de que el procedimiento utilizado sea trabajo o calentamiento.

Actualmente en la ciencia y la tecnología la unidad fundamental de energía (ya sea mecánica, térmica o de otro tipo) es el **joule**, aunque en algunas esferas, como la de los productos alimenticios y ciertas ramas de la ingeniería, continúa empleándose la **caloría**.

No solo se transforma la energía mecánica en térmica, sino también a la inversa. Así, al calentar una pequeña cantidad de agua en un tubo de ensayos cerrado con un tapón (Fig. 1.34), llega un momento en que el tapón sale despedido, poniendo de manifiesto que se ha transformado cierta cantidad de energía térmica en mecánica.

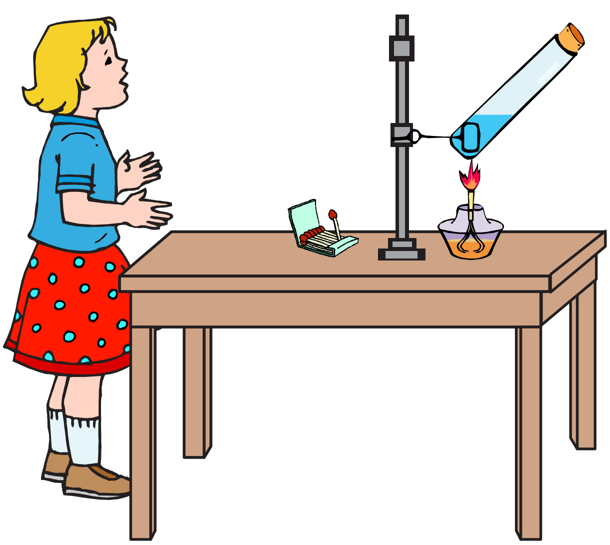


Fig. 1.34. El mechero comunica energía térmica al agua contenida en el tubo de ensayo y llega un momento en que parte de esa energía se tranforma en energía mecánica del tapón.

Nos hemos detenido en ejemplos del ámbito de los fenómenos mecánicos y térmicos que muestran cómo **un cambio siempre va acompañado de otro, u otros**. Resulta que esto no es exclusivo de tales fenómenos, sino una regularidad general del mundo físico. Así, por ejemplo, en la esfera de los fenómenos eléctricos tenemos que al generar una corriente eléctrica ésta puede dar lugar a cambios de muy diversa naturaleza: elevación de temperatura (como en una hornilla eléctrica), movimiento (por ejemplo, en un motor eléctrico), reacciones químicas (en la electrólisis), radiación (como la luminosa en una lámpara fluorescente). Y a la inversa, la elevación de temperatura, el movimiento mecánico, las reacciones químicas y la radiación pueden producir corriente eléctrica (por ejemplo, en los termopares, dinamos, pilas y paneles solares, respectivamente). Todos estos cambios tienen asociada una forma de energía: eléctrica, cinética, química, radiante.

Ya conoces cómo calcular las energías:

Cinética: $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

Potencial gravitatoria: $E_p = mgy$ o $E_p = -\frac{Gm_1 m_2}{r}$

Potencial elástica: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

Térmica: $E_T = cm\Delta T$

Pero también se conoce cómo calcular otros tipos de energía. Así, la **energía eléctrica** que se transforma durante el paso de corriente eléctrica por resistores, motores, electrólitos, lámparas y otros dispositivos eléctricos, se determina mediante la ecuación:

$$\boxed{E_e = VIt}$$

Donde V es el voltaje, I la intensidad de corriente y t el tiempo de funcionamiento del dispositivo.

Un caso de especial interés es el de la **energía propia** o intrínseca de un cuerpo. Ésta se calcula mediante la famosa ecuación:

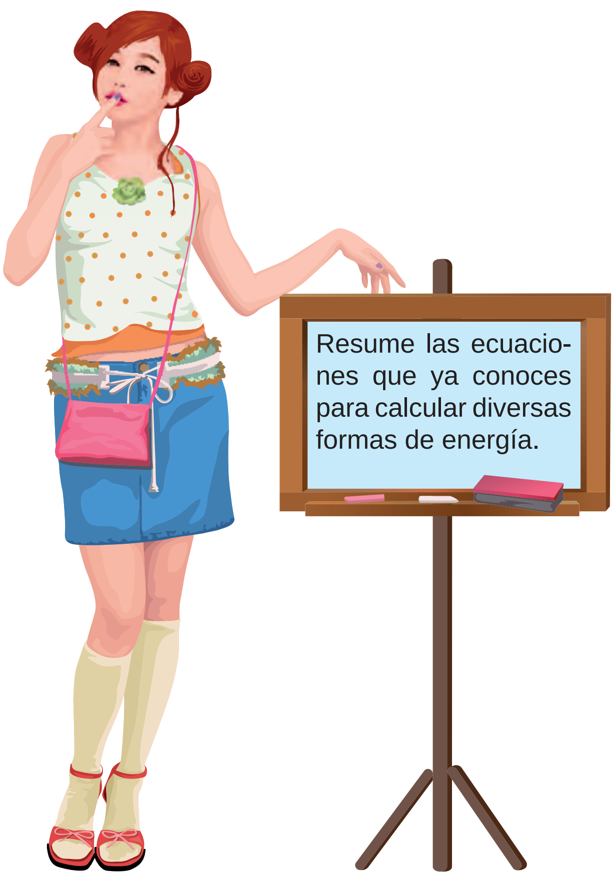
$$\boxed{E_o = mc^2}$$

Obtenida por A. Einstein a principios del siglo XX. En ella, E_o es **la energía interna total del cuerpo**, m su masa y c el valor de la velocidad de la luz en el vacío. La energía interna total de un cuerpo incluye desde la interna de los núcleos de los átomos que lo forman, hasta la cinética asociada al movimiento de sus átomos y moléculas y la potencial debida a la interacción entre éstos.

En las ecuaciones utilizadas para calcular diversas formas de energía profundizarás en cursos posteriores de Física.

Como conclusión de lo analizado anteriormente podemos decir, que el hecho de que un cambio sea imposible sin otro, u otros, constituye una regularidad general del mundo físico. Por otra parte, la ciencia ha encontrado cómo cuantificar la magnitud de diversos cambios, lo cual realiza por medio de las ecuaciones correspondientes a diferentes formas de energía. Y, lo más importante, ha llegado al convencimiento de que siempre que alguna forma de energía disminuya o aumente, otras de sus formas aumentan o disminuyen, de tal modo que, en total, las variaciones quedan compensadas. En otras palabras, la ciencia tiene la certeza de que la energía cambia de forma, pero que en total se conserva. Estas ideas han sido resumidas en la **ley de conservación de la energía**:

La energía total de un sistema se conserva si el sistema está aislado.



Debemos subrayar que la energía total de un sistema se compone de la suma de diversas formas de energía. En general pueden distinguirse tres términos básicos en esa suma: energía cinética de las partes del sistema (E_C), energía potencial debida a la interacción entre dichas partes (E_P) y energía interna de cada uno de los componentes del sistema (E_i). De modo que la ecuación de conservación de la energía total de un sistema puede escribirse:

$$E_C + E_P + E_i = \text{constante}.$$

Examinemos a continuación varios ejemplos que ilustran las ideas anteriores.

Ejemplo 1.14. Intepreta la ecuación $E_c + E_p + E_i$ = const., en el caso del bloque que desliza sobre la tira de papel representado en la figura 1.32.

La energía total de este sistema consta solo de dos de los tres términos de la ecuación, el de la energía interna de los componentes del sistema y el de la energía cinética de ellos (en este caso únicamente la del bloque), no hay energía potencial debida a la interacción entre los componentes del sistema. Por consiguiente, la energía total es: $E = E_c + E_i$.

La energía total E de este sistema varía, porque no se cumple la condición para su conservación: si bien el sistema puede considerarse aislado respecto a fuerzas, no así respecto a intercambio de energía mediante calor. Mientras el bloque desliza, su energía cinética se transforma en energía interna de ambos cuerpos, pero ésta puede ser transmitida al exterior. La disminución de la energía total del sistema está dada por la energía transferida al exterior mediante calor: $\Delta E = Q$, que es igual a lo que disminuye la energía cinética del bloque.

Ejemplo 1.15. Se tiene aire encerrado en un cilindro con un émbolo. ¿Qué sucede con la energía total del aire, si el émbolo se desplaza comprimiéndolo bruscamente?

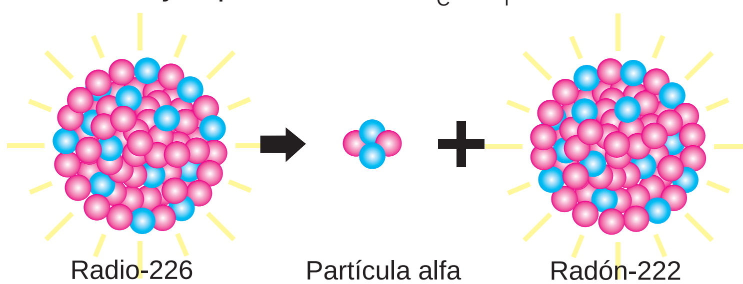
El aire en el cilindro es un sistema de gran número de moléculas. La energía potencial debida a la interacción entre ellas puede despreciarse, de ahí que la energía total del sistema es $E = E_C + E_i$, donde E_i representa la suma de la energía interna correspondiente a cada una de las moléculas. El aire no está aislado, ni respecto a fuerzas externas ni respecto a calor. Puesto que al comprimirlo se realiza cierto trabajo W_F sobre él, su energía total E debe aumentar en esa cantidad: $\Delta E = W_F$.

En este punto es necesario tener en cuenta lo siguiente: Al comunicar energía a un cuerpo mediante trabajo, comúnmente no varía la energía del interior de sus moléculas E_i, para ello por lo general se precisa emplear calentamiento o radiación. Por eso es de suponer que el aumento de la energía total del aire se traduzca en un aumento solo la energía cinética de sus moléculas E_C. Ello significa que su temperatura ha de elevarse, lo cual en efecto puede apreciase al realizar la experiencia. Por otra parte, ya que el sistema no está aislado respecto a calor, al elevar su temperatura comienza a transferir energía interna al exterior, hasta que la temperatura se iguala a la del ambiente, es decir, a la que tenía inicialmente. La disminución de la energía total es igual a la cantidad de energía Q transferida mediante calor: $\Delta E = -Q$.

Ejemplo 1.16. El radio 226 se desintegra espontáneamente en radón 222 y una partícula alfa. Durante la desintegración, la masa del sistema disminuye en 8.52 x 10^{-30} kg. a) ¿Cuál es la energía cinética total del radón y la partícula alfa? b) Estima la velocidad de la partícula alfa, su masa es 4 u, que equivale a 6.65 x 10^{-27} kg.

Como la desintegración ocurre espontáneamente, sin necesidad de interacción con el exterior, podemos considerar al sistema aislado. Por consiguiente, su energía total se conserva.

a) Puesto que el radio está en reposo, la energía total del sistema antes de la desintegración es simplemente la interna del radio, E_{io}. Después de la desintegración es igual a la suma de las energías cinéticas e internas del radón y la partícula alfa: $E_C + E_i$. La conservación de la energía total implica que:



$$E_{io} = E_C + E_i$$

De aquí que:

$$E_C = E_{io} - E_i = -(E_i - E_{io}) = -\Delta E_i$$

En otras palabras, la energía cinética total del radón y la partícula alfa es igual a la disminución de la energía interna del sistema.

Según la ecuación de Einstein, una disminución Δm de masa implica una disminución de energía interna $\Delta E_i = \Delta mc^2$. Por tanto, la disminución de la energía interna del sistema es:

$$\Delta E_i = \left(8.52\times10^{-30}\ \text{kg}\right)\left(3.00\times10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 7.67\times10^{-13}\ \text{J}$$

La energía cinética total del radón y la partícula alfa es E_C = 7.67 x 10^{-13} J

b) La masa de la partícula alfa representa la fracción 4 u /222 u = 0.018 de la masa del radón, es decir, solo el 1.8% de ella. Por tanto, el radón ha de adquirir una velocidad muy pequeña comparada con la de la partícula alfa y prácticamente toda la energía cinética debe corresponder a ésta. En otras palabras $E_{c\ (alfa)} \approx 7.7$ x 10^{-13} J.

De aquí que $\frac{1}{2}mv^2 \approx$ 7.7 x 10^{-13} J, siendo v la velocidad de la partícula alfa y m su masa. Por consiguiente:

$$v \approx \sqrt{\frac{2E_{c(alfa)}}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(7.7\times10^{-13}\ \text{J}\right)}{6.65\times10^{-27}\ \text{kg}}} = 1.5\times10^{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En la próxima unidad profundizaremos en la solución de este problema.

1.2. Obtención y utilización de la energía.

Hemos examinado el concepto de energía y sus formas principales, las vías mediante las cuales se transmite y transforma, y la ley de conservación de la energía. Esta última nos permitió resolver problemas que de otro modo sería muy difícil, o incluso imposible, enfrentar.

Pero como dijimos al comenzar la unidad, el tema de la energía posee en la actualidad un interés no solo científico, sino también social y para el medio ambiente. En particular, se prevé para un futuro próximo el agotamiento de los recursos energéticos que más utilizamos hoy en día, lo que ya está generando numerosos problemas a la humanidad; al propio tiempo, el empleo desmedido y sin el debido cuidado de dichos recursos, es una de las causas principales del deterioro del medio ambiente y de los cambios climáticos que estamos apreciando desde hace algunos años. En los apartados que siguen examinaremos estas cuestiones, en particular, responderemos las últimas tres preguntas planteadas al iniciar la unidad:

Explica con tus palabras el significado de los términos energía útil y energía disipada. Auxíliate de un diccionario para esclarecer el significado de los adjetivos “útil” y “disipada”.

¿De qué modo se obtiene la energía que diariamente empleamos? ¿Cómo ahorrarla? ¿Qué problemas ha traído a la humanidad la creciente e incontrolada demanda de energía y cuáles podrían ser algunas medidas para enfrentarlos?

1.2.1. Obtención de energía útil.

Una parte de la energía que utilizamos diariamente es obtenida directamente mediante **combustión**. Así, para calentar el agua con que nos bañamos y preparar los alimentos, con frecuencia se emplea simplemente la llama producida en la combustión de gas. Cabe notar que no toda la energía puesta en juego durante la combustión se traduce en **energía útil**, cierta cantidad inevitablemente se pierde en elevar la temperatura de recipientes, tuberías y, sobre todo, del aire circundante. Aquella parte de la energía que produce otros cambios diferentes a los que nos hemos propuesto se denomina **energía disipada**.

Indaga acerca del funcionamiento de las turbinas de vapor y de los motores de combustión interna, así como la época en que se inventaron.

Muchas veces la energía que requerimos no es térmica, sino cinética, o sea de movimiento. Tal es el caso de los medios de transporte habituales (vehículos terrestres, aviones, barcos) y de las turbinas de las centrales termoeléctricas. En estos casos primeramente suele obtenerse energía térmica a partir de la combustión de petróleo, gas o carbón y a continuación una parte de ella es transformada en energía cinética.

En la figura 1.34 ya describimos una sencilla experiencia que muestra cómo transformar energía térmica en energía de movimiento, esa experiencia resume el principio físico del funcionamiento de cualquier central termoeléctrica. Parte de la energía térmica originada en la combustión se transmite al agua y luego, cuando ésta hierve, se invierte en hacerla cambiar de estado, en vaporizarla. Finalmente se alcanza el objetivo deseado: una porción de la energía térmica obtenida durante la combustión es transformada en energía cinética. En una central termoeléctrica el agua es calentada en la caldera, en la cual se produce el vapor que hace girar la turbina, cuyo eje está acoplado al del generador de electricidad.

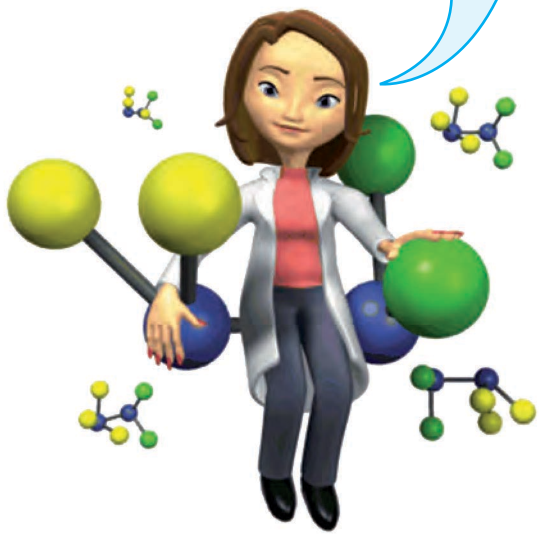
¿Y de dónde procede la energía que se origina durante la combustión?

Las moléculas de los combustibles comunes reaccionan con las del oxígeno del aire. Un ejemplo muy simple de esto es la reacción de combustión del carbono puro: $C + O_2 = CO_2$. Cuando los átomos de las sustancias iniciales se reagrupan, formando la molécula de dióxido de carbono, disminuye la **energía potencial** de ellos.

Argumenta detalladamente por qué puede afirmarse que en el experimento de la figura 1.34 la energía útil que se obtiene es mucho menor que la energía producida en la combustión.

Esta energía potencial "desaparecida", aparece en otras formas, como energía de movimiento de las moléculas, o sea térmica, y radiación. Por cada gramo de Carbono que reacciona se invierten 2.7 g de Oxígeno, y son transformados de energía potencial interna en energía térmica y de radiación alrededor de 400 millones de joule.

Describe con ayuda de un dibujo esquemático, en el cual representes las moléculas y átomos por pequeños círculos, la reacción de combustión del carbono con el oxígeno. ¿Cómo podrías explicar cualitativamente la disminución de energía potencial de los átomos?



De este modo, el principio general de funcionamiento de toda **máquina térmica** (máquinas de vapor, turbinas de vapor, motores de combustión interna) es la transformación mediante combustión, de energía potencial interna en energía térmica y de parte de ésta en energía cinética.

1.2.2. Eficiencia energética.

Un concepto de suma importancia en los procesos de obtención de energía útil y, en particular, en el funcionamiento de las máquinas térmicas, es el de **eficiencia energética**.

El concepto de **eficiencia energética** (η) caracteriza la fracción que representa la **energía útil** ($E_{útil}$) obtenida en determinado proceso ("salida" del sistema) respecto a la **energía inicial** ($E_{entrada}$) puesta en juego para ello ("entrada" al sistema). Mientras mayor sea dicha fracción y menor la de la energía disipada, mayor es la eficiencia del proceso. La ecuación para calcular la eficiencia energética de un sistema es:

$$\eta = \frac{E_{útil}}{E_{entrada}}$$

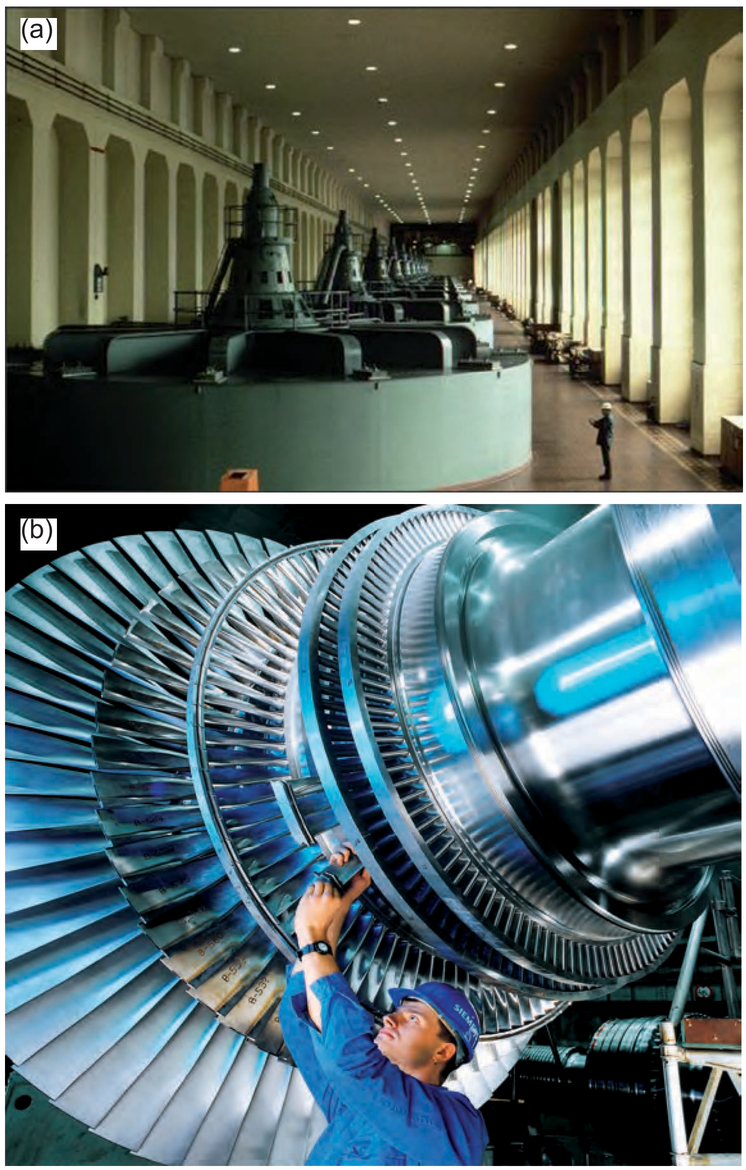
En la tabla siguiente se relacionan los valores aproximados de eficiencia energética de algunos sistemas de interés. Como puedes apreciar de la tabla, las turbinas hidroeléctricas (Fig. 1.37) son mucho más eficientes que las de vapor (Fig. 1.38).

Sintetiza en un esquema las transformaciones de energía que tienen lugar al obtener energía cinética mediante combustión.

Tabla 1.1. Estimados de eficiencia energética de algunos sistemas de interés

Sistema	Eficiencia energética (%)
Primera máquina de vapor	0.2
Máquina de vapor de finales del s. XIX	17
Motor de combustión interna de gasolina	25
Motor de combustión interna diésel	35
Turbinas de vapor	35-55
Turbina hidroeléctrica	90
Bicicleta	95

Fig. 1.37. (a) Turbinas de una central hidroeléctrica. (b) Rotor de una turbina de vapor producida por Siemens, Alemania.



Cuando un automóvil viaja a velocidad constante su energía cinética no aumenta. ¿En qué se invierte entonces la energía interna que continuamente se transforma durante la combustión en el motor?

1.2.3. Potencia.

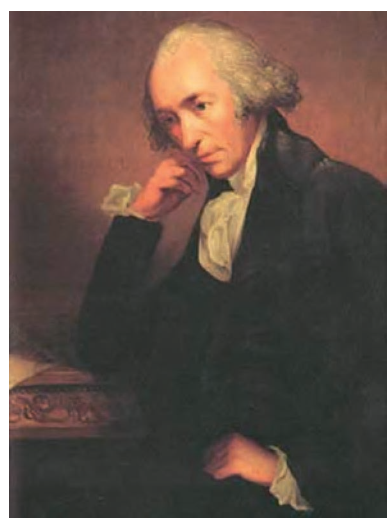
Los procesos de obtención de energía útil se diferencian no solo por su mayor o menor eficiencia, sino también **por la rapidez con que tienen lugar**. Por ejemplo, en igual intervalo de tiempo un motor puede subir hasta cierta altura mayor cantidad de agua que otro; un automóvil cuyo acelerador se presiona más, aumenta su velocidad más rápidamente; una hornilla de gas puede calentar el agua de una olla en menor tiempo que otra; etc. En unos casos la energía se transforma o transmite con mayor rapidez que en otros. El concepto que da cuenta de ello es el de **potencia**.

Potencia es la magnitud que caracteriza la rapidez con que se transforma o transmite energía.

Para calcular la potencia se halla la razón entre la energía ΔE transformada o transmitida en determinado intervalo de tiempo Δt y dicho intervalo:

$$\boxed{P = \frac{\Delta E}{\Delta t}}$$

La unidad de potencia, 1 joule / 1 segundo (J/s), se denomina **watt** y se designa con la letra *W*, en honor a James Watt (1736-1819), ingeniero escocés, quien introdujo numerosas mejoras a la máquina de vapor, dirigidas a elevar su eficiencia y potencia.

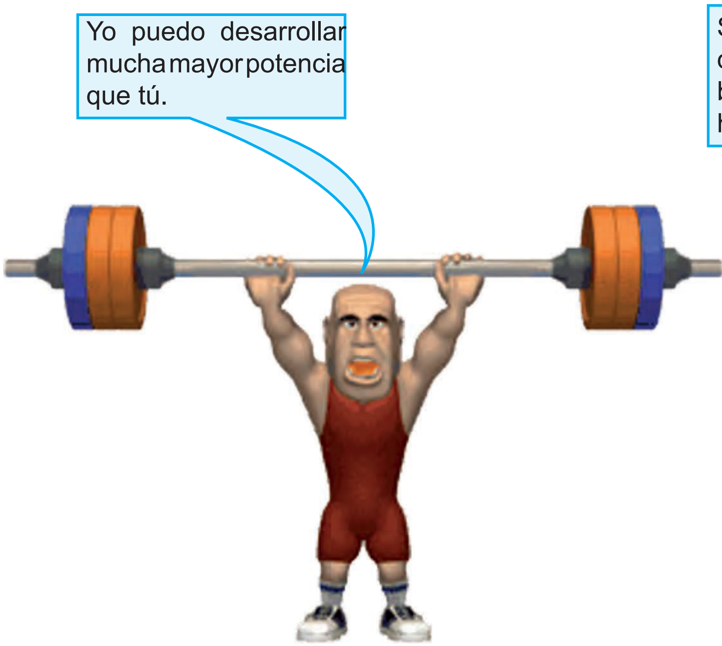


James Watt (1736-1819). Aportó grandes mejoras a la máquina de vapor, e hizo posible su uso práctico en la industria.

En la documentación técnica de muchos equipos, en particular eléctricos, se informa la potencia de ellos. A continuación se da una tabla con los estimados de algunos sistemas (tabla 1.2).

Tabla 1.2. Estimados de potencia de algunos sistemas.

Sistema	Potencia media aproximada (W)
Corazón humano a ritmo normal	3
Lámpara fluorescente ahorradora	20
Ventilador eléctrico común	80
Persona corriendo moderadamente	4×10^2
Corredor de 100 metros planos	1×10^3
Plancha eléctrica	1×10^3
Pesista durante un levantamiento	5×10^3
Motor de automóvil	1×10^5
Cohete cósmico	1×10^7
Mayores centrales termoeléctricas	$1.\ 3 \times 10^9$



Ejemplo 1.17. En la modalidad de arranque, un levantador de pesas elevó 210 kg desde el suelo hasta una altura de 1.3 m en aproximadamente 0.5 s. a) ¿Qué potencia media desarrolló al hacer esto? b) ¿Será igual la energía puesta en juego por el pesista que la transmitida a las pesas?

a) Las pesas elevaron su energía potencial gravitatoria a cuenta de la energía transmitida por el levantador. Esta energía es:

$$\Delta E_{Pg} = mgy = (210\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1.3\text{ m}) = 2.7\times10^3\text{ J}$$

Por consiguiente, la potencia media fue:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{2.7\times10^3\text{ J}}{0.5\text{ s}} = 5\times10^3\text{ W}$$

b) En realidad, la eficiencia del cuerpo humano a la hora de transformar energía interna en mecánica es de solo 25%, o menor. Por consiguiente, la energía puesta en juego durante el levantamiento es cuatro veces mayor, o más, que la transmitida a las pesas. La potencia calculada en el apartado (a) representa la rapidez con que se transformó energía interna en energía útil, pero otra parte importante de la energía puesta en juego es disipada.

Observa que la potencia calculada es considerable, equivale a la de cinco planchas eléctricas, y la correspondiente a la energía interna total puesta en juego es todavía mayor. El ser humano sólo puede desarrollar tales potencias durante intervalos de tiempo muy cortos.

Ejemplo 1.18. Un hombre común utiliza diariamente alrededor de 3.0 x 10^3 kcal para mantener el funcionamiento de su organismo y realizar diversas actividades. Calcula su potencia media.

Primeramente expresemos 3.0 x 10^3 kcal en joule.

1 cal equivale aproximadamente a 4.2 J. De ahí que 1 kcal equivale a 4.2 x 10^3 J. Por consiguiente, 3.0 x 10^3 kcal representan 12.6 x 10^6 J.

Esta energía es utilizada durante un intervalo de tiempo Δt = 24 h, que expresado en segundos representa: 24 h x 3 600 s/h = 86400 s

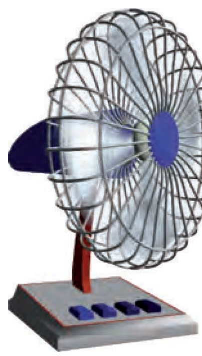
La potencia media de un hombre común es, pues:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{12.6\times10^6\text{ J}}{86400\text{ s}} = 1.5\times10^2\text{ W}$$

El resultado no puede ser expresado con mayor número de cifras significativas, ya que los datos utilizados poseen solo dos. Sin embargo, los resultados intermedios deben calcularse con más de dos cifras significativas, a fin de no perder información contenida en los datos.

Puedes comprobar que el valor de potencia obtenido equivale a la de 7-8 lámparas “ahorradoras”, cada una de unos 20 W.

Ejemplo 1.19. Los datos técnicos de cierto ventilador eléctrico indican que su potencia es 60 W. ¿Qué cantidad de energía eléctrica transforma en una hora? No toda esa energía es útil. Da algunas razones para ello.



La potencia es: $P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$

Por consiguiente, la energía transformada puede ser calculada como sigue:

$$\Delta E = P\Delta t = (60\ \text{W})\left(1\ \text{h} \times \frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}}\right) = 216 \times 10^3\ \text{J}$$

ó

$$\Delta E = 216\ \text{kJ}$$

Cabe señalar que frecuentemente la energía consumida por los equipos, especialmente por los eléctricos, se expresa en otra unidad con la que resulta más cómodo trabajar. Por ejemplo, se dice que la energía consumida por el ventilador en una hora es, simplemente, 60 W.h. Y si el ventilador hubiese trabajado durante 2 h, entonces sería:

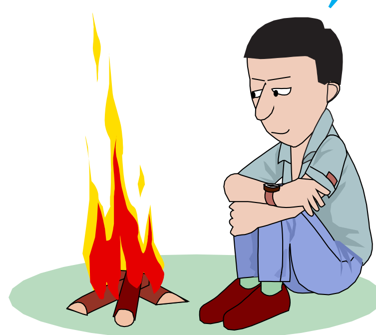
2h x 60 W = 120 W.h

No toda esa energía resulta útil, una parte se gasta, inevitablemente, en calentar los cables del enrollado del motor mientras pasa la corriente eléctrica, en trabajo de la fuerza de fricción en el eje, etc.

1.2.4. “Ahorro” de energía y preservación del medio.

Como sabes, los seres humanos utilizaron la combustión, principalmente de leña, desde tiempos remotos. Pero hasta mediados del siglo XIX el consumo mundial de combustibles era muy pequeño comparado con el actual, por una parte, debido a la menor población del planeta y, por otra, a que más del 95% de la energía necesaria para las labores productivas y el transporte todavía era obtenida directamente de los animales y de los propios hombres. Sin embargo, solo un siglo después, alrededor de 1960, la situación de la energía empleada en las labores productivas y el transporte se había literalmente invertido: más del 95% de ella provenía de los combustibles, fundamentalmente **combustibles fósiles** (petróleo, carbón, gas natural). Y si bien en los últimos años se ha ampliado la utilización de **fuentes alternativas**, como la nuclear, la hidráulica, la eólica, la solar y los biocombustibles, los combustibles fósiles continúan aportando la mayor parte de la energía total que se genera en el planeta, cerca del 80% de ella (Fig. 1.38).

Si la energía se transforma y transmite de unos sistemas a otros, pero en general se conserva, ¿qué significado tienen entonces expresiones como “producción de energía” y “consumo de energía”?



Indaga acerca de la formación de los denominados combustibles fósiles. ¿Por qué este recurso energético no es renovable?

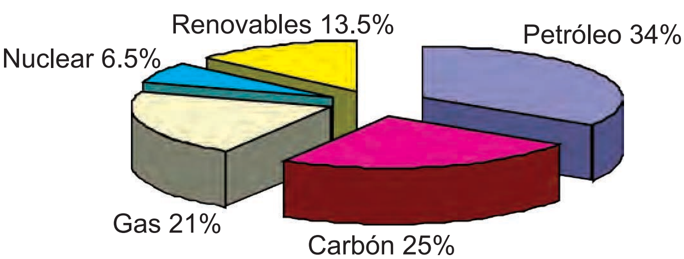


Fig. 1.38 Distribución aproximada de las fuentes de energía en el 2004.

Investiga en qué época comenzaron a utilizarse ampliamente los diferentes combustibles fósiles.

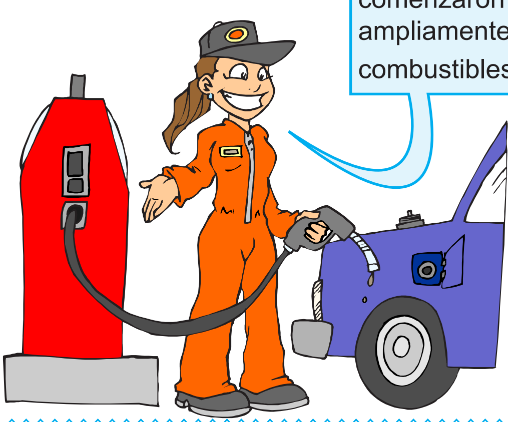


Fig. 1.39 En esta fotocomposición de imágenes satelitales se refleja claramente la enorme diferencia entre países en el consumo de energía eléctrica.

Fig. 1.40 Algunas personas despilfarran la energía.

Durante los últimos cien años la población del planeta ha crecido casi 7 veces, hecho que como es lógico conlleva un aumento del consumo de energía. Sin embargo, dicho consumo ha aumentado mucho más que la población, unas 80 veces. Ello se debe, en parte, al continuo desarrollo de nuevas necesidades humanas, cuya satisfacción demanda cada vez mayores cantidades de energía; pero también al hiperconsumo característico de algunas sociedades (Fig. 1.39) y al despilfarro de energía de muchas personas, tanto en actividades productivas y de servicios como en las domésticas (Fig. 1.40). Así, la mayor parte de la energía generada en el planeta, alrededor del 80%, es consumida por solo una minoría de sus habitantes, aproximadamente el 20%, minoría que se concentra en los países altamente industrializados. En cuanto al despilfarro, hay que señalar que estimaciones conservadoras revelan que elevando la eficiencia durante la obtención, transmisión y consumo de energía, podría ahorrarse hasta el 40% de los recursos energéticos, sin que esto perjudicara el desenvolvimiento de la vida humana.

De mantenerse el actual ritmo de utilización de los combustibles fósiles, sus reservas, en particular las de petróleo, quedarán agotadas en un futuro próximo. La conciencia de esta realidad está originando una serie de graves problemas, entre ellos: la progresiva elevación de los precios del petróleo; confrontaciones, incluidas guerras, por la posesión de reservas petrolíferas; empleo de recursos alimentarios tradicionales como fuentes de energía, en detrimento de la base alimenticia de algunos pueblos.

Detalla los factores que han conducido a la creciente explotación de los combustibles fósiles y cómo este crecimiento podría atenuarse.

Por tanto, la necesidad de "ahorrar energía" responde, ante todo, a la urgencia de **economizar la principal fuente de energía útil hoy en día**: **los combustibles fósiles**. En otras palabras, significa ahorrar este recurso energético no renovable.

Propón algunas medidas que contribuyan a "ahorrar" energía en la casa y la escuela.

Pero además del interés que tiene disminuir el uso de los combustibles fósiles debido a su encarecimiento y próximo agotamiento, existe aún otra importantísima razón para ello: la **necesidad de preservar el medio**. Algunos afirman que de mantenerse el ritmo en la utilización de los combustibles fósiles, incluso antes de que comience el declive forzoso de

Investiga acerca de los factores que pudieran conducir a "ahorrar" energía. Considera las fases de producción, transmisión y utilización.

dicho ritmo a causa del agotamiento, ya el daño ocasionado al medio podría ser irreversible.

Yo pensaba que el "problema de la energía" consistía en el encarecimiento y agotamiento del petróleo. Pero ahora veo que también está el asunto de la contaminación, que pudiera ser incluso más alarmante.

Dos graves problemas asociados a la creciente utilización de los combustibles aparecieron en el pasado siglo: el aumento de la concentración de dióxido de carbono (CO_2) en la atmósfera y la formación de lluvias ácidas (Fig. 1.41).

Fig. 1.41. Algunas termoeléctricas y vehículos emiten a la atmósfera dióxido de carbono y óxidos de azufre y nitrógeno que contaminan el medio ambiente.

Como conoces, durante la combustión de carbón, petróleo y sus derivados, y gas natural, se genera dióxido de carbono. En el pasado siglo la concentración de este gas en la atmósfera se incrementó alrededor de 1.3 veces, intensificando el denominado **efecto invernadero**, con el consiguiente aumento de la temperatura media del planeta. Durante las últimas décadas dicha temperatura se ha elevado como promedio 0.2 ºC cada diez años. Se estima que de elevarse 2 - 3 ºC por encima del valor actual, podría originar un **cambio climático** de catastróficas consecuencias para la humanidad. Recientes estudios indican cómo el calentamiento global del planeta está mostrando ya sus efectos sobre la naturaleza.

Esclarece en qué consiste el fenómeno denominado “efecto invernadero”.

Conjuntamente con el dióxido de carbono, las termoeléctricas y vehículos de motor habituales emiten a la atmósfera dióxido de azufre y óxidos de nitrógeno (fig. 1.41), los cuales dan lugar a ácido sulfúrico y ácido nítrico. Estas sustancias son luego arrastradas por las lluvias, originando las llamadas **lluvias ácidas**, las que en algunas regiones del planeta han alcanzado una acidez incluso similar a la del vinagre.

Investiga acerca del “Cambio Climático”, en particular, sus causas, los desastrosos efectos que puede provocar y los acuerdos que se toman para frenarlo.

Tanto el problema del agotamiento de los combustibles fósiles como el de la contaminación debida a su utilización, pueden ser enfrentados mediante el empleo de **fuentes alternativas de energía**, que sean **renovables** y **no contaminantes o “limpias”**.

En este caso el término **renovable** se utiliza en un sentido amplio, significa, o que el recurso es realmente renovable, como la biomasa, o que resulta prácticamente inagotable, como la radiación solar. En contraposición con esta noción está la de **fuente no renovable**, que es aquella cuyo ritmo de utilización es muy superior al de formación del propio recurso y que por tanto terminará agotándose, como es el caso de los combustibles fósiles.

Entre las **fuentes renovables** de energía están: la **solar**, ya sea al emplear directamente la radiación para el calentamiento de agua, o para la generación de electricidad mediante paneles fotovoltaicos; la **hidráulica**, que se vale de la energía potencial y cinética del agua; la **eólica**, que utiliza la energía cinética del viento; la **geotérmica**, procedente de la energía térmica del interior de la corteza terrestre y que se manifiesta en forma de agua o vapor calientes; la **maremotriz**, que aprovecha mareas, olas y corrientes marinas; los **combustibles renovables** (biomasa, biogás, biocombustibles líquidos) y la **basura biodegradable**, de procedencia doméstica o comercial, incinerada en instalaciones concebidas para el calentamiento o la generación de electricidad.

¿A qué fuentes alternativas pudieran corresponder estas imágenes fotográficas? Explica con tus propias palabras el significado de los términos: fuentes alternativas de energía, fuentes renovables y fuentes no renovables.

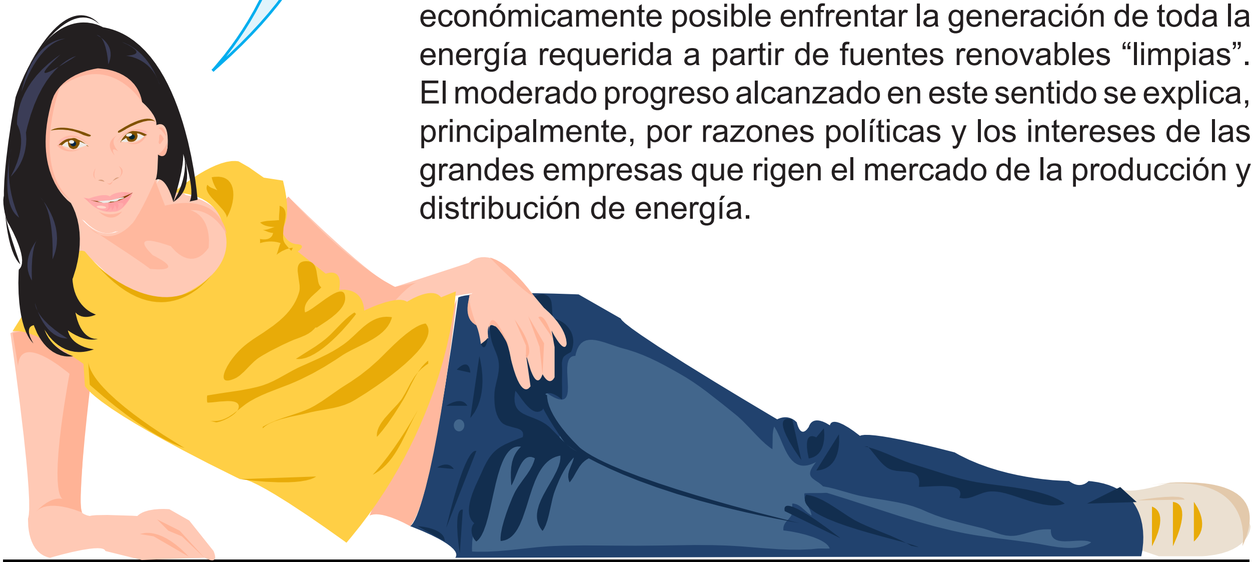
El origen último de las fuentes de energía renovables mencionadas anteriormente, exceptuando la geotérmica y las mareas, es la radiación solar. Como icono de dichas fuentes se ha elegido el girasol, con cuya foto iniciamos este capítulo. Ello se debe a que el girasol aprovecha al máximo la radiación solar, es utilizado para producir biocombustible y tiene parecido con el Sol.

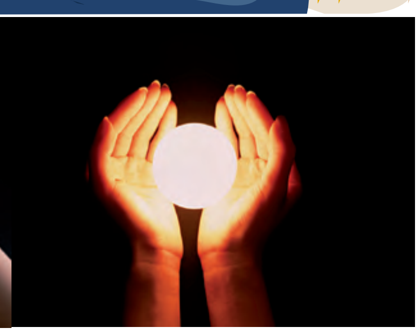
Las fuentes de energía renovable se destinan fundamentalmente a la generación de electricidad, pero hasta ahora todas ellas en conjunto aportan tan solo el **20% de la energía eléctrica** que se genera en el planeta. Ello significa el **13.5 % de la energía total** (además de la eléctrica, la dedicada a climatización de locales, transporte, etc.). El mayor peso en esta contribución de las fuentes renovables a la energía total lo tienen los combustibles renovables y la basura biodegradable, que en conjunto suministran cerca del 11%; a la energía hidráulica corresponde alrededor del 2% y el 0.5% restante es aportado, en orden descendente de peso relativo, por las energías geotérmica, eólica, solar y mareomotriz.

Cabe señalar que aunque las diversas fuentes renovables constituyen alternativas a los combustibles fósiles, no todas son **no contaminantes** o **“limpias”**. Las estrictamente “renovables”, en el sentido de que efectivamente se regeneran (combustibles renovables y basura biodegradable), son en realidad contaminantes. Ya se utilicen directamente o en forma de derivados (bioetanol, biodiésel, biogás), al igual que los combustibles fósiles emiten dióxido de carbono durante la combustión. A veces además arrojan a la atmósfera hollines y otras partículas sólidas contaminantes. Las mayores perspectivas parecen estar en la fuentes de energía, solar, eólica e hidráulica, las cuales solo participan en la contaminación durante el proceso de producción de los dispositivos requeridos para las instalaciones, por lo que se catalogan de “limpias”.

¡Así que los términos “fuente alternativa” y “fuente renovable” no necesariamente implican que se trate de fuentes no contaminantes!

En la actualidad se considera técnicamente viable y económicamente posible enfrentar la generación de toda la energía requerida a partir de fuentes renovables “limpias”. El moderado progreso alcanzado en este sentido se explica, principalmente, por razones políticas y los intereses de las grandes empresas que rigen el mercado de la producción y distribución de energía.





1.3. Actividades de sistematización y consolidación.

Escribe cada palabra en Wikipedia o en Encarta y da un vistazo a lo que encuentres.

1.3.1. Sopa de letras.

O	I	R	B	I	L	I	U	Q	E	G	Í	Ú	C	I	C	I	Á
R	G	L	E	N	E	R	G	Í	A	C	É	C	A	A	Á	A	E
B	B	I	O	M	A	S	A	U	S	W	O	B	L	L	C	C	L
G	I	Ü	K	G	B	B	Ñ	Á	M	N	Ü	O	E	O	O	I	B
K	G	O	M	Q	O	C	G	E	T	C	R	I	N	P	I	T	I
Í	Q	S	C	E	N	O	V	A	F	Í	P	F	T	Q	B	É	T
É	S	É	Á	O	I	Ó	M	C	A	I	I	Q	A	Ó	M	N	S
D	C	H	É	B	M	I	I	A	Ó	G	C	V	M	X	A	I	U
J	J	O	Ó	J	N	B	I	C	U	Ñ	I	I	I	Í	C	C	B
Á	W	D	M	A	M	S	U	R	A	T	J	A	E	U	É	H	M
C	M	Y	N	B	L	Í	A	S	A	P	T	Ñ	N	N	Ñ	V	O
Q	G	T	X	A	U	C	S	V	T	É	I	C	T	Ú	C	Ó	C
J	E	H	D	Í	I	S	R	G	R	I	D	S	O	P	Y	I	L
R	R	O	Í	Ó	T	E	T	B	M	H	B	Ú	I	O	X	Ü	A
K	Ü	X	N	E	S	S	Q	I	E	J	J	L	N	D	W	Ñ	P
H	O	Á	O	N	A	C	I	L	Ó	E	N	W	E	V	Ú	W	I
T	B	E	O	A	A	L	T	E	R	N	A	T	I	V	A	S	Ó
Ñ	S	C	P	K	V	É	Ó	E	L	Á	S	T	I	C	A	Ñ	É

Aislado
Alternativas
Biocombustible
Biogás
Biomasa
Calentamiento
Caloría
Cambio
Cinética
Combustible
Combustión
Configuración
Conservativa
Contaminante
Disipación
Eficiencia
Elástica
Energía
Eólica
Equilibrio

S	I	S	T	E	M	A	P	P	N	X	K	M	Ü	I	Z	P	O
A	C	I	M	R	É	T	O	E	G	Ó	C	U	W	Q	G	G	F
F	C	L	P	M	N	T	Y	O	P	K	I	K	Q	B	M	R	U
E	E	R	J	J	E	S	U	E	H	D	N	C	B	Á	Z	A	W
S	W	D	Ü	N	V	R	O	L	L	Ó	D	Ó	A	É	E	V	E
T	H	Z	C	I	V	R	K	N	I	I	Q	M	C	I	Í	I	O
A	R	I	S	Á	A	Ü	H	C	L	T	F	J	E	G	D	T	Q
B	A	G	Á	L	Z	Ú	C	V	I	E	L	U	O	J	M	A	T
L	W	Ó	O	Ú	I	A	C	I	L	U	Á	R	D	I	H	T	R
E	Á	S	W	Y	R	I	C	G	Z	É	V	B	R	S	Ú	O	P
Q	H	L	L	E	T	B	N	I	Q	Ú	A	E	E	E	O	R	O
Y	Ú	R	T	D	O	U	U	E	M	Í	Ü	É	N	L	J	I	T
R	X	N	S	Ú	M	B	C	F	S	R	H	C	O	I	A	A	E
D	I	A	Ú	W	O	R	L	É	D	T	É	V	V	S	B	Ó	N
H	C	Ó	A	Ó	E	S	E	O	Ñ	K	A	T	A	Ó	A	Z	C
M	U	T	Í	B	R	Q	A	X	Í	R	Í	B	B	F	R	H	I
Y	T	R	F	Y	A	É	R	C	T	L	P	V	L	B	T	Ü	A
O	Q	P	C	G	M	A	W	N	Á	U	T	I	E	E	Í	B	N

Estable
Fósiles
Geotérmica
Gravitatoria
Hidráulica
Inestable
Interacción
Joule
Ley
Mareomotriz
Nuclear
Potencia
Potencial
Radiación
Renovable
Sistema
Solar
Térmica
Trabajo
Watt

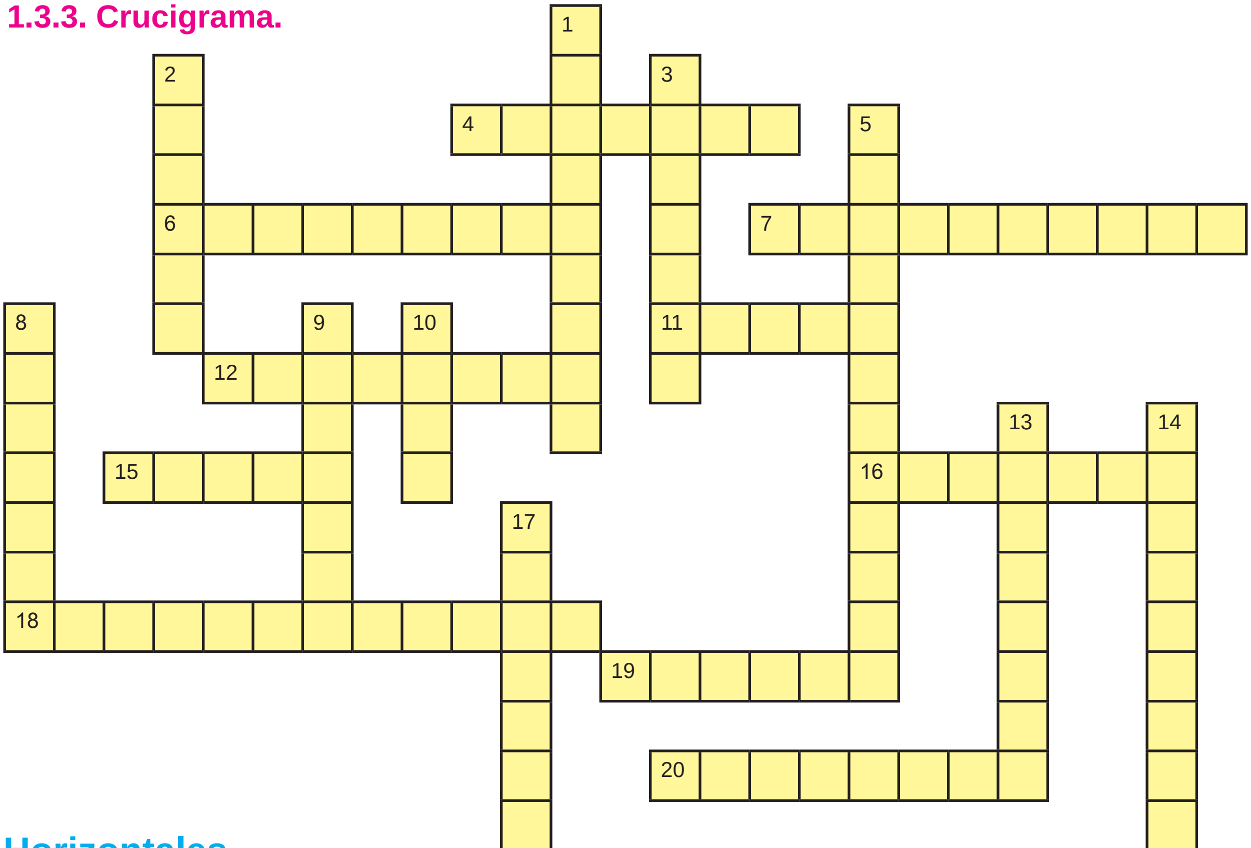
1.3.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Energía debida al movimiento de los cuerpos.
2. Forma de energía que depende de la interacción entre los cuerpos y de la posición relativa de ellos.
3. Energía total de los componentes de un cuerpo o sistema.
4. Energía asociada con la variación de temperatura de un cuerpo.
5. Expresa que en un sistema aislado la energía puede cambiar de forma, pero que en total se conserva.
6. Expresa que la suma de las energías cinética y potencial de un sistema de partículas permanece constante, si el sistema está aislado y las fuerzas entre las partículas son conservativas.
7. Establece que el trabajo de la fuerza neta ejercida sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética.
8. Se dice de una fuerza si el trabajo realizado por ella en una trayectoria cerrada cualquiera es nulo.
9. Es la suma de las energías cinética y potencial de un sistema de cuerpos.
10. Si una mínima desviación de un cuerpo de su posición de equilibrio provoca una fuerza que tiende a hacerlo regresar a ella.
11. Si una ligera desviación de un cuerpo de su posición de equilibrio provoca una fuerza que tiende a alejarlo aún más de ella.
12. Aquella parte de la energía obtenida en determinado proceso que se invierte en el efecto deseado.
13. Parte de la energía obtenida en determinado proceso que se gasta en efectos diferentes a los propuestos.
14. Fracción que representa la energía útil obtenida en determinado proceso respecto a la energía inicial puesta en juego.
15. Fenómeno que provoca el sobrecalentamiento de la Tierra.
16. Uno de los principales gases causantes del efecto invernadero.
17. Cambios en la atmósfera y mares de la Tierra debidos al sobrecalentamiento de ésta.
18. Fuente de energía que durante su empleo no contamina.
19. Fuente de energía que representa una opción diferente a la utilización de combustibles fósiles.
20. Fuente de energía que se regenera o que es prácticamente inagotable.

( ) Cambio climático
( ) Dióxido de carbono
( ) Efecto invernadero
( ) Eficiencia energética
( ) Energía cinética
( ) Energía disipada
( ) Energía interna
( ) Energía mecánica total
( ) Energía potencial
( ) Energía térmica
( ) Energía útil
( ) Equilibrio estable
( ) Equilibrio inestable
( ) Fuente alternativa de energía
( ) Fuente de energía “limpia”
( ) Fuente renovable de energía
( ) Fuerza conservativa
( ) Ley de conservación de la energía
( ) Ley de conservación de la energía mecánica
( ) Teorema del trabajo y la energía

1.3.3. Crucigrama.



Horizontales

4. Adjetivo utilizado para calificar a la energía total de las partículas que constituyen un cuerpo.
6. Proceso en el cual se transforma o transmite energía mediante ondas electromagnéticas o partículas subatómicas.
7. Se dice de las fuentes de energía que se regeneran o que son prácticamente inagotables.
11. Unidad de energía del Sistema Internacional de Unidades.
12. Adjetivo utilizado para calificar a la energía de un cuerpo debida a su movimiento.
15. Proceso en el cual se transmite energía en forma de movimiento de átomos o moléculas y que es debido a cierta diferencia de temperatura.
16. Adjetivo que define la condición para que la energía de un sistema se conserve.
18. Se dice de las fuentes de energía que constituyen una opción diferente a la de los combustible fósiles.
19. Adjetivo que caracteriza a la energía que se obtiene de los vientos.
20. Se dice de aquella parte de la energía puesta en juego que se gasta en efectos diferentes a los propuestos.

Verticales

1. Adjetivo utilizado para calificar a la energía que depende de la interacción entre los cuerpos y de la posición relativa de ellos.
2. Está dada por la pendiente, con signo opuesto, de la tangente a la curva de $E\mathrm{p}(x)$.
3. Proceso en el cual se transforma o transmite energía mediante la aplicación de fuerzas.
5. Se dice de una fuerza si el trabajo realizado por ella en una trayectoria cerrada cualquiera es nulo.
8. Unidad de energía comúnmente utilizada en la esfera de la alimentación.
9. Caracteriza cuantitativamente los cambios relativos a la naturaleza que ocurren, o que tienen posibilidad de ocurrir.
10. Se dice de aquella parte de la energía obtenida en determinado proceso que se invierte en el efecto deseado.
13. Energía potencial que se calcula mediante la ecuación $\frac{1}{2}kx^2$.
14. Rapidez con que se transforma o transmite energía.
17. Está dado por el área comprendida entre el gráfico de $F(x)$ y el eje de las X.

1.3.4. Actividades de repaso.

1. Comenzando con el concepto “energía”, confecciona un diagrama que conecte y ramifique los conceptos e ideas fundamentales relacionados con: sus diferentes formas, las vías mediante las cuales se transforma y transmite, su obtención y utilización.

2. Confecciona un diagrama que conecte y ramifique conceptos e ideas relativos a las fuentes de energía.

3. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo. ¿En cuáles de ellas sería de interés profundizar?

4. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos de: a) energía, b) trabajo, c) calor, d) radiación, e) energía cinética, f) energía potencial, g) energía interna, h) fuerza conservativa.

5. Enuncia e interpreta: a) el teorema del trabajo y la energía cinética, b) la ley de conservación de la energía mecánica, c) la ley de conservación de la energía.

6. Considera una molécula formada por dos átomos. a) Dibuja el gráfico aproximado de la energía potencial $E\text{p}(x)$ correspondiente a dicho sistema. b) Interpreta el significado de la pendiente a la curva para diferentes separaciones entre los átomos. c) ¿Qué sucede con los átomos en los casos que la energía mecánica total E del sistema sea: i) $E < 0$, ii) $E = 0$, iii) $E > 0$.

7. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos de: a) energía útil, b) energía disipada, c) eficiencia energética, d) potencia, e) fuente alternativa de energía, f) fuente renovable de energía.

8. Indaga sobre la época en que se elaboraron las principales ideas acerca de la energía y sobre los científicos que las desarrollaron.

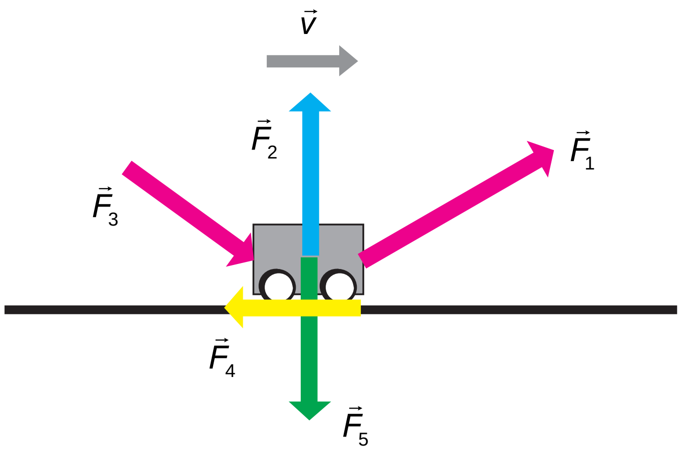
9. ¿Puede determinado cuerpo poseer energía cinética respecto a cierto cuerpo y no poseerla respecto a otros? Argumenta tu respuesta.

10. ¿Puede un conjunto de dos o más cuerpos que no interactúan entre sí poseer energía potencial? Argumenta tu respuesta.

11. Al golpear un trozo de plomo con un martillo su temperatura se eleva, poniendo de manifiesto que se ha aumentado su energía interna. Argumenta auxiliándote de un esquema del fenómeno descrito, por qué puede afirmarse que cada vez que se golpea el trozo de plomo se realiza trabajo.

12. Los ocupantes de una canoa reman en un río contra la corriente. Si bien logran no dejarse llevar por la corriente, no consiguen avanzar en contra de ella. ¿Realizan trabajo?

13. Analiza la figura e indica cómo es el trabajo realizado por cada una de las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo, positivo, negativo o nulo.



14. La fuerza de gravedad y la fuerza elástica de un resorte pueden realizar trabajo tanto positivo como negativo. ¿Ocurre lo mismo con la fuerza de rozamiento? Argumenta tu respuesta.

15. ¿Realiza trabajo un levantador de pesas sobre éstas, mientras las mantiene en alto? ¿Cómo se explica su agotamiento mientras las mantiene de ese modo?

16. ¿Varía la energía cinética de un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra? ¿Y la de uno que describe una órbita elíptica? Argumenta tus respuestas.

17. ¿Puede ser la energía cinética menor que cero en algún caso? ¿Y la energía potencial? Argumenta tus respuestas e ilústralas mediante ejemplos.

18. Un cohete es impulsado por una fuerza reactiva debida a la expulsión de gases a gran velocidad ¿Será conservativa o no esa fuerza reactiva?

19. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba. ¿Cuál será mayor, el tiempo de ascenso o el de descenso? Argumenta tu respuesta.

20. Explica desde el punto de vista de la energía, por qué en una pendiente el consumo de combustible de un camión es mayor durante la subida que durante la bajada.

21. En un cilindro se tiene cierta cantidad de aire fuertemente comprimido mediante un émbolo. ¿Qué sucederá con la energía total del aire si de pronto el émbolo se libera?

22. Sintetiza mediante un esquema la cadena de transformaciones de energía que tiene lugar en los siguientes casos: a) el ciclo del agua, b) la formación de vientos, c) la fotosíntesis de las plantas.

23. El chofer de un auto frena bruscamente al ver un peatón. ¿Cuál fue la variación de la energía cinética del auto? ¿Qué sucedió con la energía del auto al detenerse?

24 Indaga acerca del funcionamiento de la máquina de vapor, así como sobre la época en que se inventó y la repercusión histórica que tuvo.

25 Reflexiona acerca de las razones de que podamos desplazarnos significativamente más rápido en bicicleta que corriendo, si en ambos casos la energía cinética se obtiene a cuenta de nuestro organismo

26 Imagina la siguiente secuencia de transformaciones de energía: energía potencial gravitatoria del agua de una represa de una hidroeléctrica → energía cinética del agua que sale de la represa → energía de las turbinas de la hidroeléctrica → energía de la corriente eléctrica originada → energía de las aspas de un ventilador. ¿Será igual la energía cinética adquirida por las aspas del ventilador al ponerse en movimiento, que la energía potencial gravitatoria puesta en juego en la represa para obtenerla? ¿Qué sucede con la energía cuando las aspas se mueven con velocidad constante? Argumenta tus respuestas.

27. ¿Qué significa que la eficiencia energética de un motor de gasolina es del 25%? ¿A dónde va a parar la energía no utilizada?

28. Detalla las funciones del cuerpo humano y las actividades habituales que requieren energía. ¿De dónde procede dicha energía? Si la eficiencia del cuerpo humano a la hora de realizar labores mecánicas (levantar pesos, arrastrar cargas, correr, etc.) es tan solo de 25%, ¿a dónde va a parar el resto de la energía puesta en juego?

29. Averigua acerca del invento de la rueda. ¿Por qué su utilización ha permitido elevar enormemente la eficiencia energética de los medios de transporte terrestres?

30. Reflexiona acerca de las causas de que durante los pasados cien años el crecimiento del consumo mundial de energía haya sido mucho mayor que el de la población.

31. Indaga acerca de cómo ha variado el precio del petróleo en los últimos años y sugiere algunas razones de ello.

32. Investiga acerca de las consecuencias de las lluvias ácidas.

33. Una de las variantes más simples de calentador solar consiste en una caja, cuyo interior se recubre con negro de humo y en la que se coloca un serpentín hecho con un tubo de material transparente por el que circula agua. La caja se cierra con un vidrio a través del cual pasa la radiación solar. Describe las funciones principales de los diferentes elementos de esta variante de calentador.

34. El uso de biomasa (por ejemplo, bagazo, paja y cogollo de la caña; biogás obtenido de vertimientos y biodegradables) contribuye al ahorro de los combustibles fósiles, pero dicha fuente de energía no puede considerarse "limpia". Argumenta por qué.

1.3.5. Ejercicios de repaso.

1. Calcula el trabajo realizado al elevar 75 cm sobre el piso unas pesas de 90 kg.

   Respuesta: 6.6×10^2 J

2. Estima el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad cuando subes uniformemente por la escalera de un edificio del primero al segundo piso. Obtén por ti mismo los datos necesarios para resolver el problema.

3. Considera la grúa de la figura 1.10c. a) ¿Cuál es el trabajo realizado sobre la carga, si su masa es 2 540 kg y se eleva con movimiento uniforme a una altura de 8 m? b) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de gravedad sobre la carga?

   Respuesta: a) 2.0×10^5 J, b) -2.0×10^5 J).

4. Imagina un choque entre un automóvil de masa 1 540 kg y una pared de concreto. La energía cinética transformada constituye una medida de la destrucción producida. Calcula dicha energía en los casos que el automóvil choque a: a) 60 km/h, b) 120 km/h. ¿Qué conclusión puede extraerse de los resultados?

   Respuesta: a) 2.1×10^5 J, b) 8.6×10^5 J

5. Resuelve nuevamente el problema del ejemplo 1.9, pero esta vez utilizando la ley de conservación de la energía mecánica.

6. En un parque de diversiones se dejan caer por una vía de deslizamiento (tobogán), primero un niño y luego un adulto. El rozamiento puede despreciarse. ¿Cuál de ellos emplea menor tiempo en llegar al extremo inferior?

   Respuesta: Emplean el mismo tiempo.

7. Una piedra es lanzada tres veces con igual valor de velocidad, pero de tres modos diferentes: 1) verticalmente hacia arriba, 2) formando un ángulo de 60º con la horizontal y 3) formando un ángulo de 45º con la horizontal. En los tres casos la piedra sobrepasa una altura de 3 metros. La resistencia del aire puede despreciarse. ¿En qué caso la velocidad de la piedra será mayor al alcanzar los 3 m de altura?

Respuesta: En los tres casos tiene el mismo valor.

8. Sobre una mesa horizontal hay dos carritos, de masa 550 g cada uno, con un resorte entre ellos. Sobre los carritos se aplican fuerzas de 20 N, comprimiendo el resorte 2.0 cm. La masa del resorte y la resistencia del aire pueden despreciarse. a) ¿Qué energía cinética total adquieren los carritos al liberar el resorte? b) ¿Qué velocidad adquiere cada uno? c) Si uno de los carritos se sujeta con una mano, ¿qué energía cinética y velocidad adquiere el otro?

Respuesta: a) 0.20 J; b) 0.60 m/s; c) 0.20 J, 0.85 m/s.

9. Sobre una mesa se tiene un péndulo formado por un pequeño cuerpo que cuelga de un hilo. El cuerpo queda a 20 cm de la superficie de la mesa. El péndulo se desvía de su posición de equilibrio, elevando el cuerpo 15 cm y luego se suelta. Justamente en el instante que el cuerpo pasa por la posición de equilibrio, se desprende del hilo. ¿A qué distancia horizontal cae sobre la mesa?

Respuesta: 35 cm

10. Se monta un péndulo suspendiendo un cuerpecito de masa 100 g del extremo de un hilo de 20 cm de longitud. La máxima tensión que puede soportar el hilo es 1,5 N. ¿Resistirá, si se pretende hacer oscilar el péndulo de modo que el cuerpecito ascienda 10 cm por encima de su posición de equilibrio?

Respuesta: El hilo no resiste.

11. Por una vía de deslizamiento (tobogán) de 2.50 m de altura se deja caer en una piscina un niño de masa 30.0 kg. Si su velocidad al llegar al agua es 4.00 m/s, a) ¿cuál es la pérdida de energía mécanica? b) ¿A qué se deberá esa pérdida?

Respuesta: a) 495 J, b) a la fricción con la canal.

12. En 1994 un cometa de masa 4 x 10^{13} kg chocó con Júpiter a 60 km/s respecto a él. Considera que el cometa no alteró la velocidad de Júpiter. a) ¿Qué cantidad de energía cinética desapareció en el choque? b) ¿En qué forma habrá reaparecido?

Respuesta: a) 7 × 10^{22} J, b) básicamente en forma de energía térmica y sonido.

13. Si el tiempo empleado por una persona en levantar una maleta de 50 kg a 40 cm sobre el suelo fue 0.50 s, ¿qué potencia media desarrolló?

Respuesta: 3.9 x 10^2 W

14. Determina, aproximadamente, tu potencia útil en los siguientes casos: a) al subir por escaleras lo más rápidamente posible a un tercer piso; b) al correr, partiendo del reposo, hasta alcanzar lo más rápidamente posible la máxima velocidad. Obtén por ti mismo los datos necesarios.

15. Los datos técnicos de un motor eléctrico utilizado para elevar agua a un tinaco indican que su potencia es 0.65 kW. ¿Qué cantidad de energía eléctrica transforma en media hora? Expresa el resultado en joule y en Wh No toda esa energía es útil. Da algunas razones para ello.

Respuesta: 1. 2 x 10^6 J, 0.32 kW.h

16. El Sol irradia con una potencia de 3.8 x 10^{26} W (a la Tierra llega tan solo alrededor de 1.8 x 10^{17} W, pero aún así esto es cerca de 10^5 veces la potencia media generada por los seres humanos actualmente). Calcula: a) la energía transmitida al espacio y la disminución de su masa en un año, b) la fracción que esta última representa respecto a su masa total. Considera que la masa del Sol es 2.0 x 10^{30} kg.

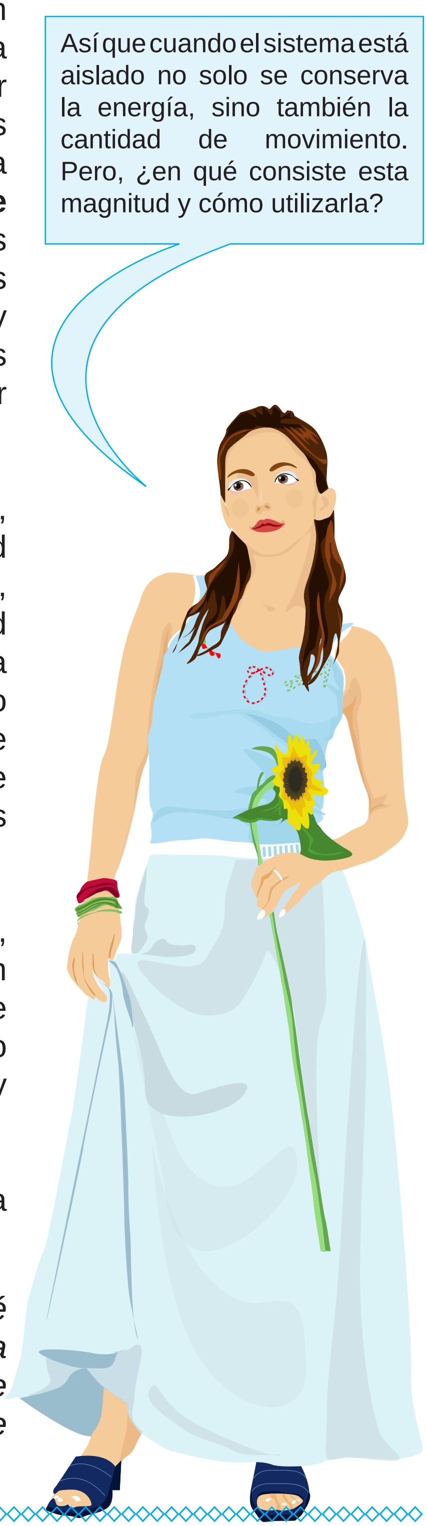
Respuesta: a) 3.3 x 10^{31} J, 3.6 x 10^{14} kg; b) 1.8 x 10^{-14} %

2

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

2. Ley de conservación de la cantidad de movimiento.

El objetivo fundamental de la unidad anterior consistió en estudiar una magnitud (energía) que, cuando el sistema considerado está aislado, tiene la propiedad de permanecer constante, de conservarse, pese a los múltiples cambios que puedan ocurrir en el interior del sistema. La importancia de este hecho, conocido como **ley de conservación de la energía**, pudiste apreciarla durante el análisis de varios ejemplos. No solo hace posible resolver ciertos problemas con mayor facilidad y rapidez que al utilizar la segunda ley de Newton, sino que permite enfrentar situaciones en las que incluso se desconoce la fuerza de interacción y, por tanto, resulta imposible emplear la ley de Newton.



En esta segunda unidad estudiaremos otra magnitud, **cantidad de movimiento**, que también tiene la propiedad de conservarse cuando el sistema está aislado. Juntas, las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento constituyen una poderosísima herramienta para resolver una serie de problemas que de otro modo sería muy difícil, o sencillamente imposible. Entre estos problemas están aquellos que involucran lo que habitualmente denominamos **choque**. A ello dedicaremos un apartado en esta unidad.

Ambas leyes, como señalamos en la Introducción al curso, trascienden el ámbito de la Mecánica Newtoniana, pueden ser utilizadas aún cuando se trate de situaciones en que intervienen velocidades comparables a la de la luz, o procesos atómicos y nucleares, en que los conceptos y leyes de la Mecánica fallan.

De modo que las preguntas claves a responder en esta unidad serán:

¿Qué se denomina cantidad de movimiento? ¿En qué consiste la ley de su conservación y cómo utilizarla para analizar diversas situaciones? ¿A qué se llama choque en Física? ¿Cómo analizarlos utilizando las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento?

2.1. Impulso de una fuerza.

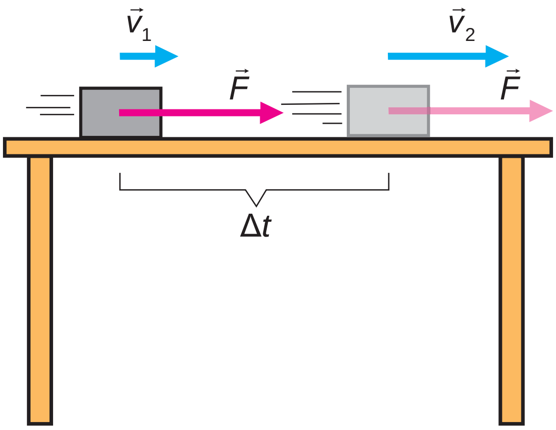
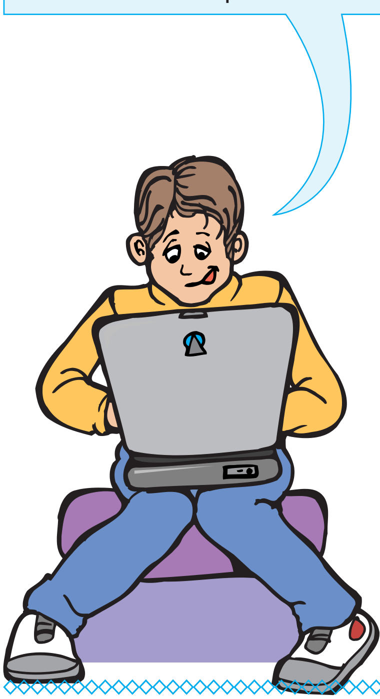


Fig. 2.1. El impulso $\vec{J}$ de la fuerza neta $\vec{F}$ es igual al producto de ella y el intervalo de tiempo considerado: $\vec{J}=\vec{F}\Delta t$.

En el apartado 1.1.4 consideramos el efecto de una fuerza centrando la atención en el **desplazamiento** Δx del cuerpo sobre el que actúa (Fig. 1.19), concretamente en el producto $F\Delta x$, es decir en el trabajo. En aquella oportunidad llegamos a la conclusión que dicho efecto consiste en la variación de la magnitud ½ mv^2, llamada energía cinética. Como recordarás, esta conclusión se denomina teorema del trabajo y la energía cinética.

Ahora volveremos a analizar la misma situación, pero en lugar de focalizar la atención en el desplazamiento Δx del cuerpo, lo haremos en el **intervalo de tiempo** Δt (Fig. 2.1), específicamente en el producto $\vec{F}\Delta t$. Este producto se denomina **impulso de la fuerza**.

Si en la situación de la figura 2.1 la fuerza es de 1.5 N y el tiempo durante el cual actúa 1.0 s, ¿Qué impulso se comunica al cuerpo?



Cabe señalar que, a diferencia del trabajo, que es una magnitud escalar, el **impulso de una fuerza** es un vector. Tiene igual dirección y sentido que la fuerza, pues resulta de multiplicarla por un escalar (Δt). Representaremos el impulso por $\vec{J}$, de modo que:

$$\boxed{\vec{J}=\vec{F}\Delta t}$$

Si la fuerza que actúa sobre el cuerpo varía, entonces para calcular su impulso puede dividirse el intervalo de tiempo considerado en subintervalos tan pequeños que durante cada uno de ellos sea posible asumirla como constante. Este procedimiento es similar al seguido para calcular el trabajo de una fuerza variable, solo que ahora lo que se divide es el intervalo de tiempo en lugar del desplazamiento.

A fin de ilustrar lo anterior, consideremos el caso simple de un cuerpo que se desplaza en línea recta bajo la acción de una fuerza cuyo módulo varía, digamos, un cuerpo sujeto al extremo de un resorte estirado (Fig. 2.2a). Como sabes, mientras el cuerpo se mueve hacia la posición de equilibrio la fuerza no es constante, disminuye. Pero si el tiempo t empleado en llegar a dicha posición se divide en intervalos Δt tan pequeños que en cada uno de ellos pueda considerarse prácticamente constante, entonces el impulso total es aproximadamente igual a la suma de los impulsos en cada pequeño intervalo:

$$J \approx F_1\Delta t + F_2\Delta t + F_3\Delta t + \cdots$$

(a) (b)

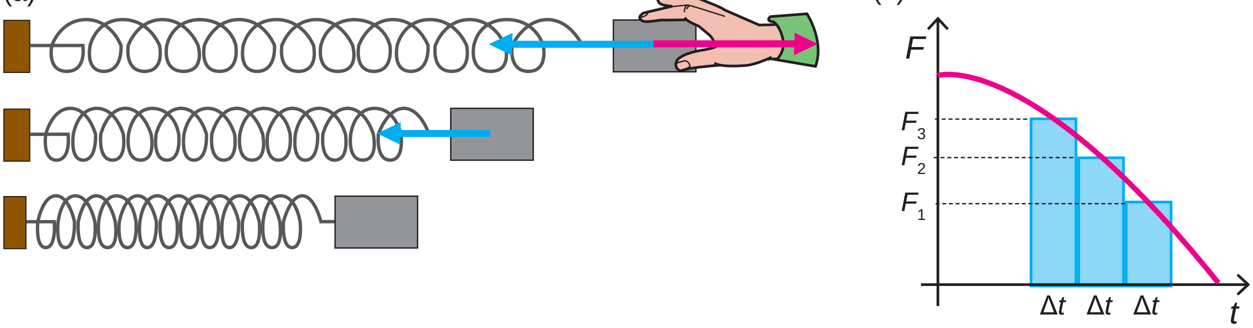
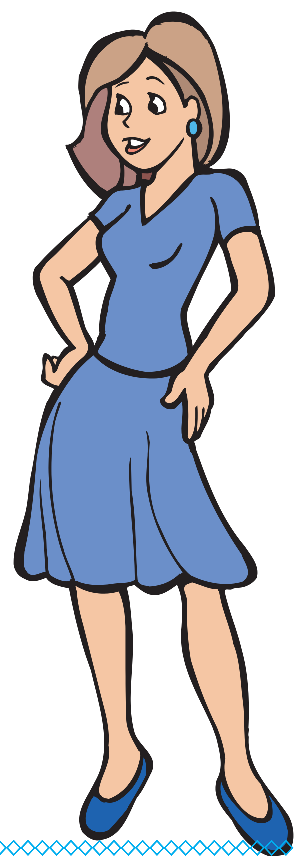


Fig. 2.2. Cálculo del impulso de una fuerza cuando su módulo no es constante: a) se divide el intervalo de tiempo considerado en subintervalos muy pequeños y se halla la suma de los impulsos de la fuerza en cada uno de ellos; b) el impulso de la fuerza está dado por el área entre el gráfico $F(t)$ y el eje de t.

Esta expresión deja de ser aproximada y se convierte en exacta al reducir indefinidamente el tamaño de los intervalos Δt:

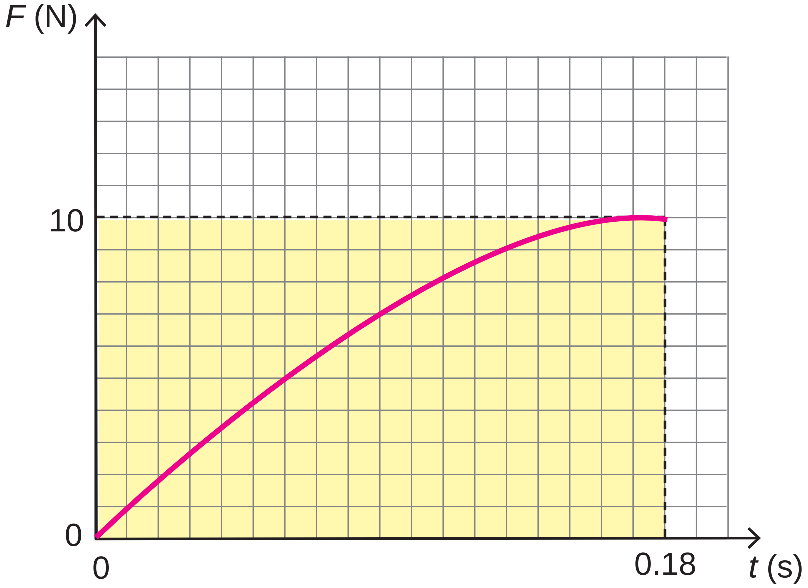
$$J = \lim_{\Delta t \to 0}\left(F_1\Delta t + F_2\Delta t + F_3\Delta t + \cdots\right)$$

Menciona ejemplos donde se involucre el término del impulso



Probablemente ya te has percatado de la interpretación gráfica que tiene la suma anterior. La figura 2.2b muestra el gráfico del módulo de la fuerza del resorte en función del tiempo. De él se ve que la suma $F_1\Delta t + F_2\Delta t + F_3\Delta t + \ldots$ equivale a la suma de las áreas de los rectángulos trazados. Nota que al reducir el tamaño de los intervalos Δt, aumenta el número de rectángulos y entonces la suma de sus áreas se aproxima más al área entre el gráfico de $F(t)$ y el eje t.

Ejemplo 2.1. El gráfico que aparece a continuación muestra la fuerza de un resorte sobre un cuerpo durante determinado intervalo de tiempo. a) ¿En qué se diferencia esta situación de la representada en la figura 2.2? b) Calcula el impulso de la fuerza.



a) En ambos casos se trata de la fuerza ejercida por un resorte, pero la figura 2.2 corresponde a una situación en que la magnitud de la fuerza disminuye hasta cero, por lo que el cuerpo en el extremo del resorte se mueve desde una posición en que está estirado hasta la posición de equilibrio. En el caso que ahora analizamos ocurre lo contrario, la fuerza aumenta desde cero hasta cierto valor, por lo que el cuerpo se desplaza de la posición de equilibrio a otra en que el resorte está estirado.

b) Para calcular el impulso de la fuerza no puede simplemente hallarse el producto $F\Delta t$, ya que la fuerza no es constante. Sin embargo, es posible hacerlo determinando el área entre el gráfico $F(t)$ y el eje t. Es posible hallar esta área si se conoce la de los cuadraditos. Hay varios modos de calcular el área de un cuadradito, uno de los cuales es el siguiente:

En el rectángulo resaltado caben 10 cuadraditos según la ordenada y 18 según la abscisa. Por consiguiente, el número de ellos en dicho rectángulo es:

$$n = (10)(18) = 180$$

Por otra parte, el área de ese rectángulo es:

$$A = (10\ \text{N})(0.18\ \text{s}) = 1.8\ \text{Ns}$$

El área de un cuadradito será, por tanto, la del rectángulo entre el número de cuadraditos que contiene:

$$A_{\text{cuad}} = \frac{A}{n} = \frac{1.8 \text{ Ns}}{180} = 0.01 \text{ Ns}$$

Ahora hallaremos el área bajo la curva. Contando cuadraditos puedes comprobar que el número de ellos bajo la curva es:

Completos – 103
Incompletos – 20

Observa que algunos de los cuadraditos incompletos tienen más de la mitad del cuadradito y otros menos. Si se divide entre dos el número total de ellos, entonces se obtiene un aproximado del equivalente en cuadraditos completos.

Por tanto, el área bajo la curva es aproximadamente igual a la de 113 cuadraditos, o sea:

$$A_{\text{cuad}} = 113(0.01 \text{ Ns}) = 1.13 \text{ Ns}$$

El impulso de la fuerza es, pues:

$$J = 1.13 \text{ Ns}$$

Hemos dado el resultado con dos cifras significativas porque los datos de partida, que son los valores de fuerza y tiempo leídos en el gráfico, solo poseen dos.

2.2. Teorema del impulso y la cantidad de movimiento.

En la unidad anterior, para encontrar la magnitud asociada al trabajo de una fuerza utilizamos la segunda ley de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$. Ahora procederemos de modo análogo para hallar la magnitud asociada al impulso $\vec{J}$ de una fuerza.

Consideremos otra vez el caso simple de la figura 2.1, en que la fuerza ejercida sobre el cuerpo es constante. Al cabo del intervalo de tiempo Δt el impulso de esa fuerza es, como sabes,

$$\vec{J} = \vec{F}\Delta t$$

Utilizando la segunda ley de Newton queda:

$$\vec{J} = \vec{F}\Delta t = m\vec{a}\Delta t$$

Si tenemos en cuenta que la aceleración es

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

podemos escribir:

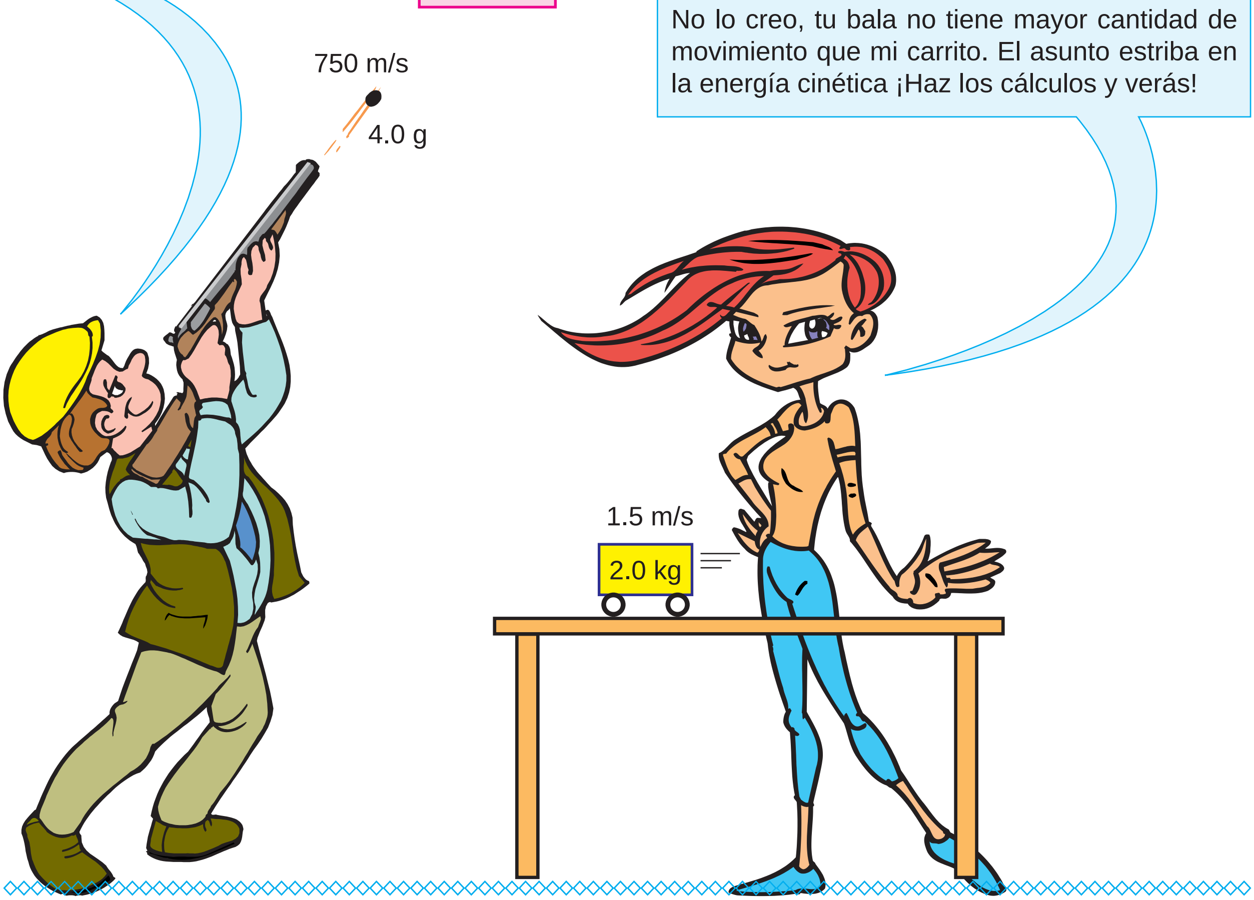
$$\vec{J} = m\left(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}\right)\Delta t = m\Delta \vec{v} = m\left(\vec{v} - \vec{v}_0\right)$$

O también:

$$\vec{J} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

Observa que el segundo miembro de esta ecuación representa la variación de la magnitud $m\vec{v}$. Ella es precisamente la que se denomina **cantidad de movimiento**. Es una magnitud vectorial, que tiene igual dirección y sentido que la velocidad, ya que se obtiene multiplicando ésta por un escalar (m). La cantidad de movimiento suele representarse por $\vec{p}$, de modo que:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$



Con esta notación la relación anteriormente obtenida queda:

$$\vec{J} = \vec{p} - \vec{p}_o = \Delta\vec{p}$$

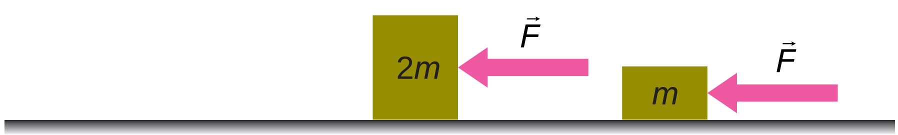
Esto puede ser expresado en palabras como sigue:

El impulso de la fuerza neta ejercida sobre un cuerpo es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

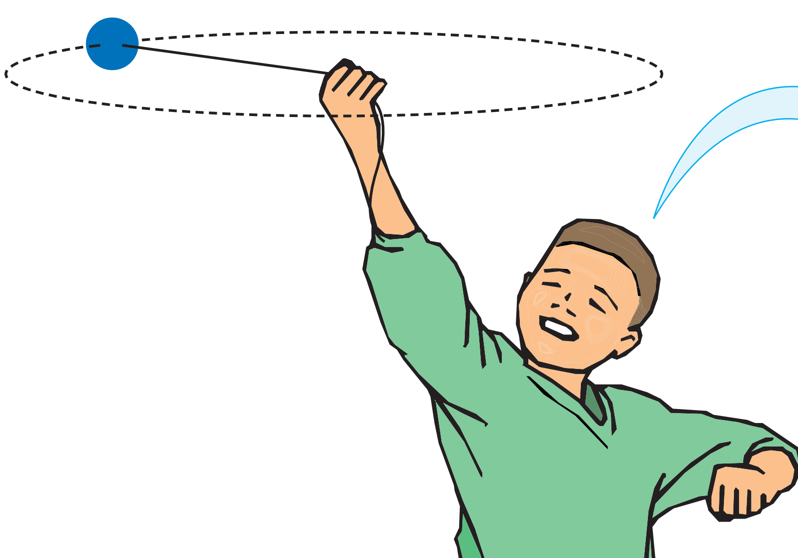
Nota que esta conclusión es análoga al teorema del trabajo y la energía cinética, pero esta vez las magnitudes relacionadas son el impulso y la cantidad de movimiento, en lugar del trabajo y la energía cinética. Ello se debe, recordemos, a que hemos considerado el efecto de la fuerza respecto al intervalo de tiempo Δt y no al desplazamiento Δx del cuerpo.

Si $\vec{J} = \Delta\vec{p}$, ¿cómo entender entonces que $\vec{J}$ pueda expresarse en N.s y $\Delta\vec{p}$ en kg.m/s?

Sobre dos cuerpos, uno de doble masa que el otro, se ejercen idénticas fuerzas netas durante igual intervalo de tiempo. ¿Cuál de ellos adquiere mayor cantidad de movimiento?



Debemos señalar que aunque en el ejemplo analizado (Fig. 2.1) la fuerza es constante, el resultado obtenido es general y abarca también aquellos casos en que es variable.



¿Cómo varía la cantidad de movimiento de este cuerpo? ¿El impulso de qué fuerza origina dicha variación?

A partir de las nuevas relaciones obtenidas es posible obtener una nueva expresión para la fuerza. Así, si ésta es constante puede escribirse:

$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$, de donde: $\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Esta ecuación también puede ser utilizada cuando la fuerza no es constante, como por ejemplo, en la situación de la figura 2.2, o durante los choques. Pero en tales casos la $\vec{F}$ representa una **fuerza media**. Para hallar la fuerza en un instante determinado se requeriría tomar un intervalo Δt en torno a dicho instante y reducirlo indefinidamente, operación que simbólicamente se expresa:

$$\vec{F} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Cómo realizar dicha operación, lo aprenderás en cursos posteriores.

En palabras puede decirse que:

La fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual a la rapidez con que varía su cantidad de movimiento.

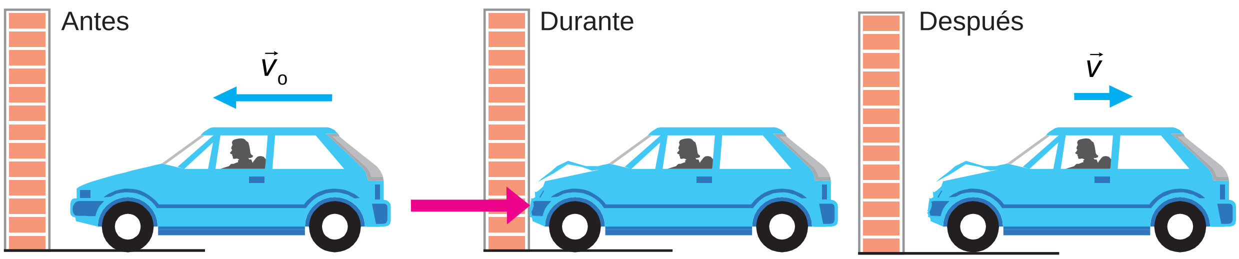
La fuerza ejercida sobre un cuerpo representa la **rapidez con que dicho cuerpo intercambia cantidad de movimiento con otros cuerpos**.

Nota que la ecuación encontrada para la fuerza es diferente de la que ya conocías, $\vec{F} = m\vec{a}$. La nueva ecuación es muy importante. En realidad corresponde mejor al modo en que Newton formuló la segunda ley en sus *Principia*:

“El cambio en la cantidad de movimiento es proporcional a la fuerza motriz y tiene lugar en la dirección de la recta a lo largo de la cual actúa dicha fuerza”.

Por otra parte, la expresión encontrada es más general, pues a diferencia de $\vec{F} = m\vec{a}$, es posible utilizarla incluso cuando la masa del cuerpo varía y también en caso que el cuerpo se mueva a velocidades comparables con la de la luz.

Ejemplo 2.2. En una prueba se hizo chocar un automóvil perpendicularmente contra un muro. Su masa era 1800 kg, la velocidad con que chocó 16 m/s, la velocidad con que rebotó 2.5 m/s y el tiempo de contacto con el muro 0.12 s. a) ¿Qué fuerza media ejerció el muro sobre el automóvil? b) Compárala con el peso del automóvil.



a) Para calcular la fuerza puedes emplear cualquiera de las dos expresiones que ahora conoces:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{o} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

Aquí utilizaremos la primera y te dejamos como tarea que pruebes por ti mismo con la segunda.

Las cantidades de movimiento del automóvil antes del choque y después de él tienen la misma dirección, perpendicular al muro. Por eso no es necesario emplear vectores para hallar su variación. Pero sí deberás tener muy en cuenta los sentidos de las cantidades de movimiento, ya que son opuestos.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p - p_o}{\Delta t}$$

Si adoptamos como sentido positivo el que se aleja del muro (lo cual, como sabes, es convencional), entonces la cantidad de movimiento antes del choque (p_o) será negativa y después de él, positiva (p). Por consiguiente, queda:

$$F = \frac{mv - (-mv_o)}{\Delta t} = \frac{m(v + v_o)}{\Delta t} = \frac{(1800\text{ kg})\left(16\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0.12\text{ s}}$$

$$F = 2.8 \times 10^5\ \text{N}$$

Esta fuerza representa la rapidez con que, como promedio, el automóvil y el muro intercambian cantidad de movimiento.

Nota que si el automóvil rebota con una velocidad mayor que 2.5 m/s, la variación de su cantidad de movimiento hubiese sido mayor y, por tanto, el valor de la fuerza media también.

b) El peso del automóvil es:

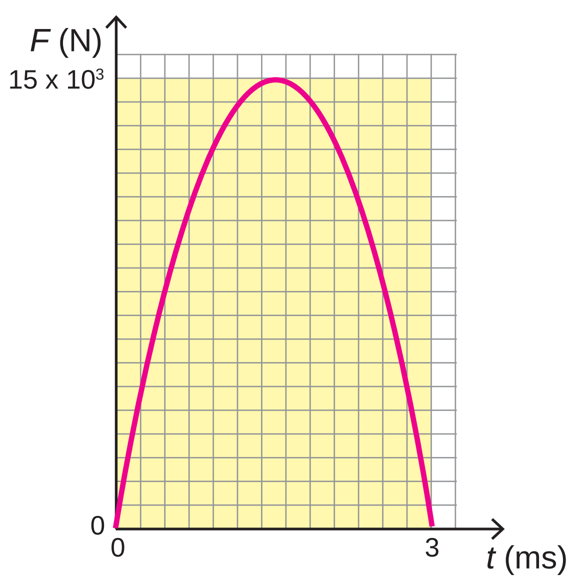
$$F_g = mg = (1800\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 1.8 \times 10^4\ \text{N}$$

De aquí se ve que la fuerza media ejercida por el muro sobre el automóvil es mayor que el peso de éste. Para precisar cuántas veces mayor, hallamos la razón entre ellas:

$$\frac{F}{F_g} = 16$$

Esto da idea de lo enorme que puede ser la fuerza media durante un choque. ¡En este caso es unas 16 veces el peso del carro! Y el valor máximo de la fuerza es todavía mayor.

Ejemplo 2.3. En la figura se muestra un gráfico simplificado de $F(t)$ para una pelota de béisbol que es golpeada por un bate. a) Describe con palabras cómo varía la fuerza sobre la pelota. b) ¿Cuál es el valor de la fuerza media? ¿Y el de la fuerza máxima? c) Compáralos con algunos valores característicos de fuerza.



a) En cuanto la pelota hace contacto con el bate comienzan a actuar las fuerzas de interacción entre ellos. La fuerza crece hasta que la pelota alcanza su máxima compresión y a partir de ese momento decrece, haciéndose nula en el instante que la pelota deja de hacer contacto con el bate.

b) En este caso la fuerza es variable, por lo que en la expresión $J = F\Delta t$ la F representa una fuerza media. De ahí que la fuerza media sea:

$$F = \frac{J}{\Delta t}$$

El impulso J puede ser calculado a partir del área entre la curva de $F(t)$ y el eje t. Para ello procedemos de modo similar que en el ejemplo 2.1: encontramos el área de cada cuadradito y luego contamos su número bajo el gráfico.

En el rectángulo de lados 15 x 10^3 N y 3 ms, hay:

$$n = (19)(13) = 247 \text{ cuadritos.}$$

Y el área de ese rectángulo es:

$$A = \left(15\times10^3 \text{ N}\right)\left(3\times10^{-3} \text{ s}\right) = 45 \text{ Ns}$$

De ahí que el área de un cuadradito sea:

$$A_{cuad} = \frac{A}{n} = \frac{45 \text{ Ns}}{247} = 0.182 \text{ Ns}$$

El número de cuadraditos bajo la curva es:

Completos – 142
Incompletos – 38

Por consiguiente, el área bajo la curva es aproximadamente igual a la de 161 cuadraditos:

$$A_{cuad} = (161)(0.182 \text{ Ns}) = 29.3 \text{ Ns}$$

El impulso de la fuerza es, por tanto: J = 29.3 Ns

Y la fuerza media:

$$F = \frac{J}{\Delta t} = \frac{29.3 \text{ Ns}}{3\times10^{-3} \text{ s}} = 9.8\times10^3 \text{ N}$$

Este resultado representa la rapidez promedio con que la pelota y el bate intercambian cantidad de movimiento.

El valor de la fuerza máxima se lee directamente en el gráfico: 15 x 10^3 N

c) Los valores anteriores de fuerza pueden ser comparados, por ejemplo, con el peso de un cuerpo. Así, el peso de un cuerpo de 1.0 kg es:

$$F_g = (1.0\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 9.8\text{ N}$$

Esto significa que la fuerza media equivale al peso de un cuerpo de mil kilogramos.

Por su parte, la fuerza máxima es:

$$F = \frac{15 \times 10^3}{9.8 \times 10^3} = 1.5$$

Es decir, 1.5 veces mayor que la media, por lo que equivale al peso de un cuerpo de masa 1.5 x 10^3 kg.

¿Por qué en el texto se dice que el concepto de sistema resultó esencial al formular la ley de conservación de la energía?

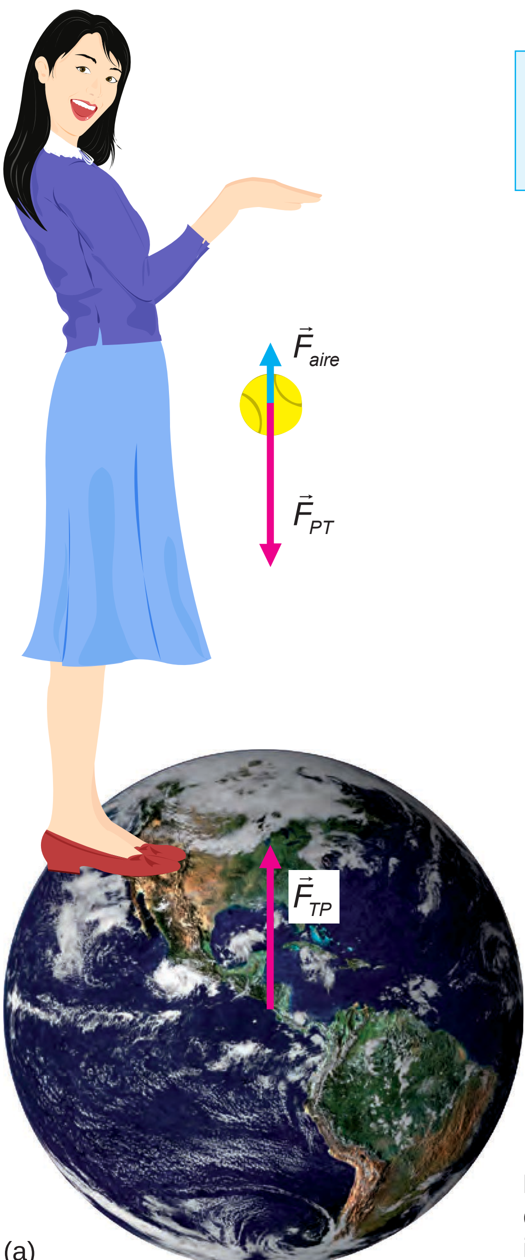
Hemos respondido la primera de las preguntas claves planteadas al iniciar esta unidad, *¿qué se denomina cantidad de movimiento?*, e incluso hemos ido más allá. En particular, encontramos una nueva expresión para la fuerza, $\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$, más general que $\vec{F} = m\vec{a}$, y aprendimos a utilizarla para evaluar ciertas fuerzas cuyas leyes desconocemos. Los siguientes dos apartados están dedicados a la pregunta central de esta unidad, *¿en qué consiste la ley de conservación de la cantidad de movimiento?*

2.3. Fuerzas internas y externas a un sistema.

Para arribar a la ley de conservación de la cantidad de movimiento y utilizarla correctamente durante el análisis de diversas situaciones es importante tener en cuenta los conceptos de **sistema** y de **fuerzas internas** y **externas**.

Con el concepto de sistema ya te relacionaste desde la primera unidad del curso de Mecánica 1, y en la unidad anterior resultó esencial al formular la ley de conservación de la energía y examinar múltiples situaciones. Como recordarás, denominamos sistema a un conjunto de elementos **estrechamente relacionados entre sí**, el cual aparece como **una unidad relativamente independiente**.

Dos ejemplos de sistemas mecánicos simples conocidos por ti son: una pelota que cae debido a la atracción de la Tierra (Fig. 2.3a) y dos carritos que interaccionan gracias a un resorte entre ellos (Fig. 2.3b). Nota que en estos ejemplos el vínculo entre los elementos de los sistemas considerados es tan estrecho, que si faltara alguno de ellos el fenómeno no tendría lugar. Así, sin la acción de la Tierra la piedra no cae y sin uno de los carritos el otro no se pone en movimiento.



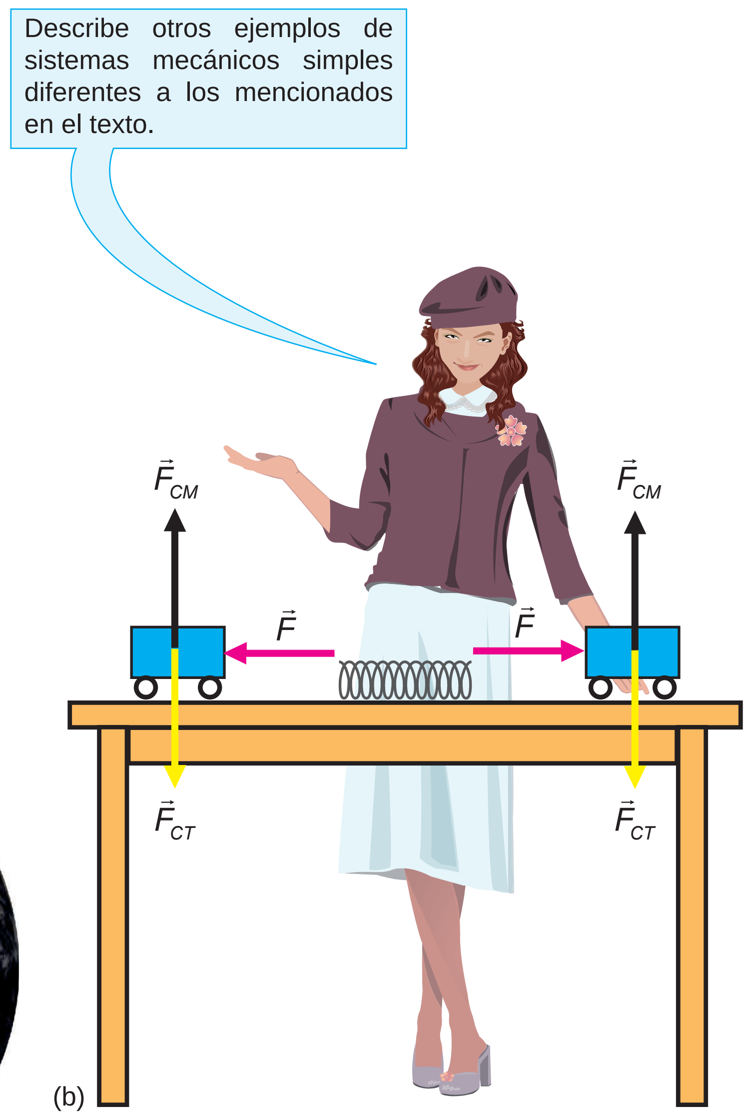


Fig. 2.3. Ejemplos de sistemas mecánicos simples: a) pelota que cae debido a la atracción de la Tierra, b) carritos que interaccionan mediante un resorte entre ellos.

El conjunto de cuerpos que se delimita como sistema es en cierto modo relativo. Por ejemplo, en la situación de la pelota que cae se ha considerado como tal a ésta y la Tierra, pero también podría ser el formado por la pelota, la Tierra y el aire que circunda la pelota.

Una vez precisado el sistema, las acciones ejercidas sobre él por los cuerpos que quedan fuera se llaman **externas** y las de los cuerpos del sistema entre sí, **internas**.

Considera dos bolas de billar que chocan entre sí, ¿qué considerarías como sistema y cuáles serían las fuerzas internas y externas?

En general, los cuerpos pueden interactuar de diversos modos, por ejemplo, mediante fuerzas, térmicamente, mediante radiación. Sin embargo, a los efectos de la **cantidad de movimiento**, que es la magnitud fundamental que nos ocupa en esta unidad, la fuerza merece una atención especial, pues como acabamos de ver en el apartado anterior, ella representa la rapidez con que los cuerpos intercambian cantidad de movimiento.

En el caso de la pelota que cae (Fig. 2.3a), si el sistema delimitado está constituido solo por la pelota y la Tierra, entonces las fuerzas internas son las de interacción gravitatoria entre ellas, y la fuerza externa la del aire sobre la pelota. Por su parte, en el ejemplo del sistema formado por los dos carritos (Fig. 2.3b), las fuerzas internas son las de interacción entre ellos, mientras que las externas son las ejercidas por la Tierra, la mesa y el aire circundante sobre los carritos.

En la unidad anterior viste que cuando un sistema no intercambia energía con el exterior se dice que está **aislado** (o **cerrado**). Resulta que este término también se emplea al referirse a un sistema que no intercambia cantidad de movimiento. Y puesto que la fuerza representa la rapidez con que los cuerpos intercambian cantidad de movimiento, entonces si no hay fuerza externa actuando sobre el sistema, significa que está aislado.

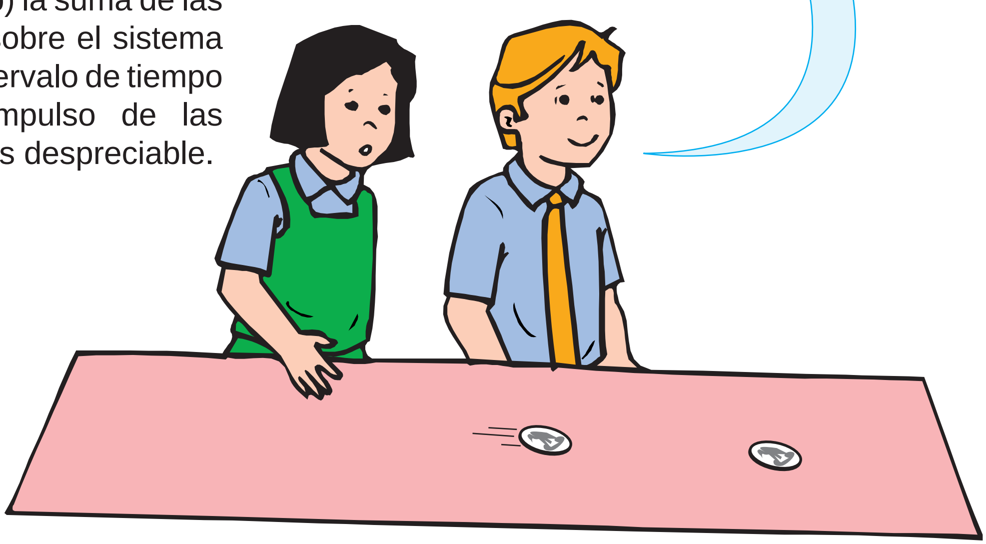
De aquí que, **en lo que respecta al intercambio de cantidad de movimiento, un sistema está aislado si no hay fuerza externa aplicada sobre él**.

Cabe notar que la noción de sistema aislado, tanto en lo que se refiere a la energía como a la cantidad de movimiento, es una **abstracción**, pues en rigor es imposible tener un sistema que no intercambie energía o cantidad de movimiento con el exterior. Sin embargo, en determinadas circunstancias los sistemas pueden considerarse como aislados, sin que en rigor lo estén.

Así, el formado por los dos carritos de la figura 2.3b no está aislado, ya que sobre los carritos actúan varias fuerzas externas: la atracción de la Tierra, la reacción de la mesa, el rozamiento en las ruedas, la resistencia del aire. Y pese a esto, el sistema pudiera comportarse como si estuviese aislado. En efecto, la fuerza de gravedad sobre los carritos es compensada por la reacción normal de la mesa, la resistencia del aire resulta insignificante y el rozamiento en las ruedas, aunque a la larga pueda ser importante, probablemente no lo es en el pequeño intervalo que dura la interacción.

¿Podrá considerarse aislado el sistema constituido por dos monedas, una en reposo sobre una mesa y la otra que choca con ella a gran velocidad?

De este modo, a los efectos del intercambio de cantidad de movimiento con el exterior, un sistema mecánico puede comportarse como aislado en los casos siguientes: a) no actúan fuerzas externas sobre él (lo cual en realidad es una abstracción), b) la suma de las fuerzas externas sobre el sistema es nula, c) en el intervalo de tiempo considerado el impulso de las fuerzas externas es despreciable.



2.4. Ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Imaginemos un sistema constituido por dos cuerpos que interaccionan entre sí mediante las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$, (Fig. 2.4). Consideremos además que **el sistema está aislado**. Ya sabes que en la práctica pudiera no estarlo realmente, lo importante es que se comporta como tal. Sean $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$ las cantidades de movimiento de los cuerpos en determinado instante. Al cabo de cierto tiempo, debido a los impulsos de las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$, sus cantidades de movimiento habrán variado. Estas variaciones son:

Para el cuerpo 1, $\vec{J}_{12} = \Delta\vec{p}_1$ y para el cuerpo 2, $\vec{J}_{21} = \Delta\vec{p}_2$

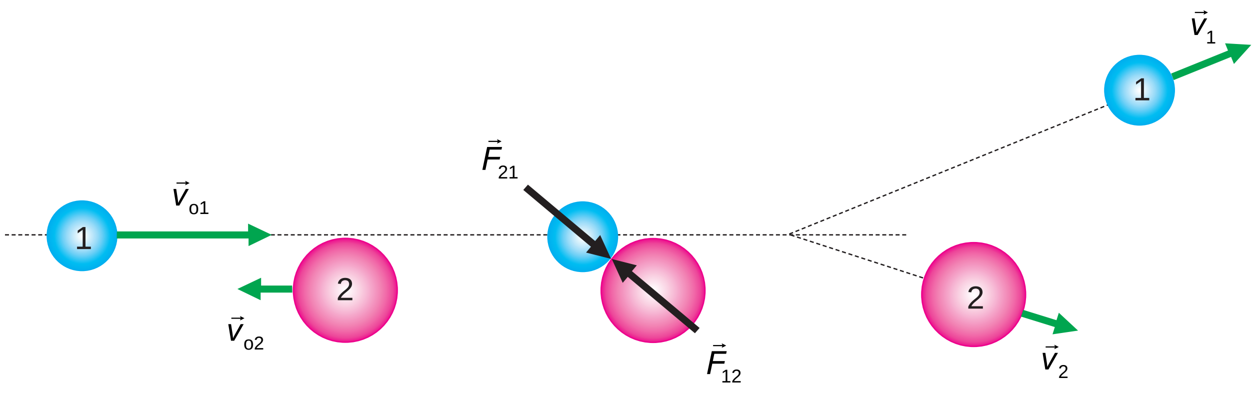


Fig. 2.4. Sistema constituído por dos cuerpos que interaccionan entre sí, antes, durante y despues de la interacción.

Pero **según la tercera ley de Newton** las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$ tienen la misma magnitud y sentidos opuestos. Por consiguiente, sus impulsos también son de igual magnitud y sentidos contrarios, es decir:

$$\vec{J}_{12} = -\vec{J}_{21}$$

Utilizando el teorema del impulso y la cantidad de movimiento:

$$\vec{J} = \Delta\vec{p}$$

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$$

De donde: $\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$

o $\Delta\left(\vec{p}_1+\vec{p}_2\right)=0$

La suma $\vec{p}_1+\vec{p}_2$ es la cantidad de movimiento total del sistema, que designaremos por $\vec{P}$, por lo que queda:

$\Delta\vec{P}=0$

En otras palabras, la cantidad de movimiento total del sistema considerado no varía, permanece constante.

Observa que los cuerpos del sistema intercambian cantidades de movimiento entre sí, pero lo hacen de tal modo que la variación de la cantidad de movimiento de uno es de igual magnitud y sentido contrario que la del otro ($\Delta\vec{p}_1=-\Delta\vec{p}_2$). Esta es la razón por la que la cantidad de movimiento total del sistema permanece invariable.

El resultado anterior era de esperarse. En efecto, ya que el sistema está aislado, no intercambia cantidad de movimiento con el exterior. Por otra parte, las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$ ejercidas sobre cada cuerpo representan, como ya sabes, la rapidez con que varían sus cantidades de movimiento. Y debido a que dichas fuerzas tienen igual magnitud y sentidos contarios, las variaciones de cantidad de movimiento que ellas originan también son de igual magnitud y sentidos contrarios, por lo que se compensan.

La ley de conservación de la cantidad de movimiento puede enunciarse como sigue:

La cantidad de movimiento total de un sistema se conserva si el sistema está aislado.

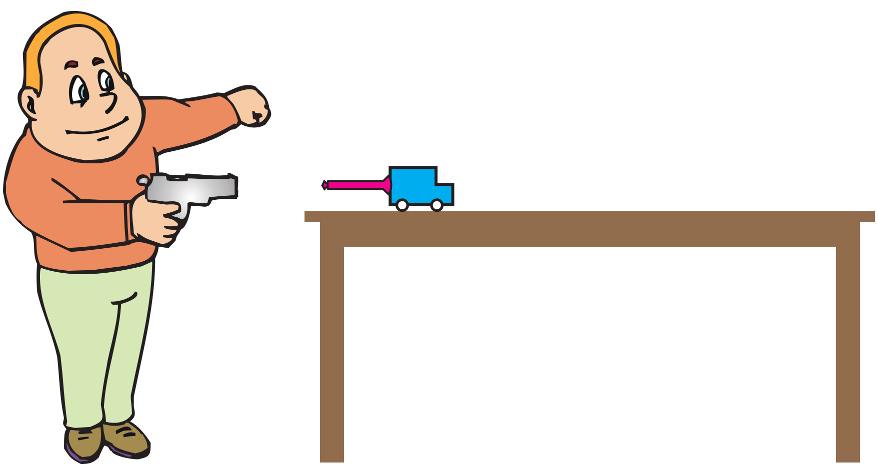
Ya sabes, sin embargo, que en la práctica lo de aislado no significa que en rigor el sistema lo esté.

Como recordarás, la ley de conservación de la energía pone de manifiesto el hecho de que un **cambio** no puede tener lugar sin que ocurra algún otro cambio. La de conservación de la cantidad de movimiento vuelve a subrayar este hecho, un cuerpo no puede variar su **movimiento** sin que algún otro lo varíe también. Pero mientras que **la ley de conservación de la energía se refiere a los cambios en**

general, independientemente de la naturaleza de ellos, la de conservación de la cantidad de movimiento tiene que ver con los cambios en una esfera determinada, la del movimiento. Ambas leyes afirman que si el sistema está aislado, entonces las variaciones de la magnitud que mide esos cambios (energía o cantidad de movimiento) se compensan, de tal modo que, en total, dicha magnitud permanece constante.

Ilustremos ahora cómo utilizar la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Analizaremos el Ejemplo 1.3 ya planteado en la Introducción de este curso, pero ahora incorporando datos numéricos. Luego, en el siguiente apartado, **Choque y sus tipos**, emplearemos las dos leyes de conservación estudiadas, de la cantidad de movimiento y de la energía, para analizar diversas situaciones.

Ejemplo 2.4. A fin de hallar la velocidad con que sale un proyectil de una pistola de juguete, se dispara contra un carrito, de modo que el proyectil queda adherido a él (Fig. 1.3). La velocidad del conjunto es 0.45 m/s y las masas del proyectil y el carrito 10.0 g y 200 g, respectivamente ¿Cuál era la velocidad del proyectil?



La situación descrita es interesante por diversas razones. En primer lugar, porque muestra un procedimiento indirecto pero relativamente simple, para medir la velocidad de un proyectil. Debido a las características del proyectil y a la gran velocidad que pudiera tener, técnicamente resultaría más complejo medirla de otro modo. Por otra parte, se trata de una situación en que es imposible emplear la segunda ley de Newton o la ley de conservación de la energía, la primera porque se desconoce la ley de la fuerza que actúa entre el proyectil y el carrito y la segunda, debido a que no se conserva la energía mecánica. No obstante, el problema planteado puede ser fácilmente resuelto empleando la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Consideremos como sistema el constituido por el proyectil y el carrito. Aplicar la ley de conservación de la cantidad de movimiento a este sistema significa suponer que permanece constante, es decir, que la cantidad de movimiento del sistema después que el proyectil se ha adherido al carrito ($\vec{P}$) es la misma que antes de adherirse ($\vec{P}_o$):

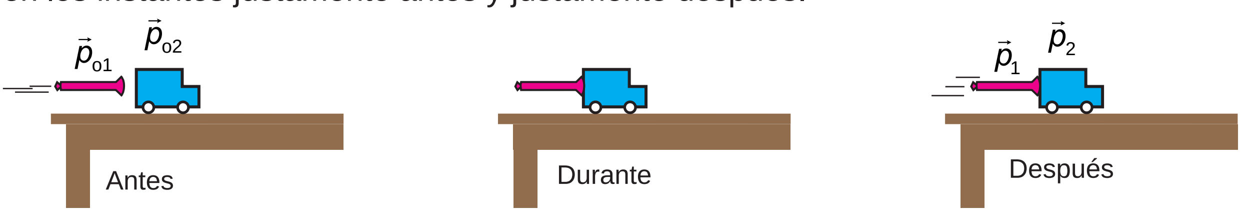
$$\vec{P}_o = \vec{P}$$

Pero el enunciado de la ley de conservación de la cantidad de movimiento especifica que para ello el sistema debe poderse considerar aislado. Examinemos detenidamente el cumplimiento de esta condición.

Sobre el sistema actúan varias fuerzas externas. La fuerza de gravedad sobre el carrito es compensada por la de reacción de la mesa a su peso. Por su parte, la resistencia del aire al movimiento del carrito es despreciable y si el recorrido del proyectil no es grande, sobre éste también puede despreciarse. En consecuencia, el efecto total de todas estas fuerzas externas sobre el sistema es nulo, como si no existieran.

Sin embargo, todavía quedan por considerar la fuerza de gravedad sobre el proyectil y la de rozamiento sobre el carrito. El hecho de que el efecto de estas fuerzas en general no pueda despreciarse se hace evidente al considerar la acción de ellas en un tiempo relativamente grande: la fuerza de gravedad varía la velocidad del proyectil, haciéndolo seguir una trayectoria parabólica, y el rozamiento finalmente detiene el carrito. No obstante, **si limitamos el análisis al intervalo de tiempo que dura la interacción** entre el proyectil y el carrito, entonces resulta que en ese brevísimo intervalo los impulsos de la fuerza de gravedad y de la fuerza de rozamiento son tan pequeños que pueden no tenerse en cuenta.

De modo que, aunque el sistema proyectil-carrito en rigor no está aislado, **en el pequeño intervalo de tiempo que dura la interacción** sí es posible considerarlo como tal. Esto significa que en la ecuación $\vec{P}_o = \vec{P}$ dichas cantidades de movimiento representan no las que posee el sistema en cualquier instante antes y después de la interacción, sino en los instantes justamente antes y justamente después.



Si designamos por $\vec{p}_{o1}$ y $\vec{p}_{o2}$ las cantidades de movimiento que poseen respectivamente el proyectil y el carrito al comenzar la interacción y por $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$ las que poseen al finalizar, entonces:

$$\vec{p}_{o1} + \vec{p}_{o2} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

De donde:

$$m_1\vec{v}_{o1} + m_2\vec{v}_{o2} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Como el carrito está inicialmente en reposo, $\vec{v}_{o2} = 0$, con lo cual:

$$m_1\vec{v}_{o1} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Luego de la interacción, el proyectil y el carrito se mueven juntos, por lo que tienen una velocidad común, que designaremos por $\vec{v}$, es decir: $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$. De modo que:

$$m_1\vec{v}_{o1} = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

De aquí que:

$$\vec{v}_{o1} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\vec{v}$$

Sustituyendo los datos:

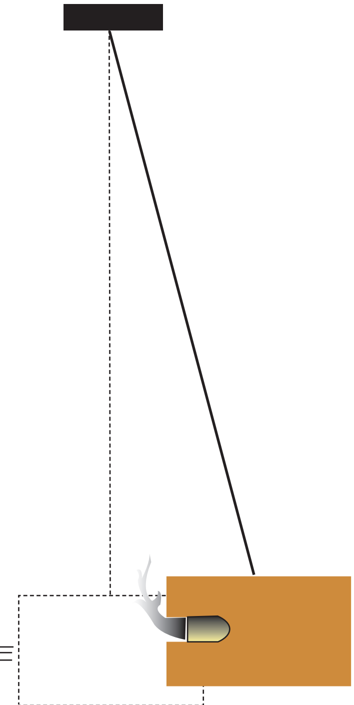
$$\vec{v}_{o1} = \left(\frac{10.0\ \text{g} + 200\ \text{g}}{10.0\ \text{g}}\right)\left(0.45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 8.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El ejemplo que acabamos de analizar y otros muchos, muestran que la cantidad de movimiento puede transmitirse de unos cuerpos a otros. Así, en la situación del ejemplo 2.4 el proyectil transmite parte de su cantidad de movimiento al carrito y cuando una canica choca con otra en reposo también transfiere parte de su cantidad de movimiento, o toda. Pero en estos casos, como sabes, no solo se transmite cantidad de movimiento, sino además energía cinética. El análisis de situaciones como éstas originó una larga discusión en la época que se elaboraban estos conceptos, acerca de cuál de las dos magnitudes, cantidad de movimiento (mv) o energía cinética ($\frac{1}{2}mv^2$), constituía realmente la medida del movimiento. La conclusión fue que las dos, en dependencia del tipo de fenómeno examinado.

Mi canica le transmitió movimiento a la otra, ¿qué magnitud medirá el movimiento transmitido, la cantidad de movimiento o la energía cinética?

La **energía cinética** es especialmente útil cuando se trata de la **transformación** del movimiento en otros fenómenos, y la **cantidad de movimiento** si se trata de su **transmisión**.

Si, por ejemplo, se dispara una bala, quedando incrustada en un bloque (Fig. 2.5), la energía cinética perdida por el proyectil no constituye una buena medida del movimiento que transmite al bloque, pues no toda ella se invierte en ponerlo en movimiento, una parte está asociada a la elevación de temperatura y al sonido, producidos al incrustarse en el bloque. Sin embargo, toda la cantidad de movimiento perdida por la bala sí es transmitida al bloque.



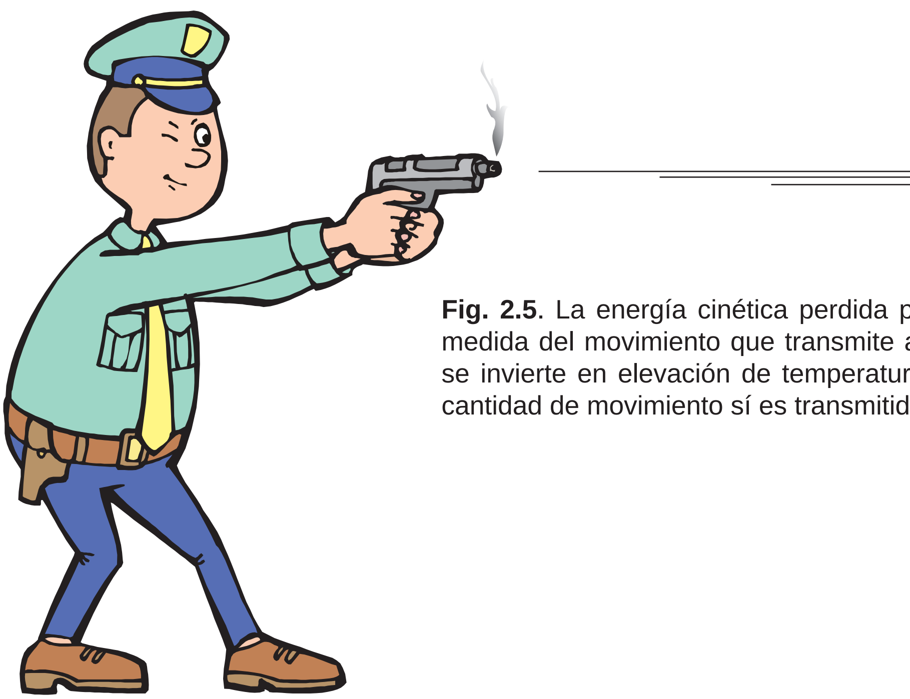
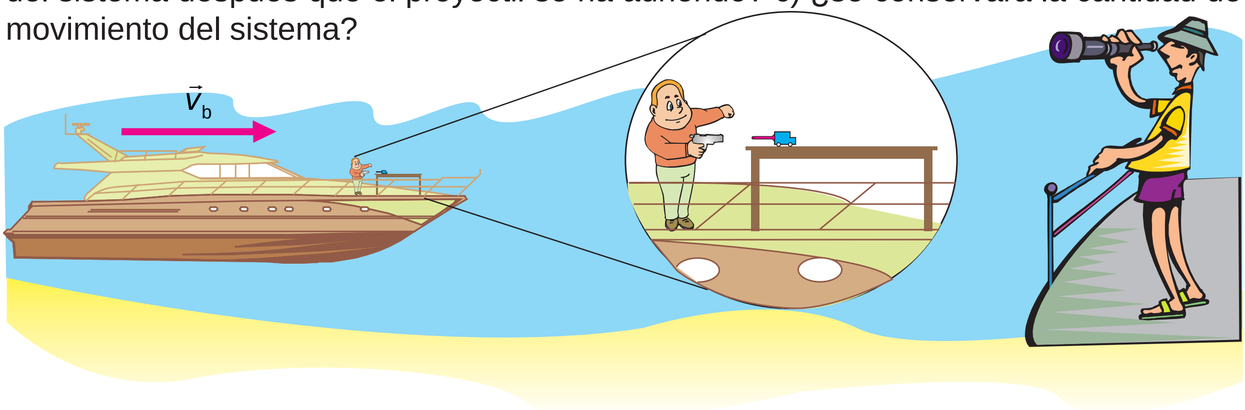


Fig. 2.5. La energía cinética perdida por la bala no es una buena medida del movimiento que transmite al bloque, pues parte de ella se invierte en elevación de temperatura y sonido. Sin embargo, la cantidad de movimiento sí es transmitida por completo al bloque.

Por su parte, cuando un cuerpo se lanza sobre una mesa y bajo la acción del rozamiento se detiene, la energía cinética desaparecida representa una medida del movimiento transformado en energía térmica, es decir, en energía de movimiento de las moléculas de las superficies del bloque y la mesa. En este caso, la cantidad de movimiento perdida por el bloque no resulta útil.

Otras veces, como en el choque de dos canicas, ambas magnitudes, energía cinética y cantidad de movimiento pueden resultar igualmente útiles.

Ejemplo 2.5. Considera que la experiencia descrita en el ejemplo 2.4, en la cual se conserva la cantidad de movimiento, se realiza en un buque que navega con velocidad constante $\vec{v}_b$. a) ¿Cuál será, desde tierra, la cantidad de movimiento del sistema proyectil-carrito justamente antes del choque, b) ¿cuál será la cantidad de movimiento del sistema después que el proyectil se ha adherido? c) ¿se conservará la cantidad de movimiento del sistema?



a) La velocidad del proyectil la habíamos designamos por $\vec{v}_{o1}$, pero ahora que el fenómeno tiene lugar en el buque y es apreciado desde tierra su velocidad será $\vec{v}_{o1}+\vec{v}_b$. Por su parte, la velocidad del carrito era nula, pero ahora será la que lleva el buque, $\vec{v}_b$. Por consiguiente, la cantidad de movimiento del sistema proyectil-carrito justamente antes de que el proyectil se adhiera es:

$$\vec{P}_o = m_1(\vec{v}_{o1}+\vec{v}_b)+m_2\vec{v}_b$$

Observa que ahora la cantidad de movimiento del sistema antes de la interacción es diferente a la que tenía en tierra (en aquel caso era simplemente $m_1\vec{v}_{o1}$).

b) La velocidad común del carrito y el proyectil luego que éste se adhiere la habíamos designado por $\vec{v}$. Ahora, apreciada desde tierra será $\vec{v}+\vec{v}_b$. De ahí que la cantidad de movimiento después de la interacción sea:

$$\vec{P} = (m_1+m_2)(\vec{v}+\vec{v}_b)$$

Nota que ésta tampoco coincide con la que tenía el sistema después de la interacción cuando el fenómeno ocurría en tierra (en aquél caso era $(m_1+m_2)\vec{v}$).

c) Decidir si se cumple la conservación de la cantidad de movimiento cuando el fenómeno ocurre en el buque supone comprobar si también en este caso $\vec{P}_o=\vec{P}$, es decir, si:

$$m_1(\vec{v}_{o1}+\vec{v}_b)+m_2\vec{v}_b = (m_1+m_2)(\vec{v}+\vec{v}_b)$$

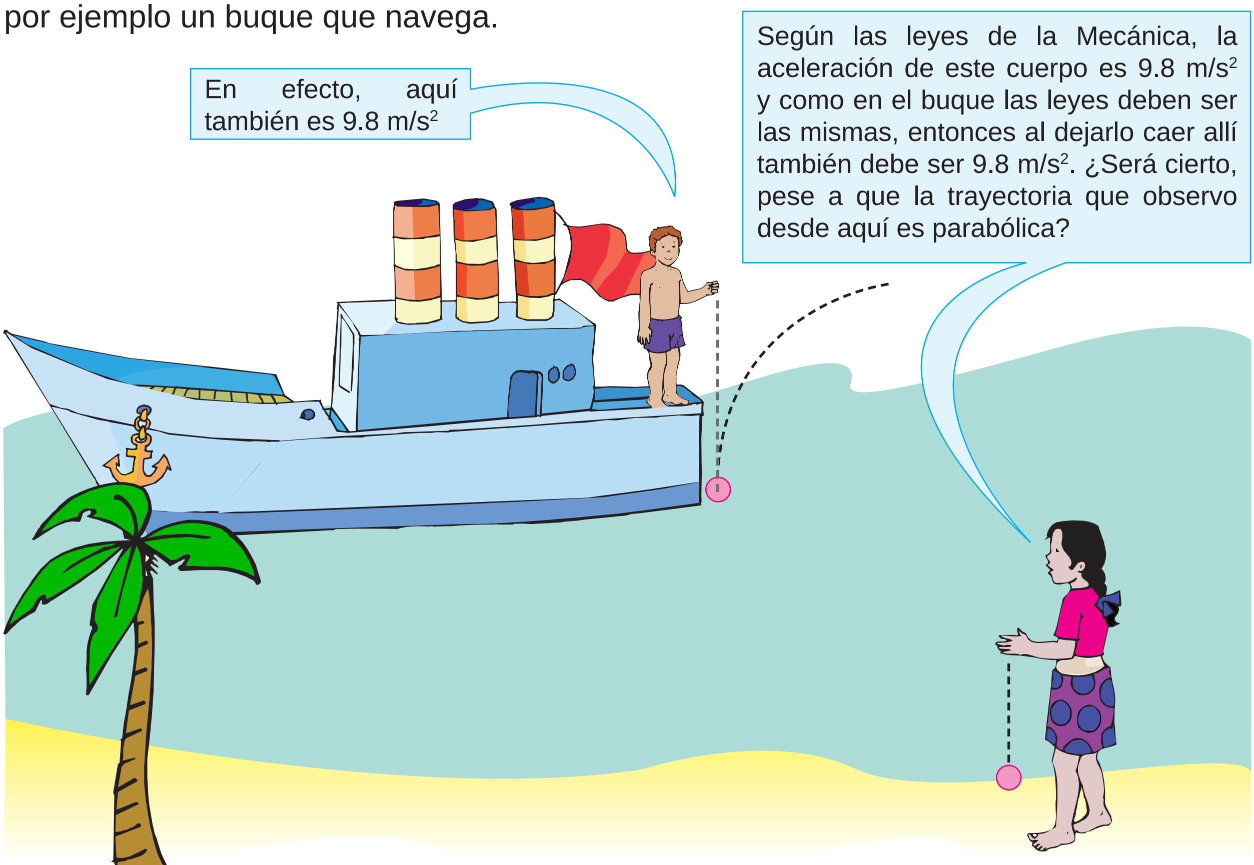
Desarrollando y reagrupando convenientemente los términos de cada miembro de la ecuación se tiene:

$$m_1\vec{v}_{o1} + (m_1 + m_2)\vec{v}_b = (m_1 + m_2)\vec{v} + (m_1 + m_2)\vec{v}_b$$

Observa que los segundos términos de cada miembro de esa ecuación son iguales. Por otra parte, como partimos de que en tierra la cantidad de movimiento del sistema analizado se conserva, entonces $m_1\vec{v}_{o1} = (m_1 + m_2)\vec{v}$, o sea, el primer término del lado izquierdo es igual al primer término del lado derecho. Por tanto, el primer miembro de la ecuación anterior es, en efecto, igual al segundo.

En conclusión, cuando la experiencia se realiza en el buque, $\vec{P}_o$ y $\vec{P}$ no son los mismos que cuando se realiza en tierra, como se mostró en los incisos a) y b), pero de todos modos se sigue cumpliendo que $\vec{P}_o = \vec{P}$.

Resulta de gran trascendencia el hecho de que la conclusión obtenida en el ejemplo anterior sea válida no solo para la ley de conservación de la cantidad de movimiento, sino **para todas las leyes de la Física**: si éstas se cumplen en relación con cierto cuerpo, digamos tierra, entonces también se cumplen en relación con cualquier otro cuerpo que se mueva a velocidad constante respecto al primero, por ejemplo un buque que navega.



A esta conclusión llegó ya Galileo en su tiempo en lo que se refiere a la Mecánica, lo que se conoce como **principio de relatividad de Galileo**. Sin embargo, hacia finales del siglo XIX el descubrimiento de nuevas leyes de la Física, las de la Electrodinámica, hizo dudar a la mayoría de los físicos que la conclusión anterior también fuera cierta para esas nuevas leyes. A principios del siglo XX Einstein mostró que la conclusión sí era válida para todas las leyes de la Física, pero que debían revisarse algunas ideas y conceptos fundamentales. Y uno de los conceptos que requirió ser modificado fue el de cantidad de movimiento.

Einstein demostró que en realidad la magnitud $\vec{p} = m\vec{v}$ puede conservarse al analizar los fenómenos en relación con un cuerpo y no conservarse cuando se analizan en relación con otro que se mueve a velocidad constante respecto al primero, solo que esto se hace notable únicamente cuando dicha velocidad es muy grande comparada con la de la luz. Al propio tiempo, indicó que la salida a esta dificultad estaba en considerar que la cantidad de movimiento de un cuerpo es:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

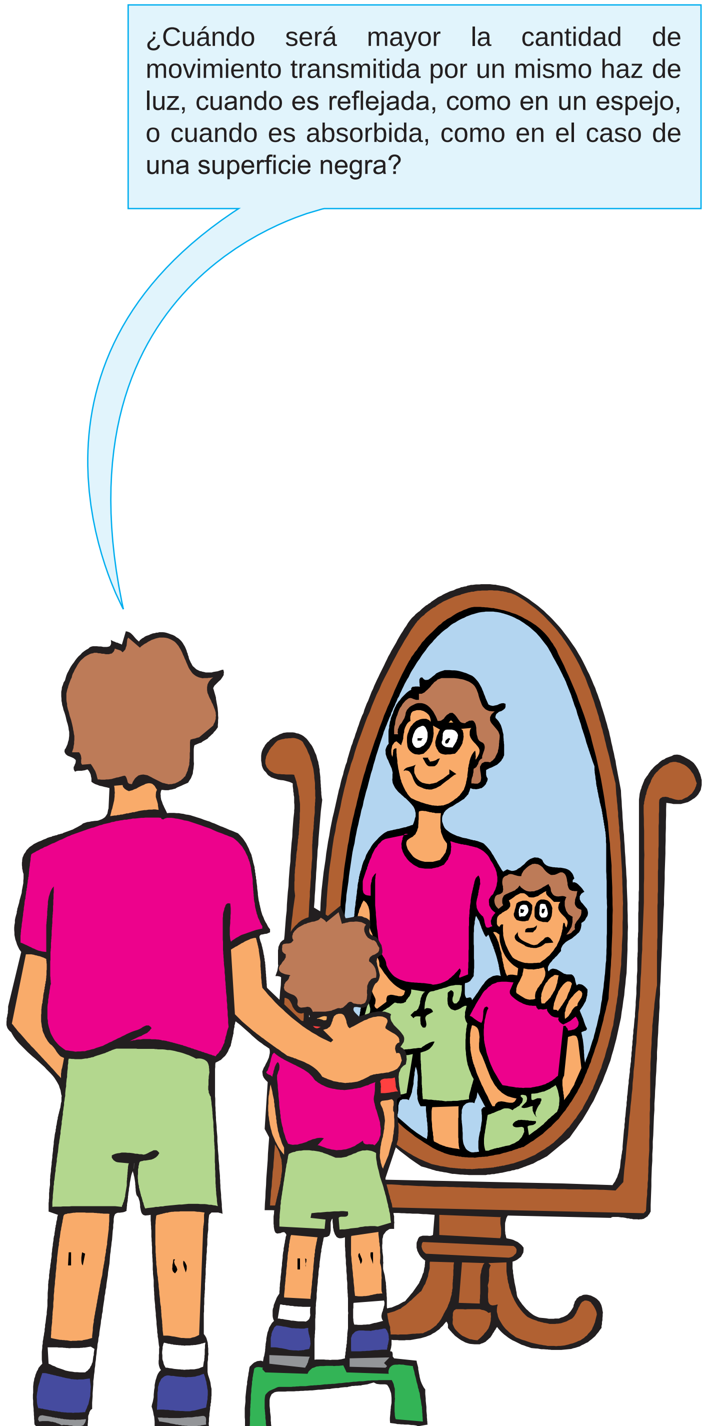
donde c es la velocidad de la luz en el vacío y $\vec{v}$ (3 x 10^8 m/s) la velocidad del cuerpo. Observa que si $v \ll c$, entonces $v^2/c^2 \approx 0$ y $\vec{p} \approx m\vec{v}$. O sea, cuando la velocidad de los cuerpos es muy pequeña comparada con la de la luz, lo que se cumple en todos los casos habituales, $\vec{p} = m\vec{v}$ representa bien a la cantidad de movimiento del cuerpo, pero si la velocidad es comparable con la de la luz, entonces debe utilizarse la nueva ecuación.

Una serie de hechos condujeron a un cambio todavía más significativo en el concepto de cantidad de movimiento, al requerirse su ampliación. En particular, se puso de manifiesto que cuando la luz incide sobre los cuerpos éstos reciben además de energía, cantidad de movimiento, lo cual indica que la luz posee cantidad de movimiento. Pero como sabes, la m en las expresiones de la cantidad de movimiento representa la masa de los cuerpos, y la luz no posee masa. ¿Cómo determinar entonces su cantidad de movimiento? Se encontró que debe hacerse mediante la ecuación:

$$p = \frac{E}{c}$$

Donde E es la energía del haz luminoso y c la velocidad de la luz en el vacío. Recuerda que el valor de c es muy grande, 3.0×10^8 m/s. Por eso, aún cuando el haz de luz sea muy intenso, su cantidad de movimiento y, por tanto, la fuerza que origina al incidir sobre un cuerpo, es extremadamente pequeña. No obstante, dicha fuerza ha sido medida utilizando instrumentos muy sensibles y se ha confirmado la ecuación anterior.

Lo expuesto evidencia que aunque aquí hayamos obtenido la ley de conservación de la cantidad de movimiento a partir de las leyes de Newton, en realidad, como hemos recalcado en otras ocasiones, la ley de conservación es más general. Es válida aún en aquellos casos que no lo son las leyes de Newton, por ejemplo, cuando los cuerpos se mueven a velocidades comparables con la de la luz, o cuando se trata de la acción de la luz sobre ellos.



Ejemplo. 2.6. La intensidad de la radiación solar, en el límite exterior de la atmósfera terrestre es alrededor de 0.13 J por segundo y por centímetro cuadrado. a) ¿Qué fuerza ejercerá al incidir perpendicularmente sobre el espejo de un satélite de 12 cm de largo y 10 cm de ancho? b) Compara dicha fuerza con el peso de un cuerpo de masa 1 g.

La fuerza ejercida sobre un cuerpo es igual a la rapidez con que se le transmite cantidad de movimiento:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Como la radiación incide perpendicularmente al espejo, ella se refleja en la misma dirección que incide. Por otra parte, supondremos que el espejo es muy bueno y que prácticamente toda la radiación incidente es reflejada. Por eso, si p es la magnitud de la cantidad de movimiento de la radiación y elegimos como sentido positivo el que se aleja del espejo, entonces la cantidad de movimiento con que incide es $p_i = -p$ y con que se refleja $p_r = p$.

En consecuencia:

$$\Delta p = (p_r - p_i) = (p - (-p)) = 2p$$

Y como $p = \dfrac{E}{c}$, queda: $\Delta p = \dfrac{2E}{c}$

Por tanto: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{2E}{c\Delta t}$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$F = \frac{2(0.13\text{ J})}{\left(3.0\times10^{8}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)(1\text{ s})} = 8.7\times10^{-10}\text{ N}$$

Ésa es la fuerza ejercida por la radiación por cada centímetro cuadrado. Como el área del espejo es 12 cm x 10 cm = 120 cm^2, la fuerza total es:

$$F_{esp} = 120(8.7\times10^{-10}\text{ N}) = 1\times10^{-7}\text{ N}$$

b) El peso de un cuerpo de masa 1 g es:

$$F_g = mg = (1\times10^{-3}\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 1\times10^{-2}\text{ N}$$

Para comparar las fuerzas podemos hallar la razón:

$$\frac{F_g}{F_{esp}} = \frac{1\times10^{-2}\ \text{N}}{1\times10^{-7}\ \text{N}} = 1\times10^5$$

La fuerza ejercida por la radiación sobre el espejo es unas cien mil veces menor que el peso de un cuerpo de masa 1 g.

Los satélites de la Tierra están muy distantes del Sol, por lo que la intensidad de la radiación y, en consecuencia la fuerza originada por ella, es muy pequeña. Pero en los cometas, que se aproximan mucho al Sol, la presión producida por la radiación es muy notable, junto al viento solar (gases expulsados por el Sol) influye en su cabellera y cola.

Abordaremos ahora las siguientes preguntas planteadas al inicio de la unidad: *¿A qué se llama choque en Física?* y *¿Cómo analizarlos utilizando las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento?*

2.5. Choque y sus tipos.

La noción de choque o colisión es común en la vida cotidiana. Así, se habla del choque de dos vehículos, de dos canicas, de un bate y una pelota, etc. El proyectil que se adhiere al carrito considerado en los ejemplos 2.4 y 2.5 también es un ejemplo de choque.

Dos características comunes poseen las situaciones anteriores: el pequeño tiempo que dura la interacción entre los cuerpos y el hecho de que no se presta atención a lo que ocurre en ella, sino solo antes y después. A partir de aquí podemos decir que:

Se denomina **choque o colisión** a una interacción que tiene lugar en un pequeño intervalo de tiempo, durante el cual no se examina lo que ocurre.

En los ejemplos mencionados, la interacción entre los cuerpos se realiza cuando ellos entran **en contacto**. Ésta es la noción habitual de choque. Sin embargo, si prestamos atención al concepto que acabamos de dar, advertiremos que otros tipos de interacciones, comúnmente no consideradas como choques, en realidad también lo son, entre ellas los choques **sin contacto entre los cuerpos** y los **"explosivos"**. Veamos algunos ejemplos de éstos:

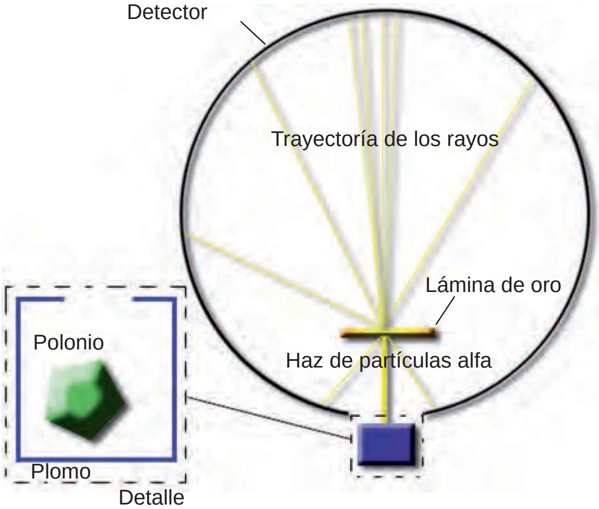


Fig. 2.6. Esquema del experimento de Rutherford y sus colaboradores. Al bombardear una fina lámina de oro con partículas alfa, éstas son desviadas. Solo una ínfima cantidad rebota directamente hacia atrás, lo que sugirió que prácticamente toda la masa de los átomos se concentra en una pequeñísima región con carga eléctrica positiva.

a) Choques **sin contacto** entre los cuerpos. Ejemplo típico es la desviación de la trayectoria seguida por una partícula alfa debido a la fuerza de repulsión ejercida sobre ella por un núcleo atómico (Fig. 2.6).

Otro ejemplo de este tipo de choque que tiene especial interés es el denominado "encuentro cercano", utilizado en los vuelos cósmicos hacia lugares del sistema solar muy distantes de la Tierra. Estos vuelos se diseñan de tal modo que la nave realiza un encuentro transitorio con algún planeta más cercano, entrando en órbita alrededor de él temporalmente (Fig.2.7). Como resultado de este "choque" o encuentro entre el planeta y la nave, cuando éste deja al planeta su velocidad ha aumentado. Ocurre como si la nave se impulsara, con el consiguiente ahorro de energía, debido a lo cual se dice que estos vuelos son asistidos, o propulsados, por gravedad. En el ejemplo 2.12 analizaremos cómo se explica este aumento de velocidad de la nave.

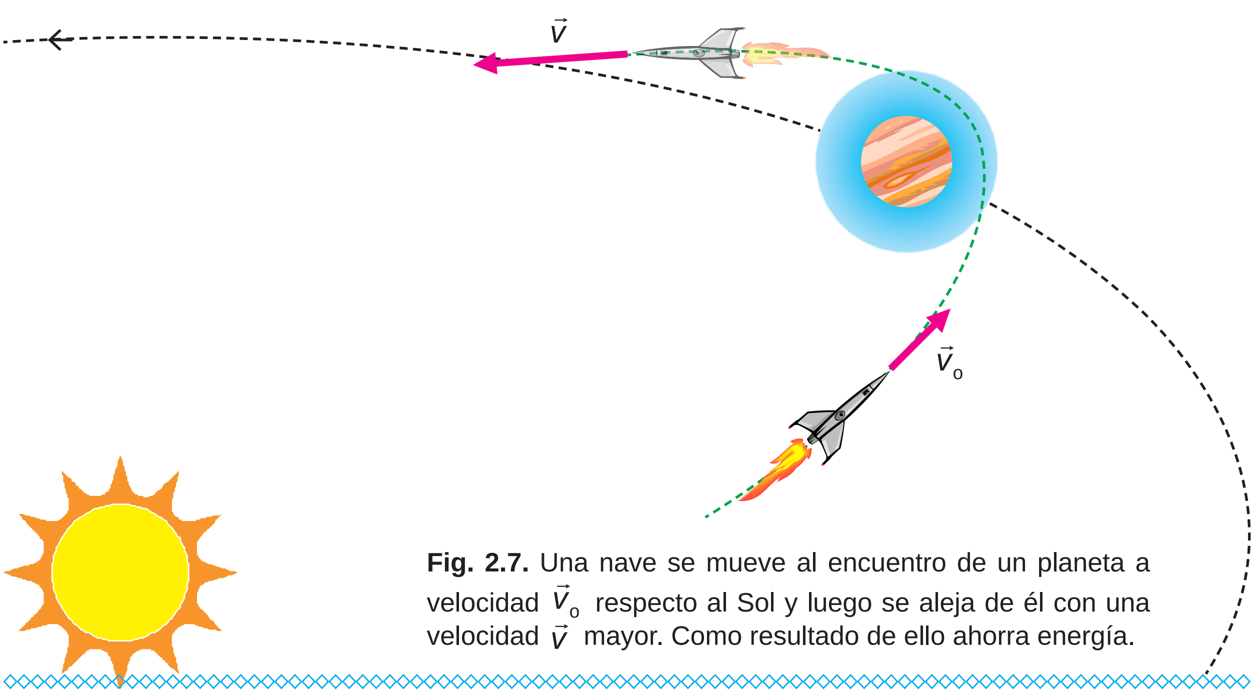


Fig. 2.7. Una nave se mueve al encuentro de un planeta a velocidad $\vec{v}_o$ respecto al Sol y luego se aleja de él con una velocidad $\vec{v}$ mayor. Como resultado de ello ahorra energía.

b) Choques **explosivos**. Ejemplos de éstos son: la explosión de una granada, la interacción de un carrito con otro por medio de un resorte comprimido entre ellos (Fig. 2.3b), la desintegración de un elemento radiactivo, como por ejemplo el radio, dando lugar a radón y una partícula alfa ($Ra \rightarrow Rn + \alpha$). Observa que en los tres casos, el sistema se separa en partes, como en una explosión.

Todos los choques pueden ser clasificados en dos grandes grupos: **perfectamente elásticos** e **inelásticos**.

La característica distintiva de los perfectamente elásticos es que no se producen cambios en otras propiedades de los cuerpos que interaccionan que no sean las relativas a sus movimientos. Volumen, forma, temperatura, composición química y otras propiedades siguen siendo las mismas después de la interacción que antes de ella. Esto significa que la energía cinética que poseen puede ser intercambiada entre los cuerpos, pero que ninguna porción de ella es transformada en otro tipo de energía, ni tampoco otros tipos de energía son transformados en cinética. En otras palabras:

En los **choques perfectamente elásticos** se conserva la *energía cinética total* de los cuerpos que interaccionan.

Cuando dos canicas chocan entre sí, escuchamos un sonido, lo que indica que se ha propagado energía por el espacio. ¿Cómo es posible entonces que pueda considerarse que la energía cinética se conserva?

Ejemplos de choques que pueden considerarse perfectamente elásticos son los de las partículas alfa con los núcleos de los átomos en un experimento como el de Rutherford (Fig. 2.6) y el encuentro de la nave cósmica con un planeta (Fig. 2.7). Aunque en la vida cotidiana realmente no tienen lugar choques "perfectamente" elásticos, algunos se aproximan, como por ejemplo, el choque de dos canicas o de dos bolas de billar.

Menciona ejemplos de choques en que se transforma: a) energía cinética en otros tipos de energía, b) otros tipos de energía en cinética.

Este choque tiene que ser inelástico, pues las propiedades de los autos han cambiado ¡y de qué modo!

La inmensa mayoría de los choques que observamos comúnmente son inelásticos. En éstos cambian otras propiedades de los cuerpos además de las relativas al movimiento, parte de la energía cinética que poseen se transforma en otro tipo de energía, o a la inversa, otro tipo de energía es transformado en cinética. Por consiguiente:

En los choques inelásticos *no se conserva la energía cinética total* de los cuerpos que interaccionan.

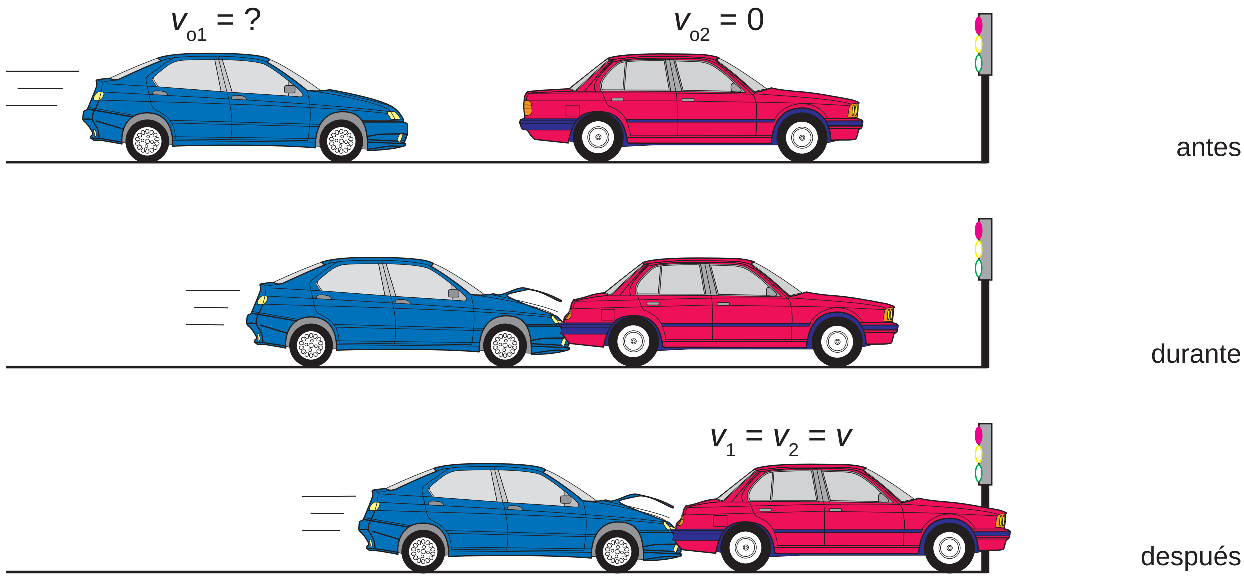
Entre los choques inelásticos cabe mencionar dos tipos especiales: los explosivos, de los cuales ya hemos dado varios ejemplos, y los **totalmente inelásticos**, o **plásticos**, caracterizados porque después de la interacción, ambos cuerpos poseen igual velocidad. Un ejemplo de choque totalmente inelástico es el proyectil que se adhiere al carrito considerado en los ejemplos 2.4 y 2.5. Después del choque, ambos, proyectil y carrito, tienen igual velocidad. Observa que mientras en los choques explosivos la **energía cinética** de los cuerpos aumenta, en los plásticos disminuye. En ninguno de los dos se conserva.

Analicemos ahora varios ejemplos de choque utilizando las leyes de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía. Primeramente consideraremos choques en que el movimiento de los cuerpos, antes y después de la interacción, tiene lugar en una misma dirección. Éstos frecuentemente se denominan **choques unidimensionales**. Luego examinaremos otros ejemplos en que el movimiento se realiza en un plano, denominados **choques bidimensionales**.

2.5.1. Choques unidimensionales.

Como en este caso las cantidades de movimiento de los cuerpos que chocan están en una misma dirección, no se requiere trabajar con vectores, sino solo tener en cuenta el sentido del movimiento de los cuerpos. Luego de elegir un sentido como positivo (lo cual, como sabes, es convencional), los valores numéricos de las velocidades serán positivos o negativos, dependiendo del sentido del movimiento.

Ejemplo 2.7. Un vehículo colisiona con otro que está estacionado en un semáforo y juntos deslizan cierto tramo. El chofer del vehículo impactado dice que el otro iba a más de 40 km/h, mientras que éste afirma que no es cierto. Los peritos miden las trazas de la ruedas en el pavimento y determinan que la velocidad conjunta de los vehículos justamente después del choque fue de 22 km/h. La masa del vehículo en reposo era 2 600 kg y la del que lo impactó 1850 kg. ¿Cuál de los choferes tiene razón?



La fuerza de gravedad de los vehículos es compensada con la fuerza de reacción normal del pavimento sobre ellos. Por su parte, en el intervalo de tiempo que dura el choque, el impulso de las fuerzas de rozamiento entre el pavimento y las ruedas de los carros puede despreciarse. En consecuencia, durante el choque el sistema formado por los dos vehículos puede considerarse aislado y, por tanto, utilizarse la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en este caso es:

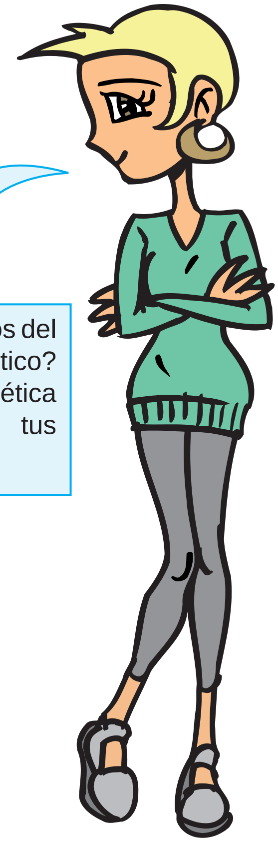
$$P_{oT} = P_T$$

$$p_{o1} + p_{o2} = p_1 + p_2$$

$$m_1v_{o1} + m_2\cancelto{0}{v_{o2}} = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$m_1v_{o1} = (m_1 + m_2)v$$

en la cual m_1 y v_{o1} son la masa y velocidad del vehículo que impacta, m_2 la masa del estacionado y v la velocidad conjunta inmediatamente después del choque.



> ¿Será el choque de los vehículos del ejemplo 2.7, elástico o inelástico? ¿Se conservará la energía cinética en el choque? Argumenta tus respuestas.

De donde:

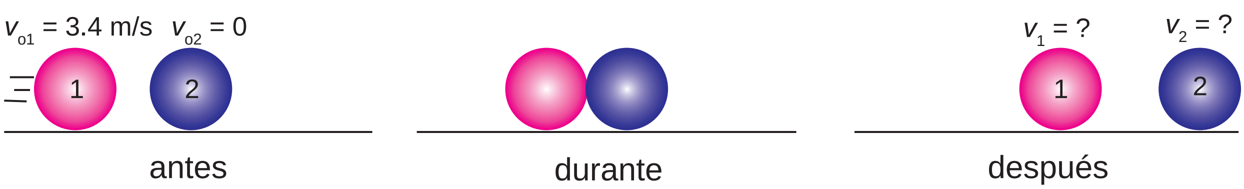
$$v_{o1} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)v$$

Sustituyendo los valores numéricos en la ecuación:

$$v_{o1} = \left(\frac{1850 \text{ kg} + 2600 \text{ kg}}{1850 \text{ kg}}\right)\left(22 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) = 53 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

De aquí se ve que el chofer del vehículo impactado es quien tiene la razón.

Ejemplo 2.8. Una canica con velocidad horizontal de 3.4 m/s impacta a otra de igual masa que está en reposo en el piso. El movimiento de las canicas tiene lugar según la línea que une sus centros. Halla la velocidad de cada canica inmediatamente después de la colisión.



En el pequeño intervalo de tiempo que dura la interacción, el sistema formado por las dos canicas puede considerarse como aislado, por lo que es posible utilizar la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Si m es la masa de las canicas (tienen igual masa), v_{o1} la velocidad de la canica incidente y v_1 y v_2 sus velocidades después del choque, entonces la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$P_{oT} = P_T$$

$$p_{o1} + \cancelto{0}{p_{o2}} = p_1 + p_2$$

$$mv_{o1} = mv_1 + mv_2$$

Dividiendo toda la ecuación entre *m* se simplifica:

$$v_{o1} = v_1 + v_2 \longrightarrow \quad (1)$$

Con esta sola ecuación no es posible hallar las velocidades de las canicas después del choque, pues el único dato que se tiene es la velocidad de la canica incidente, v_{o1}. Las velocidades de las canicas después del choque, v_1 y v_2, ambas son incógnitas.

Sin embargo, como ya hemos dicho, el choque de canicas es uno de los casos que en la vida habitual puede ser considerado perfectamente elástico, es decir, en el cual se conserva la energía cinética del sistema.

La ecuación de conservación de la energía cinética es:

$$E_{CoT} = E_{CT}$$

$$E_{Co1} + \cancelto{0}{E_{Co2}} = E_{C1} + E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv_{o1}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación entre ½ *m* se simplifica:

$$v_{o1}^2 = v_1^2 + v_2^2 \longrightarrow \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (v_1 y v_2), el cual puede ser resuelto por cualquiera de los procedimientos conocidos. Utilicemos el procedimiento común de sustitución. Despejando v_1 en la ecuación (1):

$$v_1 = v_{o1} - v_2$$

Sustituyendo en la ecuación (2) y resolviendo para v_2:

$$v_{o1}^2 = \left(v_{o1} - v_2\right)^2 + v_2^2$$

$$v_{o1}^2 = v_{o1}^2 - 2v_{o1}v_2 + v_2^2 + v_2^2$$

$$0 = -2v_{o1}v_2 + 2v_2^2$$

Finalmente: $v_2 = v_{o1}$

Esto significa que después del choque la velocidad de la canica que estaba en reposo es igual a la que tenía la canica incidente, o sea, 3.4 m/s.

Sustituyendo el resultado anterior en la ecuación (1) se tiene:

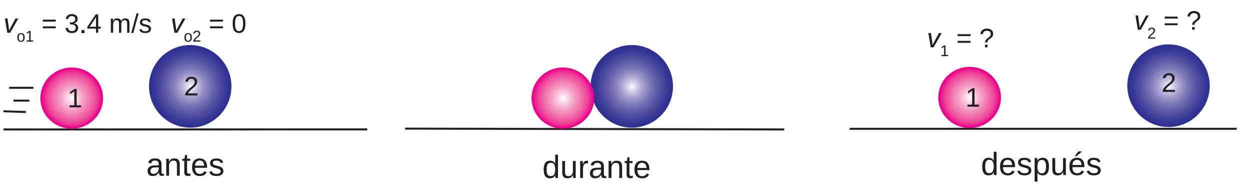
$$v_{o1} = v_1 + v_{o1}$$

De donde: $v_1 = 0$

Es decir, después del choque la canica incidente queda en reposo.

Como puedes ver, los resultados encontrados coinciden con los que seguramente has observado varias veces al jugar con canicas. Esta coincidencia apoya la suposición realizada de que en el choque de canicas es posible considerar que la energía cinética se conserva.

Ejemplo 2.9. Resuelve nuevamente el problema anterior, pero ahora considera que las masas de las canicas son distintas, la de la canica incidente 10 g y la otra 15 g. Recuerda que la velocidad de la canica incidente es 3.4 m/s y que la otra está en reposo.



Llamándole 1 a la canica incidente y 2 a la que está en reposo, la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$P_{oT} = P_T$$

$$p_{o1} + \cancelto{0}{p_{o2}} = p_1 + p_2$$

$$m_1 v_{o1} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \longrightarrow (1)$$

Y la ecuación de conservación de la energía cinética:

$$E_{CoT} = E_{CT}$$

$$E_{Co1} + \cancelto{0}{E_{Co2}} = E_{C1} + E_{C2}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{o1}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Esta se simplifica algo si se multiplica por dos:

$$m_1 v_{o1}^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \longrightarrow (2)$$

Observa que en este caso el sistema de ecuaciones (1) y (2) resulta más complejo que en el problema anterior, debido a que las masas de las canicas son distintas. Pero una manipulación inteligente de las ecuaciones facilita la solución.

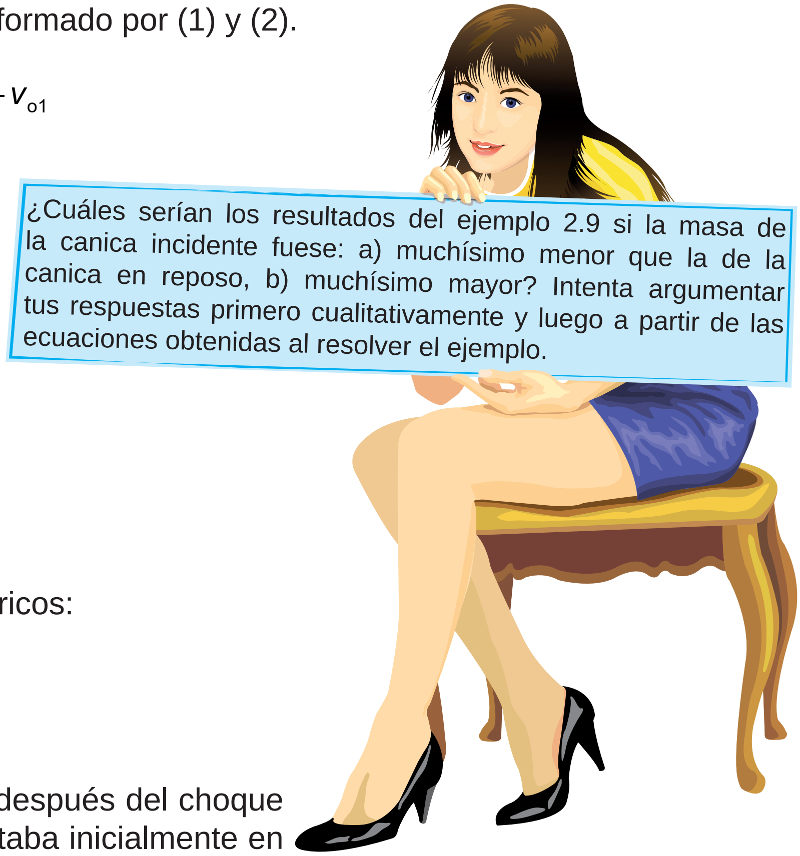
Así, la ecuación (1) puede escribirse: $m_1 (v_{o1} - v_1) = m_2 v_2$

Y la ecuación (2): $m_1 (v_{o1}^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2$

Si esta segunda ecuación se divide entre la primera, entonces se obtiene una nueva ecuación, en la cual no intervienen las masas, ni las velocidades están elevadas al cuadrado:

$v_{o1} + v_1 = v_2 \longrightarrow$ (3)

Ahora el sistema de ecuaciones a resolver está formado por las ecuaciones (1) y (3), que resulta más simple que el formado por (1) y (2).



Despejando v_1 en (3): $v_1 = v_2 - v_{o1}$

Sustituyendo en (1):

$$m_1 v_{o1} = m_1 (v_2 - v_{o1}) + m_2 v_2$$

Resolviendo para v_2:

$$m_1 v_{o1} = m_1 v_2 - m_1 v_{o1} + m_2 v_2$$

$$2m_1 v_{o1} = (m_1 + m_2) v_2$$

$$v_2 = \frac{2m_1 v_{o1}}{m_1 + m_2}$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$v_2 = \frac{2(10 \text{ g})\left(3.4 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{10 \text{ g} + 15 \text{ g}} = 2.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ésa es la velocidad que tiene después del choque la canica 2, es decir, la que estaba inicialmente en reposo.

Para hallar la velocidad de la canica 1 despejamos v_1 en la ecuación (3) y sustituimos el resultado anteriormente obtenido:

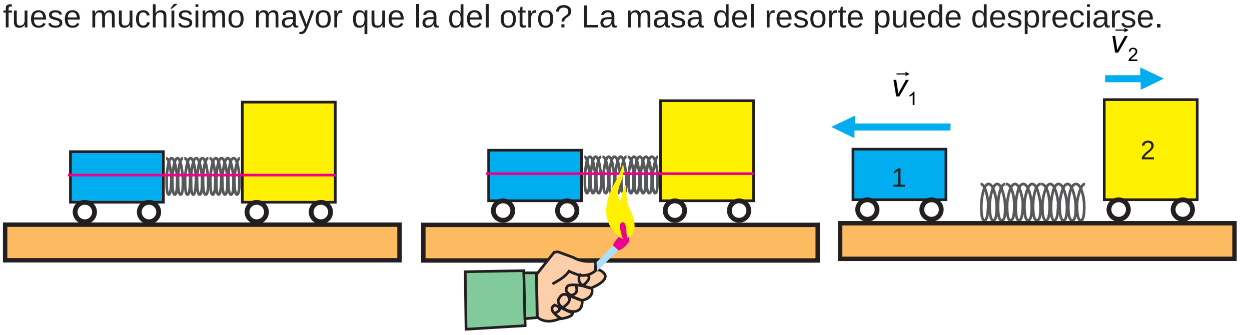
$$v_1 = v_2 - v_{o1} = 2.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3.4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -0.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nota que en este caso la velocidad es negativa, lo que significa que después del choque la canica 1 se mueve en sentido contrario al que tenía inicialmente, o sea rebota.

El procedimiento utilizado en este ejemplo para resolver el sistema de ecuaciones puede ser empleado en otros casos de choques elásticos más complejos, como por ejemplo, cuando ambos cuerpos están inicialmente en movimiento. También pudo haberse utilizado al resolver el problema anterior, pero allí el sistema de ecuaciones era simple y por eso seguimos el procedimiento habitual.

Te dejamos como tarea calcular las velocidades de las canicas e interpretar los resultados, en el caso que la canica incidente sea la de 15 g y la que está en reposo la de 10 g.

Ejemplo 2.10. En una mesa se sitúan dos carritos con un resorte de constante elástica 420 N/m entre ellos, comprimido 6.0 cm. El conjunto se mantiene de ese modo gracias a una liga que va de un carrito a otro. La masa de un carrito es m_1 = 1.00 kg y la del otro m_2 = 2.00 kg. Los carritos se liberan quemando la liga que los sujeta con la llama de un fósforo. a) ¿Qué velocidad adquiere cada carrito como resultado de la interacción entre ellos? b) ¿Qué sucedería con las velocidades de los carritos si la masa de uno de ellos fuese muchísimo mayor que la del otro? La masa del resorte puede despreciarse.



a) En el intervalo de tiempo que dura la interacción, el sistema formado por los dos carritos puede considerarse aislado. Puesto que ambos carritos están inicialmente en reposo, la cantidad de movimiento del sistema antes de la interacción es nula, por lo que después de ella también lo será. La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es, pues:

$$P_{oT} = P_T$$

$$\cancelto{0}{p_{o1}} + \cancelto{0}{p_{o2}} = p_1 + p_2$$

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \longrightarrow \quad (1)$$

De la ecuación anterior se obtiene

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right) v_2$$

de donde se ve que la velocidades de los carritos tienen sentidos opuestos. También se aprecia que como m_2 es el doble que m_1, entonces v_1 es doble que v_2, es decir, al carrito de menor masa corresponde la mayor velocidad. Esto confirma la intuición que seguramente tenías, acerca de la situación que analizamos. Sin embargo, solo con la ecuación (1) es imposible hallar los valores de las velocidades, se requiere otra ecuación.

Nota que en este caso la energía cinética del sistema no se conserva, inicialmente era cero y luego de la interacción tiene cierto valor. Por eso no es posible utilizar como segunda ecuación la de conservación de la energía cinética. No obstante, ya que la interacción entre los carritos se realiza a través de la fuerza elástica y ésta es conservativa, la energía mecánica total (cinética más potencial elástica) sí se conserva y es posible escribir la ecuación correspondiente. Así, si E_{Mo} es la energía mecánica total del sistema antes de la interacción y E_M justamente después de ella, entonces la conservación de la energía implica:

$$E_{Mo} = E_M$$

$$E_{po} + \cancelto{0}{E_{Co}} = \cancelto{0}{E_p} + E_C$$

Pero en este caso E_{Co} es cero, debido a que los dos carritos están inicialmente en reposo. E_p también es cero, porque luego que termina la interacción el sistema no posee energía potencial.

Por tanto la ecuación anterior queda: $E_{po} = E_C$

En consecuencia, la ecuación de conservación de la energía mecánica total del sistema es:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

La ecuación se simplifica algo al multiplicarla por 2:

$$kx^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2 \longrightarrow (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema en el cual las incógnitas son v_1 y v_2. Despejando v_1 de (1):

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right)v_2$$

Sustituyendo esa expresión en (2) y resolviendo para v_2, es decir, para la velocidad del carrito de mayor masa:

$$kx^2 = m_1\left(-\frac{m_2}{m_1}v_2\right)^2 + m_2v_2^2$$

$$kx^2 = \frac{m_2^2}{m_1}v_2^2 + m_2v_2^2 = \left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)m_2v_2^2$$

$$v_2^2 = \frac{kx^2}{\left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)m_2} \qquad v_2 = x\sqrt{\frac{k}{\left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)m_2}} = (0.060\text{ m})\sqrt{\frac{450\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{\left(\frac{2.00\text{ kg}}{1.00\text{ kg}}+1\right)(2.00\text{ kg})}} = 0.50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para hallar la velocidad del otro carrito, colocamos el resultado obtenido en la ecuación:

$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right)v_2$. Sustituyendo, obtenemos $v_1 = -\left(\frac{2.00\ \text{kg}}{1.00\ \text{kg}}\right)\left(0.50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = -1.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

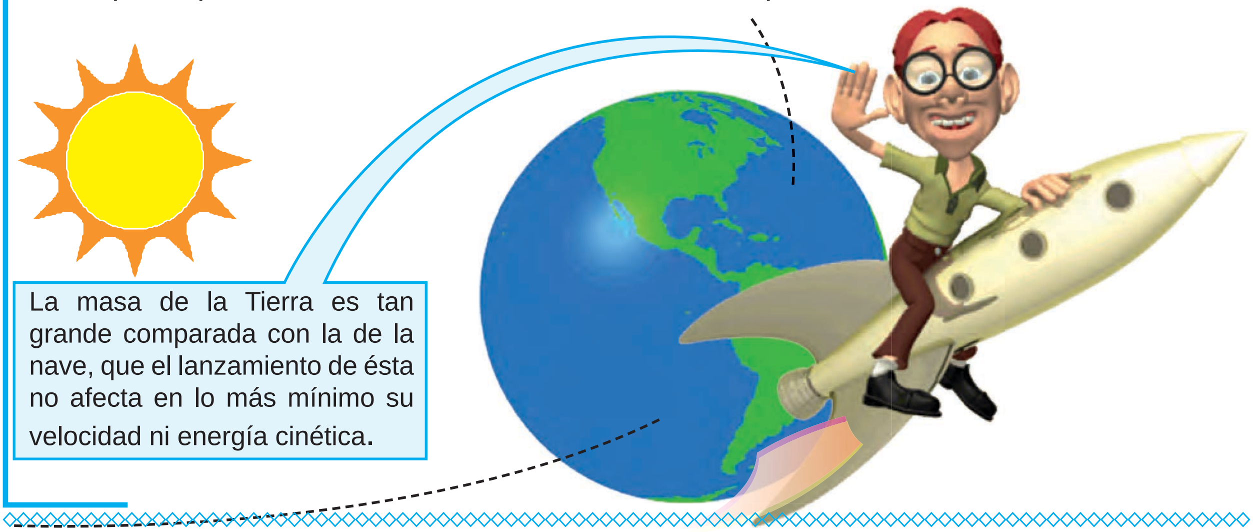
El signo “menos” significa, como ya sabes, que la velocidad de este carrito es contraria a la del otro. Observa que la velocidad del carrito ligero es tantas veces mayor que la del otro como número de veces menor es su masa.

b) Como acabamos de señalar, las velocidades que adquieren los carritos están en proporción inversa a sus masas. Por eso, si la masa del carrito 2 fuese mucho mayor que la del 1, su velocidad sería mucho menor que la de éste. Esto se hace evidente de la ecuación:

$$v_2 = -\left(\frac{m_1}{m_2}\right)v_1$$

Por ejemplo, si m_2 es 100 veces mayor que m_1, entonces $m_1/m_2 = 0.01$, con lo cual $v_2 = -0.01v_1$; si es 1000 veces mayor, entonces $v_2 = -0.001v_1$, etc. En conclusión, si la masa de un carrito fuese muchísimo mayor que la del otro, dicho carrito apenas se vería afectado por la interacción con el de menor masa.

Algo parecido es lo que ocurre al lanzar una pelota verticalmente hacia arriba. Si consideramos el sistema pelota-Tierra, según la ley de conservación de la cantidad de movimiento, la Tierra debe variar su cantidad de movimiento en igual magnitud y sentido contrario que la pelota. Pero la masa de la Tierra (¡6.0×10^{24} kg!) no es cien, ni mil, ni siquiera miles de millones de veces la de la pelota, sino un número todavía muchísimo mayor. Por consiguiente, la velocidad de la Tierra no se afecta en lo más mínimo al lanzar una pelota, ni siquiera al lanzar al espacio cósmico un cuerpo de mucha mayor masa que la pelota, como es el caso de las naves espaciales.



La masa de la Tierra es tan grande comparada con la de la nave, que el lanzamiento de ésta no afecta en lo más mínimo su velocidad ni energía cinética.

Ejemplo 2.11. Analiza nuevamente, ahora teniendo en cuenta la ley de conservación de la cantidad de movimiento, el inciso b) del ejemplo 1.16: El radio 226 se desintegra espontáneamente en radón 222 y una partícula alfa. Durante la desintegración, la masa del sistema disminuye en 8.52 x 10^{-30} kg. a) ¿Cuál es la energía cinética total del radón y la partícula alfa? b) Estima la velocidad de la partícula alfa, su masa es 4.0 u, que equivale a 6.65 x 10^{-27} kg.

En la unidad anterior, para responder el inciso b) de este problema utilizamos la intuición e hicimos una simplificación, ya que todavía desconocías la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Ahora profundizaremos en ello.

La desintegración radiactiva es, como sabes, un “choque” de tipo explosivo. Observa que la desintegración del radio en radón y una partícula alfa, de cierto modo es parecida a la separación de los carritos del ejemplo anterior. En ambos casos se trata de un sistema cuyas partes se separan con cierta velocidad, y la energía cinética que adquieren dichas partes procede de la energía interna del sistema. Por consiguiente, la solución de este problema es muy parecida a la del anterior.

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$\cancelto{0}{P_{oT}} = P_T$$

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \longrightarrow \quad (1)$$

Donde supondremos que el subíndice 1 corresponde al radón y el subíndice 2 a la partícula alfa.

De ahí que:

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right) v_2$$

De esta ecuación se ve que el radón y la partícula alfa se mueven en sentidos opuestos. Por otra parte, dicha ecuación posibilita ahora argumentar la suposición que hicimos al resolver el problema en la unidad anterior, acerca de que la velocidad del radón es pequeña comparada con la de la partícula alfa. En efecto, la masa del radón es 222 u y la de la partícula alfa 4.0 u, por lo que la velocidad del radón es:

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right) v_2 = -\left(\frac{4}{222}\right) v_2 = -0.018 v_2$$

o sea, mucho menor que la de la partícula alfa. Esto fue lo que nos permitió en aquella oportunidad considerar que prácticamente toda la energía interna que se transforma en cinética va a parar a energía cinética de la partícula alfa, y simplificar así la solución del problema. Pero ahora lo resolveremos sin realizar tal simplificación. Consideremos, como en efecto es, que una parte de la energía interna se transforma en energía cinética de la partícula alfa y otra parte, aunque mucho menor, en energía cinética del radón, o sea:

$$\Delta E_i = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

Multiplicando esta ecuación por dos se simplifica algo:

$$2\Delta E_i = m_1v_1^2 + m_2v_2^2 \longrightarrow \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, v_1 y v_2. El procedimiento de solución de este sistema es el mismo que en el ejemplo anterior, por lo que no lo repetiremos. Para v_2, que es la velocidad de la partícula alfa, se tiene:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\Delta E_i}{\left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)m_2}}$$

Sustituyamos los valores numéricos en esta ecuación. Para ello recordemos que en la unidad anterior, al responder el inciso a) encontramos ΔE_i = 7.67 x 10^{-13} J. Por consiguiente:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\left(7.67\times10^{-13}\ \text{J}\right)}{\left(\frac{4\ \text{u}}{222\ \text{u}}+1\right)6.65\times10^{-27}\ \text{kg}}} = 1.5\times10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

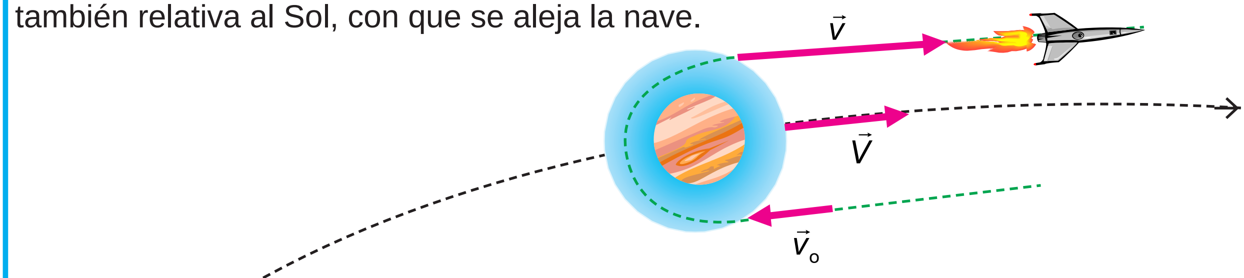
Observa que este resultado para la velocidad de la partícula alfa coincide con el que obtuvimos al resolver el problema en la unidad anterior. En realidad, si hubiésemos expresado los resultados con una cifra significativa más, se habría notado una diferencia entre ellos, pero esa diferencia es tan pequeña que pasa inadvertida al reportarlos con solo dos cifras significativas. Esto evidencia que la suposición que allí realizamos acerca de que la mayor parte de la energía interna que se transforma en cinética va a parar a la partícula alfa fue correcta.

En aquella oportunidad no hallamos la velocidad del radón. Ahora podemos hacerlo:

$$v_1 = -\left(\frac{m_2}{m_1}\right)v_2 = -\left(\frac{4}{222}\right)\left(1.5\times10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = -2.7\times10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

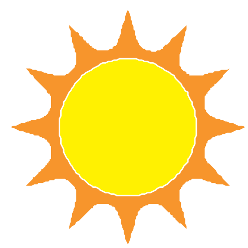
Nota que aunque es mucho más pequeña que la de la partícula alfa (unas 55 veces menor), de todos modos es grande comparada con las velocidades habituales. Algo es pequeño o grande solo en relación con lo que se compara.

Ejemplo 2.12. Una nave viaja con velocidad $\vec{v}_o$ al encuentro de un planeta que se mueve a velocidad $\vec{V}$, lo rodea y luego se aleja de él, como se muestra en el esquema. Las velocidades de la nave y el planeta son relativas al Sol. Determina la velocidad $\vec{v}$, también relativa al Sol, con que se aleja la nave.



La figura corresponde al caso particular en que la velocidad del planeta y la de la nave, tanto al acercarse y alejarse de él, tienen la misma dirección.

Comprender la situación examinada se facilita si establecemos una analogía con el choque entre dos canicas, ya analizado anteriormente. Así, el planeta puede ser representado por una canica grande que se mueve a cierta velocidad y la nave por otra pequeña que es lanzada contra ella. De modo similar que el choque entre canicas, el de la nave y el planeta también puede ser considerado perfectamente elástico. Claro está, la fuerza de interacción entre las canicas es la fuerza elástica, mientras que entre la nave y el planeta es la gravitatoria. Ambas fuerzas son conservativas, por lo que en los dos casos se conserva la energía cinética.



Otra cuestión importante a recordar es que en el choque de dos cuerpos uno de masa muchísimo mayor que otro, la velocidad del primero apenas se afecta.

Esto se comprende intuitivamente, pero en el ejemplo 2.10 vimos que es resultado de la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Además, vimos que, en particular, el lanzamiento de una nave cósmica desde la Tierra no altera la velocidad de ésta en lo más mínimo. Éste es también el caso de la situación que ahora analizamos. El acercamiento de la nave al planeta y su posterior alejamiento, no altera la velocidad del planeta, porque la masa de la nave es insignificante comparada con la de él. La intuición y la analogía con las canicas vuelve a ser útil en este caso: si la masa de la canica que representa al planeta es muchísimo mayor que la de la canica que representa a la nave, la velocidad de la primera no se ve afectada por el choque con la otra.

Que el choque entre la nave y el planeta sea perfectamente elástico significa que, desde el planeta, el módulo de la velocidad de la nave es el mismo antes y después de la interacción.

Apreciada desde el planeta, la velocidad de la nave antes de la interacción, es decir cuando se acerca, es:

$v_o + V$

Y después de la interacción, o sea cuando se aleja:

$v - V$

Observa que hemos considerado la velocidad V del planeta igual antes de la interacción con la nave que después de ella.

Debido a que el choque es elástico:

$v_o + V = v - V$

Resolviendo para v:

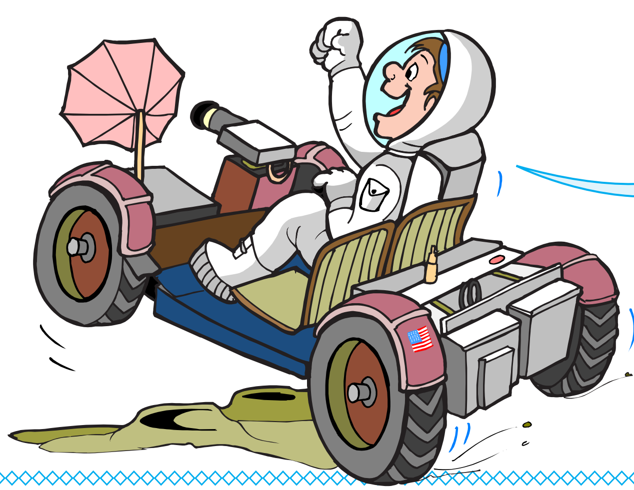
$v = v_o + 2V$

El resultado obtenido parece sorprendente. La nave se aleja del planeta con una velocidad v que puede llegar a ser mucho mayor que la velocidad v_o que tenía al acercarse a él. Así, si en su viaje hacia alguno de los planetas más distantes de la Tierra, una nave se aproxima a 12 km/s a Júpiter, cuya velocidad alrededor del Sol es 13 km/s, lo rodea y después se aleja de él en la forma descrita en el esquema anterior, entonces la nueva velocidad de la nave será:

$$v = 12\ \frac{km}{s} + 2\left(13\ \frac{km}{s}\right) = 38\ \frac{km}{s}$$

O sea, unas tres veces mayor.

En el ejemplo 2.12, ¿podrías justificar de dónde procede la energía cinética que adquiere la nave como resultado de su encuentro con el planeta?

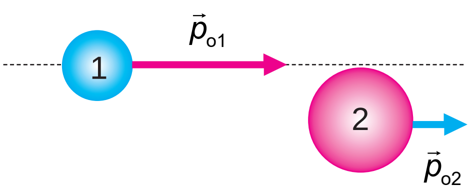


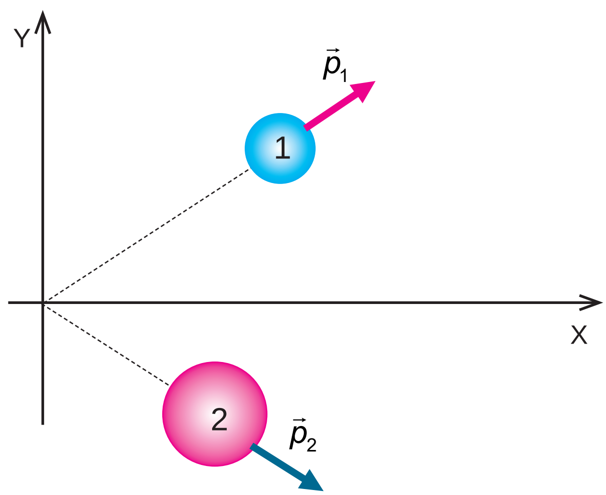
2.5.2. Choques bidimensionales.

En los casos de choque analizados anteriormente, los cuerpos se mueven en una sola dirección. Ahora examinaremos varios ejemplos en que se mueven en un mismo plano pero en distintas direcciones, como suele ocurrir cuando chocan dos bolas de billar o dos canicas.

Como sabes, el cumplimiento de la ley de conservación de la cantidad de movimiento supone que si $\vec{P}_o$ es la cantidad de movimiento total del sistema antes de la interacción y $\vec{P}$ después de ella (Fig. 2.8), entonces:

$$\vec{P}_o = \vec{P} \longrightarrow (1)$$





Antes del choque: $\vec{P}_o = \vec{p}_{o1} + \vec{p}_{o2}$ Después del choque: $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

Fig. 2.8. La conservación de la cantidad de movimiento del sistema de las dos bolas implica que $P_{ox} = P_x$ y $P_{oy} = P_y$

Puesto que se trata de magnitudes vectoriales, es posible elegir un sistema de coordenadas ***X***-***Y*** y descomponer $\vec{P}_o$ y $\vec{P}$ según los ejes. Si $\vec{P}_o$ y $\vec{P}$ son iguales, entonces sus componentes también, es decir:

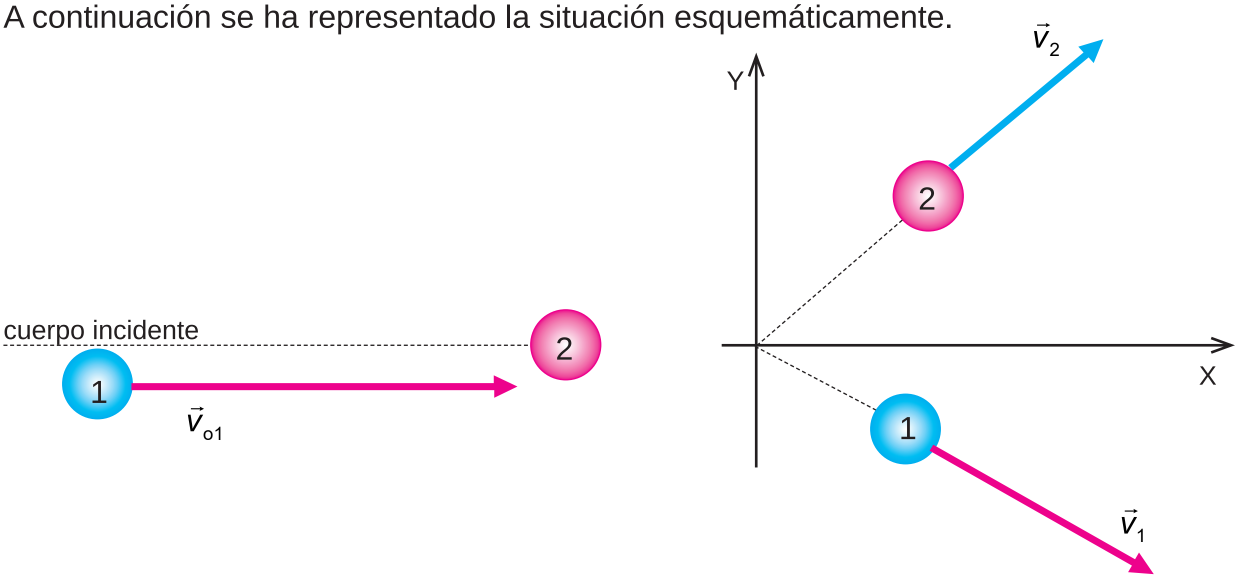
$$\left.\begin{aligned} P_{ox} &= P_x \\ P_{oy} &= P_y \end{aligned}\right\} \longrightarrow (2)$$

En otras palabras, la conservación de la cantidad de movimiento implica la conservación de sus componentes en las direcciones ***X*** y ***Y***.

Las expresiones (1) y (2) son las formas vectorial y algebraica de escribir la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Ejemplo 2.13. Un cuerpo choca con otro de igual masa que está en reposo, desviándose de la dirección que llevaba. El movimiento tiene lugar en un mismo plano. Considera al sistema de los dos cuerpos aislado y demuestra que si el choque es perfectamente elástico, entonces las direcciones de sus velocidades después del choque forman un ángulo de 90º.

A continuación se ha representado la situación esquemáticamente.



Esta situación posee particular interés, ya que la encontramos en la vida cotidiana con cierta frecuencia, por ejemplo en los juegos de billar, canica, o de discos sobre una "mesa de aire". Por otra parte, también tiene lugar en algunos casos de choques entre partículas subatómicas.

Como el sistema se considera aislado, puede plantearse la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{P}_{oT} = \vec{P}_T$$

$$\vec{p}_{o1} + \cancelto{0}{\vec{p}_{o2}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$m\vec{v}_{o1} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$$

Y puesto que la demostración se refiere al caso en que el choque es perfectamente elástico, también se cumple la ecuación de conservación de la energía cinética:

$$E_{CoT} = E_{CT}$$

$$E_{Co1} + \cancelto{0}{E_{Co2}} = E_{C1} + E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv_{o1}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

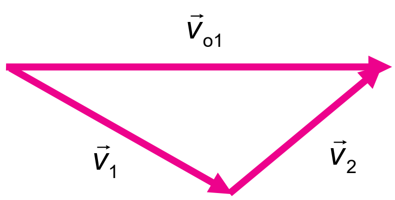
Estas ecuaciones pueden simplificarse y escribirse como sigue:

$$\vec{v}_{o1} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \longrightarrow (1)$$

$$v_{o1}^2 = v_1^2 + v_2^2 \longrightarrow (2)$$

A partir de estas ecuaciones el problema puede resolverse por diversas vías, pero se facilita grandemente si se analiza utilizando la representación geométrica de vectores.

En efecto, la ecuación (1) implica que los vectores $\vec{v}_{o1}$, $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ forman un triángulo:

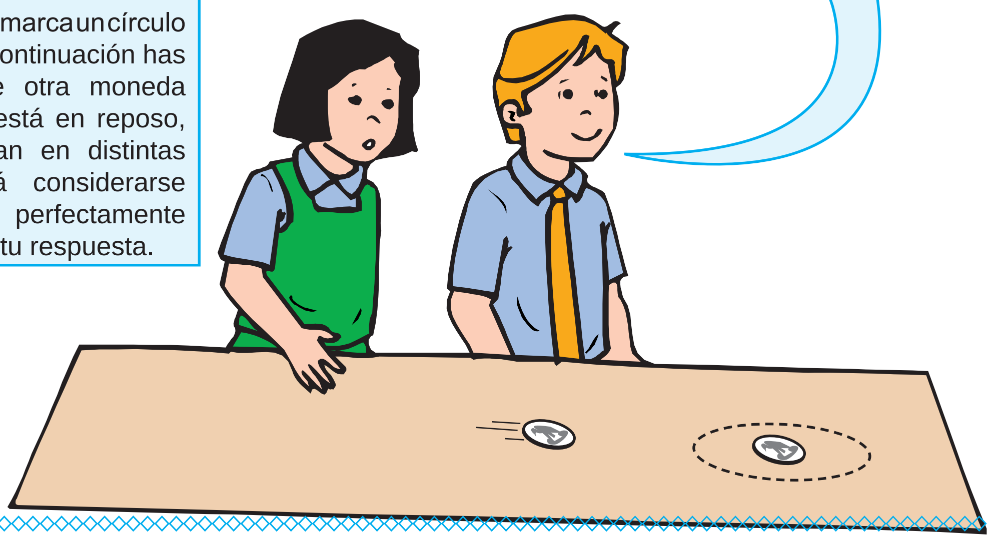


Observa que en general el triángulo no tiene por qué ser rectángulo. Pero si el choque es perfectamente elástico, entonces se cumple la ecuación (2), que es la expresión del teorema de Pitágoras. Y como dicho teorema es válido para triángulos rectángulos, el ángulo formado por $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ debe ser de 90º.

La interesante conclusión obtenida es válida solo para las condiciones especificadas en el problema: cuerpos de igual masa, uno de ellos en reposo, choque perfectamente elástico.

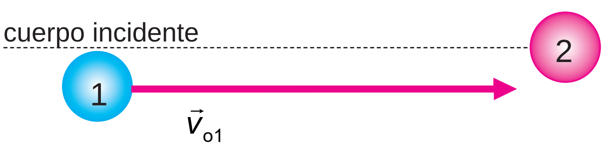
Considera que en el ejemplo 2.13 la masa de uno de los cuerpos es doble que la del otro. Argumenta utilizando la ecuación (2) por qué en ese caso el ángulo entre sus velocidades después del choque no puede ser 90º.

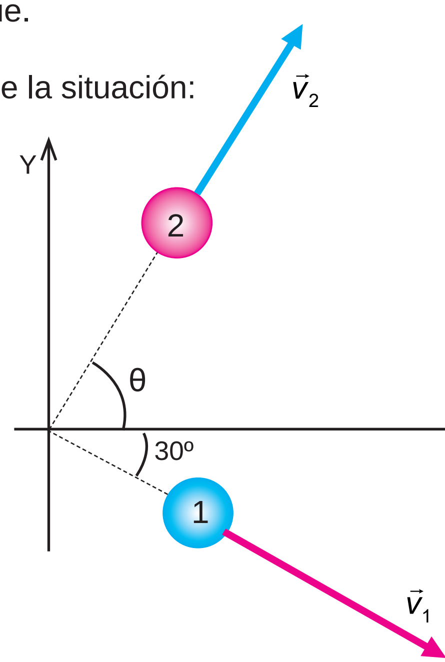
Sitúa una moneda sobre una superficie horizontal y marca un círculo alrededor de ella. A continuación has deslizar fuertemente otra moneda igual contra la que está en reposo, de modo que salgan en distintas direcciones. ¿Podrá considerarse dicho choque perfectamente elástico? Argumenta tu respuesta.



Ejemplo 2.14. Una canica con velocidad horizontal de 3.4 m/s impacta a otra de igual masa que está en reposo sobre el piso. Después del choque la dirección de la velocidad de la canica incidente forma un ángulo de 30º a la derecha de su dirección inicial. Halla las velocidades de las canicas después del choque.

A continuación se ha representado un esquema de la situación:





Hallar las velocidades de las canicas después del choque significa determinar los valores de sus velocidades, y el ángulo θ entre la velocidad de la que estaba en reposo y el eje X. El ángulo de la velocidad de la otra canica con el eje X se conoce, es 30º.

Ya sabes que en el pequeño intervalo de tiempo que dura el choque el sistema formado por las dos canicas puede considerarse aislado, por lo que se conserva su cantidad de movimiento. La ecuación vectorial de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$m\vec{v}_{o1} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$$

Esta ecuación puede escribirse en forma de dos ecuaciones algebraicas, correspondientes a la conservación de las componentes de la cantidad de movimiento en las direcciones *X* y *Y*.

La ecuación de conservación de la componente en la dirección *X* es:

$$mv_{o1} = mv_1 \cos 30^\circ + mv_2 \cos\theta$$

Y para la componente en la dirección *Y*:

$$0 = -mv_1 \operatorname{sen} 30^\circ + mv_2 \operatorname{sen}\theta$$

Las ecuaciones se simplifican al dividirlas entre *m*:

$$v_{o1} = v_1 \cos 30^\circ + v_2 \cos\theta \longrightarrow (1)$$

$$0 = -v_1 \operatorname{sen} 30^\circ + v_2 \operatorname{sen}\theta \longrightarrow (2)$$

Observa que tenemos dos ecuaciones, pero tres incógnitas: v_1, v_2 y θ.

Sin embargo, como el choque entre canicas es posible considerarlo perfectamente elástico, puede plantearse la ecuación de conservación de la energía cinética:

$$\frac{1}{2}mv_{o1}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

De donde:

$$v_{o1}^2 = v_1^2 + v_2^2 \longrightarrow (3)$$

Las ecuaciones (1), (2) y (3) forman un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, que puede ser resuelto por los procedimientos convencionales. Sin embargo, estos procedimientos resultan algo laboriosos y en este caso podemos hacer uso de la conclusión obtenida en el ejemplo anterior, acerca de que las direcciones de las velocidades después del choque forman un ángulo de 90º. De aquí que si el ángulo entre $\vec{v}_1$ y el eje X es 30º, el ángulo entre $\vec{v}_2$ y el eje X es θ = 60º.

De modo que de las tres incógnitas ahora solo quedan dos, v_1 y v_2. Para hallarlas podemos ahora utilizar dos cualesquiera de las tres ecuaciones de que disponemos. Aquí emplearemos la (2) y la (3).

De la ecuación (2), con θ = 60º:

$$0 = -v_1 \operatorname{sen} 30^\circ + v_2 \operatorname{sen} 60^\circ$$

$$v_2 = \left(\frac{\operatorname{sen} 30^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ}\right)v_1 = \left(\frac{0.50}{0.866}\right)v_1 = 0.577v_1$$

Sustituyendo v_2 en (3):

$$v_{o1}^2 = v_1^2 + (0.577v_1)^2 = v_1^2\left[1 + (0.577)^2\right] = 1.333v_1^2$$

Resolviendo para v_1:

$$v_1^2 = \frac{v_{o1}^2}{1.333}$$

$$v_1 = \frac{v_{o1}}{\sqrt{1.333}} = 0.87v_{o1} = 0.87\left(3.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 3.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para hallar v_2 utilizamos la relación anteriormente obtenida entre v_2 y v_1:

$$v_2 = 0.577 v_1$$

De donde:

$$v_2 = 0.577\left(3.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 1.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

De modo que después del choque la velocidad de la canica incidente es 3.0 m/s y la de la canica que estaba en reposo 1.7 m/s, formando un ángulo de 60º con la dirección inicial de la canica incidente.

Ejemplo 2.15. Un pequeño cohete se lanzó verticalmente hacia arriba y al llegar a su punto de máxima elevación explotó en tres partes. Una de ellas, de 9.0 kg, salió hacia arriba a 60 m/s, otra, de 18 kg, hacia el este a 40 m/s. Si la masa de la tercera parte era 4.5 kg, ¿cuál fue su velocidad?

El sistema está formado por tres partes que antes de la explosión forman un todo. En rigor el sistema no puede considerarse aislado, pues sobre él actúa la fuerza de gravedad. Sin embargo, en el pequeño intervalo que dura la explosión el impulso de ésta puede despreciarse, por lo que es posible plantear la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento.

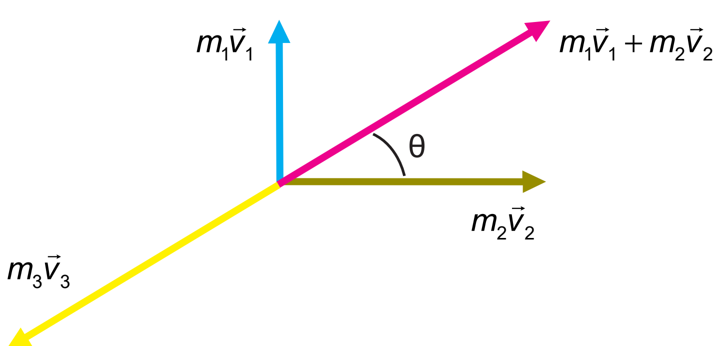
La cantidad de movimiento inicial del sistema es nula, ya que el cohete explota al llegar al punto de máxima elevación, en que su velocidad se hace cero. Por consiguiente:

$$0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3$$

Nuestro objetivo es hallar $\vec{v}_3$. De la ecuación anterior:

$$m_3\vec{v}_3 = -\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2\right)$$

El diagrama de vectores correspondientes a esta ecuación se muestra a continuación (el diagrama no está a escala):



Tanto de la ecuación como del diagrama de vectores se ve que la cantidad de movimiento del fragmento 3 es de igual magnitud y sentido opuesto que la suma de las cantidades de movimiento de los fragmentos 1 y 2, de tal modo que la cantidad de movimiento total después de la explosión sigue siendo la misma que antes de ella, es decir, nula.

De la ecuación anterior se obtiene:

$$\vec{v}_3 = -\frac{(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)}{m_3}$$

Como $m_1\vec{v}_1$ y $m_2\vec{v}_2$ están en direcciones mutuamente perpendiculares, el módulo de su suma es:

$$\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}$$

De aquí que el módulo de $\vec{v}_3$ es:

$$v_3 = \frac{\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}}{m_3}$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$v_3 = \frac{\sqrt{\left((9.0\text{ kg})\left(60\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\right)^2 + \left((18\text{ kg})\left(40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\right)^2}}{4.5\text{ kg}} = 2.0\times10^2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para dar la respuesta completa es necesario todavía indicar la dirección del movimiento del fragmento.

Del diagrama de vectores se ve que:

$$\tan\theta = \frac{m_1v_1}{m_2v_2} = \frac{(9.0\text{ kg})\left(60\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{(18\text{ kg})\left(40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)} = 0.75$$

De donde:

$$\theta = \tan^{-1}(0.75) = 37^\circ$$

Por tanto, el vector cantidad de movimiento del tercer fragmento, y en consecuencia su velocidad, forma un ángulo de 37º + 180º = 217º con la dirección Oeste-Este.

2.6. Centro de masa.

Al iniciar el estudio del movimiento en Mecánica 1, subrayamos que él puede consistir en el cambio de posición del cuerpo como un todo, pero también en el de sus partes. Y si bien hasta hace poco habíamos centrado la atención en lo primero, en esta unidad hemos hecho a la inversa, consideramos el movimiento de las partes de los sistemas e ignoramos el del conjunto. Así, en todos los ejemplos de choques analizados anteriormente el interés ha estado en las velocidades de los cuerpos que forman el sistema y no en su movimiento como un todo. Surge la pregunta: *¿Y no será posible, pese al movimiento relativo entre las partes de un sistema, continuar refiriéndose a su movimiento (o reposo) en conjunto?*

Resulta que sí. Por ejemplo, cuando un proyectil explota en pleno vuelo sus fragmentos se mueven alejándose entre sí, pero el nuevo movimiento de las partes debido a la explosión se adiciona al que llevaban cuando formaban parte del proyectil. En consecuencia, los fragmentos se alejan de cierto punto *C* (Fig. 2.9), que está sobre la trayectoria que seguiría el proyectil si no hubiese explotado. Ese punto se denomina **centro de masa del sistema** y describe el movimiento del conjunto. Cabe notar que la distancia de los fragmentos a dicho punto depende de la masa de ellos.

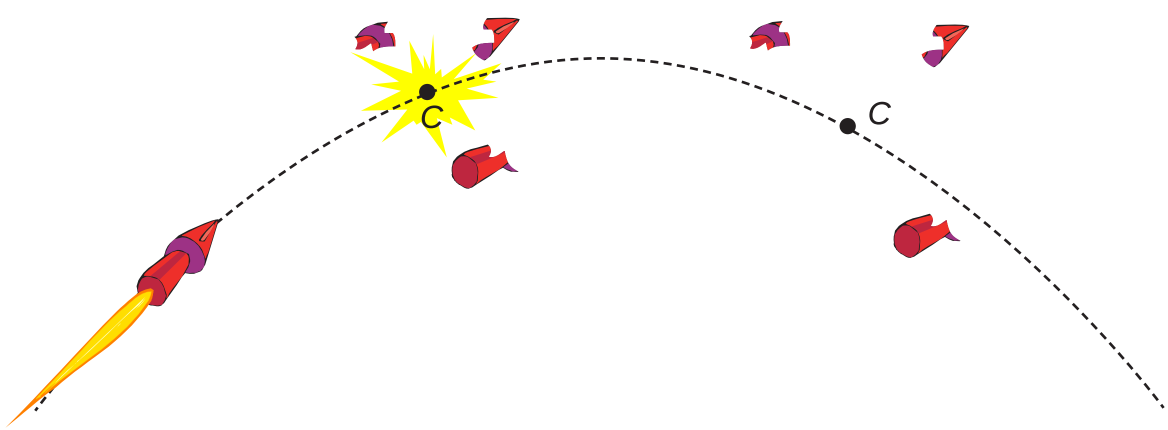


Fig. 2.9. Cuando un proyectil explota en pleno vuelo sus partes se alejan de cierto punto que sigue la trayectoria que tendría el proyectil si no hubiese explotado. Ese punto se denomina centro de masa del sistema y describe el movimiento del conjunto.

Esto último se aprecia claramente en el ejemplo de la "explosión" del sistema formado por los dos carritos (Fig. 2.10). Si el rozamiento es despreciable, los carritos se alejan del punto *C* de tal modo que sus distancias a ese punto son inversamente proporcionales a sus masas. En efecto, la ley de conservación de la cantidad de movimiento para el sistema de los dos carritos puede escribirse:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

v_1 y v_2 son las velocidades de los carritos después de la interacción.

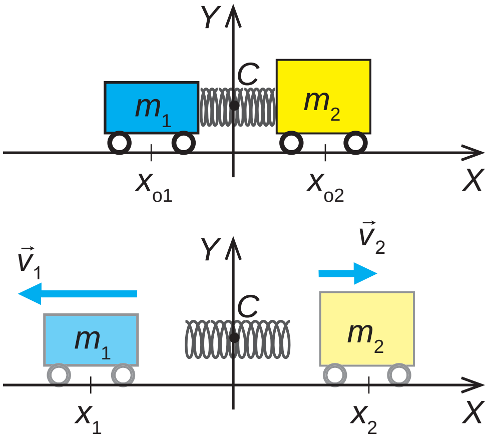


Fig. 2.10. Los carritos se alejan del punto *C* de tal modo que las distancias a dicho punto son inversamente proporcionales a sus masas.

De ahí que:

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{v_1}{v_2} \longrightarrow (1)$$

Si escogemos el punto *C* como origen de la coordenada *X*, entonces:

$$v_1 = \frac{x_1}{t} \quad \text{y} \quad v_2 = \frac{x_2}{t}$$

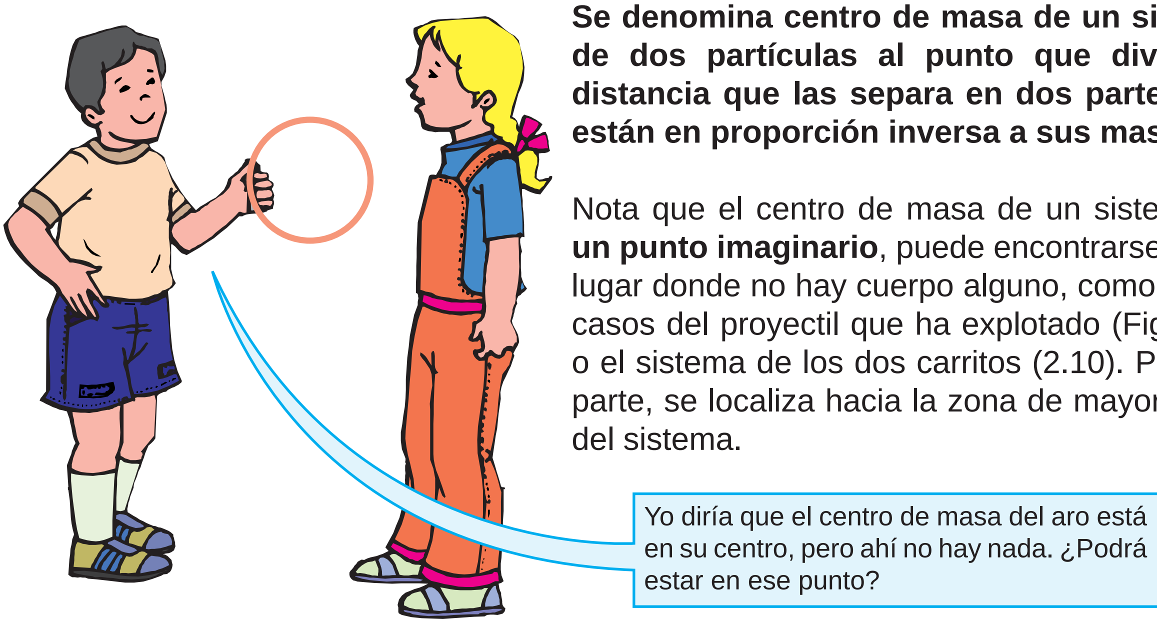
x_1 y x_2 son las coordenadas de cada carrito al cabo del tiempo *t*.

Sustituyendo estas dos ecuaciones en (1) queda:

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\frac{x_1}{t}}{\frac{x_2}{t}} = -\frac{x_1}{x_2} \qquad \text{O también:} \qquad m_2 x_2 = -m_1 x_1$$

Cabe señalar que esta ecuación se cumple no solo después de la interacción entre los carritos, sino también durante ella.

De este modo, el punto *C* divide la distancia entre los carritos en dos partes (x_1 y x_2) que están en proporción inversa a sus masas. *C* es el **centro de masa** del sistema de los dos carritos.

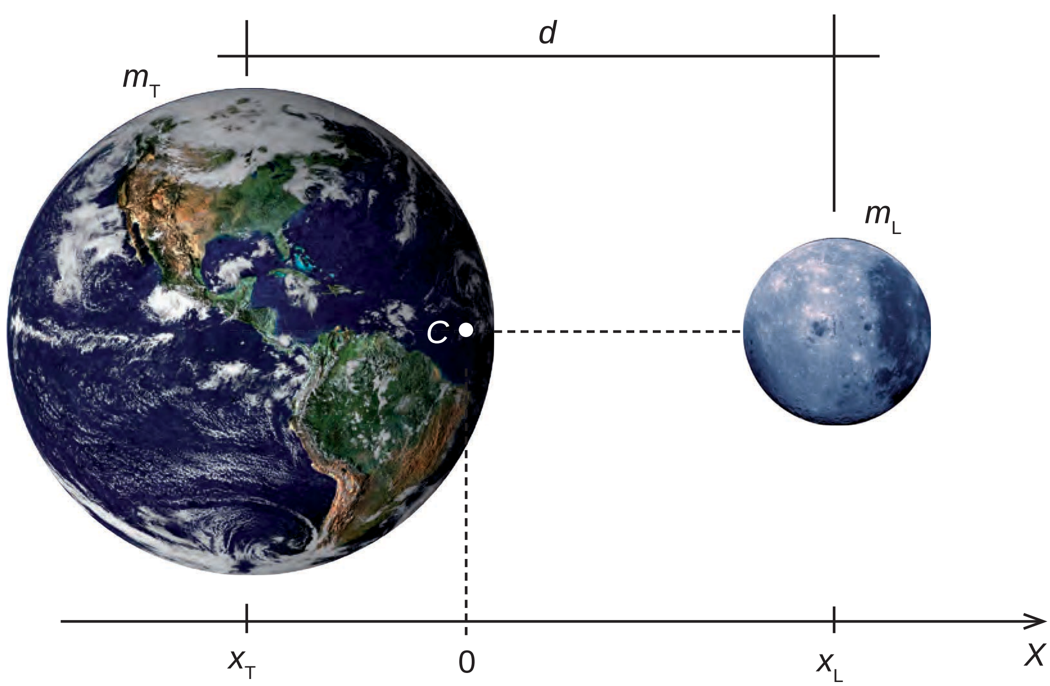


Se denomina centro de masa de un sistema de dos partículas al punto que divide la distancia que las separa en dos partes que están en proporción inversa a sus masas.

Nota que el centro de masa de un sistema es **un punto imaginario**, puede encontrarse en un lugar donde no hay cuerpo alguno, como en los casos del proyectil que ha explotado (Fig. 2.9), o el sistema de los dos carritos (2.10). Por otra parte, se localiza hacia la zona de mayor masa del sistema.

Ejemplo 2.16. ¿En qué lugar está el centro de masa del sistema formado por la Tierra y la Luna? La masa de la Tierra es unas 81 veces mayor que la de la Luna y la distancia media entre ellas 3.8×10^8 m.

A continuación mostramos un esquema (no realizado a escala) de la situación. Puesto que la masa de la Tierra es mayor que la de la Luna sabemos que el centro de masa debe estar en la línea que une sus centros, más próximo a la Tierra. Sin embargo, desconocemos exactamente dónde.



No obstante, si m_T y m_L son las masas se la Tierra y la Luna y x_L y x_T sus distancias al centro de masa, puede escribirse:

$$\frac{x_L}{x_T} = \frac{m_T}{m_L}$$

Y como $\frac{m_T}{m_L} = 81$

$$\frac{x_L}{x_T} = 81 \longrightarrow (1)$$

Por otra parte:

$$x_T + x_L = d \longrightarrow (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema de dos ecuaciones, donde las incógnitas son x_T y x_L.

Despejando x_L en (2):

$$x_L = d - x_T$$

Sustituyendo en (1):

$$\frac{d - x_T}{x_T} = 81$$

De aquí que:

$$d - x_T = 81x_T$$

$$d = 82x_T$$

$$x_T = \frac{d}{82} = \frac{3.8 \times 10^8 \text{ m}}{82} = 4.6 \times 10^6 \text{ m}$$

Es decir, el centro de masa del sistema Tierra-Luna está en la línea que une sus centros, a 4.6 x 10^6 m del centro de la Tierra. Nota que este valor es menor que el radio de la Tierra (6.4 x 10^6 m), lo cual significa que el centro de masa del sistema está en el interior de la Tierra.

Cuando se trata de sistemas formados por muchos cuerpos, o de cuerpos que tienen forma irregular, puede resultar difícil ubicar su centro de masa, no obstante, es posible asegurar que, como en el caso de los dos carritos, o el ejemplo de la Tierra y la Luna, se encuentra hacia la zona de mayor masa.

El centro de masa de este bate no debe estar en su punto medio, sino algo desplazado hacia su extremo más grueso, pues hacia esa parte tiene mayor masa.

La masa de una pirámide se concentra hacia su base, por tanto su centro de masa debe estar más cerca de la base que del vértice.

¿Por qué al referirse al proyectil de la figura 2.9 en el texto se afirma que la fuerza de gravedad sobre el sistema es igual antes que después de la explosión, si después ella se tienen tres partes en lugar de una?

El centro de masa de un sistema de partículas tiene una importantísima propiedad: **se mueve tal como si las fuerzas externas ejercidas sobre el sistema estuviesen aplicadas en ese punto y toda la masa concentrada en él**.

Así, en el ejemplo del proyectil que explota en tres fragmentos (Fig. 2.9), la fuerza externa ejercida sobre el sistema es la de gravedad. Nota que tanto ella como la masa del sistema son iguales antes y después de la explosión. Por eso el movimiento del centro de masa no se ve alterado por la explosión.

Por su parte, en el caso de los dos carritos que se separan (Fig. 2.10), ya sabes que aunque el sistema no está realmente aislado se comporta como si lo estuviera, es decir, como si no actuase fuerza externa sobre él. En consecuencia, como antes de la “explosión” el centro de masa estaba en reposo, después de ella continúa de ese modo.

¿Qué pasaría con el movimiento del centro de masa del sistema formado por los dos carritos de la figura 2.10, si antes de liberar el resorte se comunica al conjunto cierta velocidad?

El movimiento de cualquier sistema puede ser analizado como una combinación de dos movimientos: **el del sistema como un todo, el cual se describe por su centro de masa, y el de sus partes en relación con el centro de masa**. En el ejemplo de los carritos (Fig. 2.10), solo se tiene uno de estos dos movimientos, el de los carritos en relación al centro de masa. Por su parte, en el caso del proyectil que explota (Fig. 2.9) se tienen los dos movimientos.

Tanto en el ejemplo del proyectil (Fig. 2.9) como en el de los carritos (Fig. 2.10), cambian las distancias entre las partes del sistema, en otras palabras, los sistemas **se deforman**. Sin embargo, frecuentemente tratamos con movimientos de sistema que no se deforman, es decir **rígidos**, al menos a los efectos del fenómeno analizado. Un ejemplo común es el de cualquier cuerpo sólido lanzado al aire, digamos un bate (Fig. 2.11).

El movimiento de un cuerpo rígido también puede ser analizado como una combinación de dos movimientos: **el de su centro de masa y el de sus partículas respecto a él.** En tal caso este último movimiento consiste en la **rotación** del cuerpo alrededor de su centro de masa (2.11).

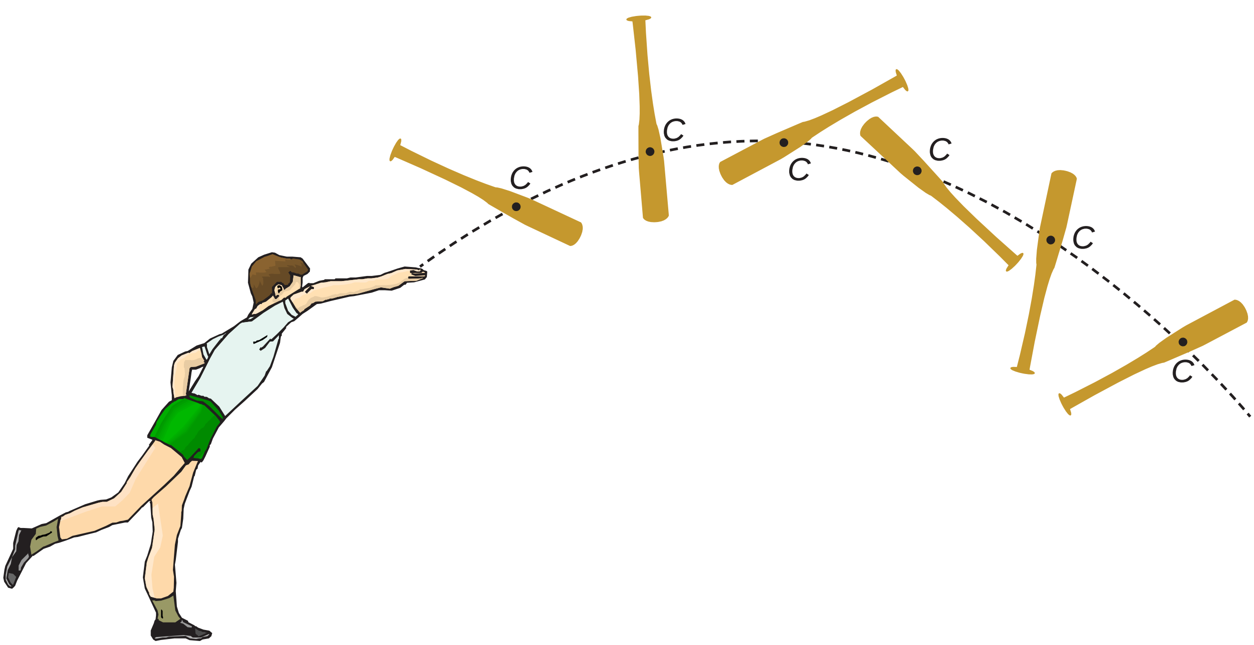
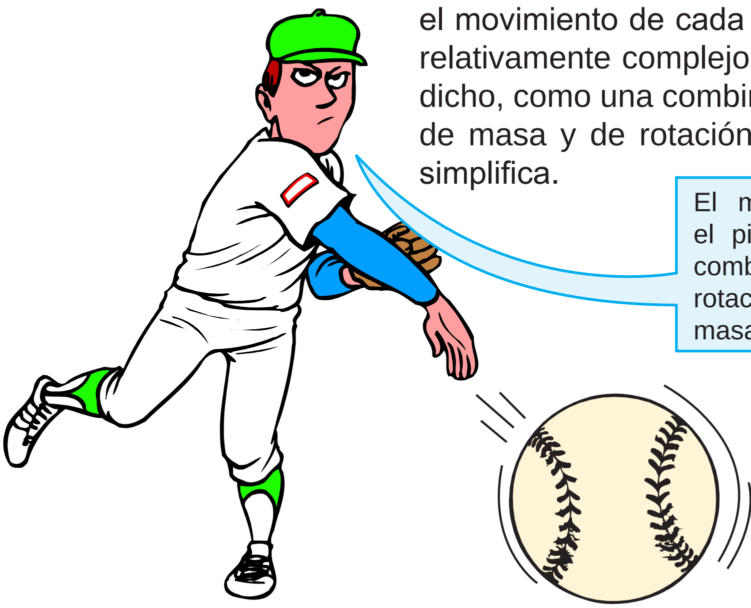


Fig. 2.11. Los diferentes puntos de un bate lanzado al aire realizan un movimiento complejo. Sin embargo, el análisis se simplifica al considerar el movimiento del bate como una combinación de traslación y rotación alrededor de su centro de masa.

De este modo, en general **es posible considerar el movimiento de un cuerpo rígido como una combinación de traslación del cuerpo como un todo y de rotación alrededor de su centro de masa**. Tal interpretación facilita el análisis de diversas situaciones. En efecto, observa que el movimiento de cada punto del bate de la figura 2.11 es relativamente complejo, pero al considerarlo como hemos dicho, como una combinación del movimiento de su centro de masa y de rotación alrededor de éste, su análisis se simplifica.



El movimiento de la pelota lanzada por el pitcher puede ser analizado como una combinación de traslación de la pelota y de rotación de ella alrededor de su centro de masa.

El sistema Tierra-Luna es aproximadamente rígido, ya que durante su movimiento la distancia entre nuestro planeta y la Luna cambia muy poco. El movimiento de la Tierra en torno al Sol puede ser interpretado como una combinación de dos movimientos: el del sistema Tierra-Luna alrededor del Sol y el de rotación de la Tierra en torno al centro de masa de dicho sistema. De modo que el movimiento de nuestro planeta respecto al Sol no es tan simple como habitualmente nos lo representamos.

Si el centro de masa del sistema Tierra-Luna se mueve alrededor del Sol y la Tierra rota en torno al centro de masa, ¿eso no significa que la Tierra realiza cierto movimiento de retroceso?

No, la velocidad de la Tierra en torno al centro de masa del sistema Tierra –Luna es muy pequeña comparada con la del propio centro de masa del sistema alrededor del Sol.

2.7. Actividades de sistematización y consolidación.

2.7.1. Sopa de letras.

N	M	A	B	Ó	C	H	O	Q	U	E	L	Ó	C	S	E	O	J
Z	M	M	Ñ	J	A	E	C	É	B	I	A	D	L	G	K	E	W
L	C	E	O	C	I	T	S	Á	L	E	N	I	Á	C	G	H	H
V	A	T	E	R	Í	G	I	D	O	Ó	O	F	O	T	Z	É	B
L	I	S	J	C	V	K	E	B	I	U	I	Q	C	Ñ	B	T	V
D	Ñ	I	Ó	S	S	K	U	C	D	P	S	Ú	I	J	I	Á	E
D	É	S	P	I	C	E	A	P	Ó	D	N	M	T	D	D	M	L
W	J	G	N	N	E	V	O	Y	P	K	E	Q	S	O	I	Z	Á
Z	A	Y	Ó	T	R	M	T	Á	Á	A	M	E	Á	D	M	G	S
Ñ	E	W	I	E	R	I	N	Z	Í	E	I	X	L	A	E	Ó	T
L	W	Ü	S	R	A	O	E	Q	P	É	D	T	P	L	N	D	I
Á	Á	N	I	N	D	N	I	N	Q	C	I	E	Q	S	S	M	C
P	O	B	L	A	O	M	M	B	E	Ñ	N	R	Y	I	I	R	O
C	P	D	O	K	P	P	I	Q	M	R	U	N	T	A	O	D	K
Ó	K	Y	C	U	É	Q	V	S	T	A	G	A	U	M	N	G	Í
G	Z	Z	L	D	Q	B	O	S	I	Ú	C	Í	J	H	A	N	F
A	O	S	Ú	V	F	C	M	X	I	K	U	X	A	Ü	L	O	Ü
S	O	A	V	O	V	I	S	O	L	P	X	E	E	A	J	Ú	T

Aislado
Bidimensional
Cambio
Cerrado
Choque
Colisión
Conservación
Elástico
Energía
Explosivo

Externa
Impulso
Inelástico
Interna
Ley
Movimiento
Plástico
Rígido
Sistema
Unidimensional

Escribe cada palabra en Wikipedia o en Encarta y da un vistazo a lo que encuentres.

2.7.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Producto de la masa del cuerpo y su velocidad.
2. Producto de una fuerza aplicada sobre un cuerpo y el intervalo de tiempo durante el cual actúa.
3. Es igual a la rapidez con que varía la cantidad de movimiento de un cuerpo.
4. Conjunto de elementos estrechamente relacionados entre sí, que aparece como una unidad relativamente independiente.
5. Fuerza ejercida sobre un sistema por algún cuerpo fuera de él.
6. Fuerzas ejercidas entre los cuerpos que forman un sistema.
7. Se dice de un sistema cuando no hay fuerzas externas aplicadas sobre él.
8. Afirma que los cuerpos de un sistema aislado pueden intercambiar cantidad de movimiento entre sí, pero que en total ésta se conserva.
9. Choque en el cual no varían otras propiedades de los cuerpos que no sean las relativas al movimiento.
10. Expresa que el impulso de una fuerza aplicada sobre un cuerpo es igual a la variación de su cantidad de movimiento.
11. Suma de las cantidades de movimiento de los cuerpos que integran un sistema.
12. Expresa que si las leyes de la Mecánica son válidas en relación a cierto cuerpo, entonces también lo son en relación a otro que se mueva con velocidad constante respecto al primero.
13. Interacción que tiene lugar en un pequeño intervalo de tiempo durante el cual no se examina lo que ocurre.
14. Choque en el cual se separan las partes del sistema.
15. Choque en que no se conserva la energía cinética total de los cuerpos que interaccionan.
16. Choque de dos cuerpos en el que después de la interacción ambos se mueven con igual velocidad.
17. Choque en que el movimiento de los cuerpos antes y después de la interacción se realiza en una misma dirección.
18. Punto utilizado para describir el movimiento de un sistema como un todo.
19. Cuerpo en el cual las distancias entre sus partículas no varían durante el fenómeno analizado.
20. Tipo de movimiento que puede realizar un cuerpo rígido respecto a su centro de masa.

( ) Aislado

( ) Cantidad de movimiento

( ) Cantidad de movimiento total

( ) Centro de masa de un sistema

( ) Choque explosivo

( ) Choque inelástico

( ) Choque o colisión

( ) Choque perfectamente elástico

( ) Choque totalmente inelástico o plástico

( ) Choque unidimensional

( ) Cuerpo rígido

( ) Fuerza externa

( ) Fuerza neta ejercida sobre un cuerpo

( ) Fuerzas internas

( ) Impulso de la fuerza

( ) Ley de conservación de la cantidad de movimiento

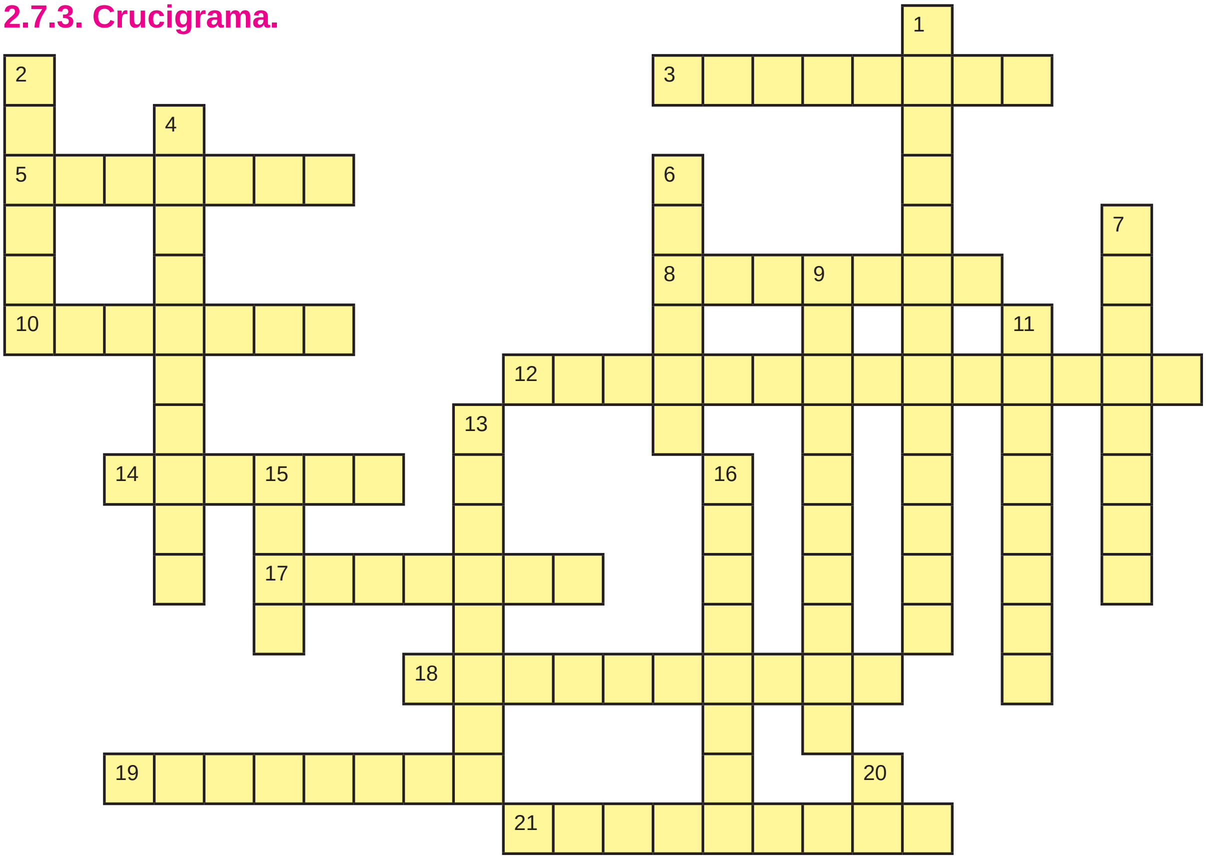
( ) Movimiento de rotación

( ) Principio de relatividad de Galileo

( ) Sistema

( ) Teorema del impulso y la cantidad de movimiento

2.7.3. Crucigrama.



Horizontales

3. Forma de energía que se conserva en un choque perfectamente elástico.
5. Magnitud de la cual depende la cantidad de movimiento de un haz de luz.
8. Científico con quien se asocia la idea de que si las leyes de la Mecánica son válidas en relación a cierto cuerpo, entonces también lo son en relación a otro que se mueva con velocidad constante respecto al primero.
10. Se dice de un sistema sobre el que no actúan fuerzas externas.
12. Se dice del choque cuando el movimiento de los cuerpos antes y después de la interacción tiene lugar en una misma dirección.
14. Magnitud, además de la fuerza, de la cual depende el impulso de una fuerza.
17. Conjunto de elementos estrechamente relacionados entre sí, que aparece como una unidad relativamente independiente.
18. Choque en el cual no se conserva la energía cinética total del sistema.
19. Adjetivo utilizado para caracterizar las fuerzas entre los cuerpos que forman un sistema.
21. Tipo de choque en el cual las partes del cuerpo se separan bruscamente.

Verticales

1. Se dice del choque cuando el movimiento de los cuerpos tiene lugar en un plano.
2. Rapidez con que varía la cantidad de movimiento de un cuerpo.
4. Tipo de movimiento que realiza el centro de masa de un sistema.
6. Se dice del cuerpo en el cual las distancias entre sus partículas no varían durante el fenómeno analizado.
7. Tipo de movimiento que realiza un cuerpo rígido respecto a su centro de masa.
9. Choque en el cual varían otras propiedades de los cuerpos además de las relativas al movimiento.
11. Interacción que tiene lugar en un pequeño intervalo de tiempo durante el cual no se examina lo que ocurre.
13. Se dice de las fuerzas ejercidas sobre el sistema por cuerpos que están fuera de él.
15. Una de las dos magnitudes de las que depende la cantidad de movimiento de un cuerpo.
16. Choque de dos cuerpos en el que después de la interacción ambos se mueven con igual velocidad.
20. Forma habitual de expresar la cantidad de movimiento de un cuerpo.

2.7.4. Actividades de repaso.

1. Comenzando con el concepto “impulso de una fuerza”, confecciona un diagrama que conecte y ramifique conceptos e ideas como los siguientes: cantidad de movimiento, fuerza, sistema, fuerza externa, fuerza interna.

2. Confecciona un diagrama que conecte y ramifique conceptos e ideas relacionados con el choque entre cuerpos.

3. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo. ¿En cuáles de ellas sería de interés profundizar?

4. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos de: a) impulso de una fuerza, b) cantidad de movimiento, c) sistema, d) fuerzas externas e internas, e) sistema aislado, f) choque, g) centro de masa de un sistema.

5. Interpreta: a) el teorema del impulso y la cantidad de movimiento, b) la ley de conservación de la cantidad de movimiento, c) el principio de relatividad de Galileo.

6. Dos cuerpos tienen iguales cantidades de movimiento. ¿Serán también iguales sus energías cinéticas? Argumenta tu respuesta.

7. Considera el movimiento de nuestro planeta en torno al Sol. ¿Cómo varía su cantidad de movimiento? ¿Qué fuerza provoca dicha variación? ¿Cuál es la variación de su cantidad de movimiento en un año?

8. ¿Puede ser cero el impulso de una fuerza en determinado intervalo de tiempo aún cuando ella no lo sea? Argumenta tu respuesta auxiliándote de ejemplos.

9. ¿Puede un sistema de partículas tener energía cinética aunque cuando su cantidad de movimiento total sea nula? Ilustra tu respuesta mediante ejemplos.

10. Un objeto atado al extremo de una cuerda se sitúa en el piso y se mueve haciéndolo describir una circunferencia. ¿De qué dependerá la rapidez con que varía su cantidad de movimiento, de v, de v^2, de v^3? Argumenta tu respuesta.

11. Dos carritos, uno de masa 1 kg y otro de masa 3 kg están en una mesa sobre la que pueden moverse sin rozamiento. Si sobre ellos se aplican iguales fuerzas durante un mismo intervalo de tiempo, ¿cuál de ellos adquiere mayor cantidad de movimiento?

12. Un carrito está en una mesa sobre la que puede moverse sin rozamiento. Compara la velocidad que adquiere en los casos que se disparan sobre él con iguales velo-

cidades: a) un proyectil que luego de impactar al carrito cae sobre la mesa y b) un proyectil de igual masa pero que choca elásticamente con el carrito.

13. Un automóvil va a cierta velocidad y choca contra un muro, quedando en reposo. Compara la variación de la cantidad de movimiento que experimenta el chofer y la fuerza media que recibe, en los siguientes casos: a) no utiliza cinturón de seguridad y la bolsa de aire no se activa, b) se activa la bolsa de aire, c) la bolsa no se activa, pero lleva puesto el cinturón de seguridad.

14. Considera las siguientes situaciones: a) un carrito que oscila sobre una mesa sujeto al extremo de un resorte, b) un péndulo que oscila en el aire. ¿Qué considerarías como sistema y cuáles serían las fuerzas internas y externas en cada caso?

15. Un sistema está aislado y todos sus componentes en reposo. ¿Es posible que al cabo de cierto tiempo sus componentes estén en movimiento? Argumenta tu respuesta e ilústrala utilizando ejemplos.

16. Al lanzar una pelota verticalmente hacia arriba adquiere cierta cantidad de movimiento, ¿significa esto que la cantidad de movimiento no se conserva? ¿Por qué al analizar la conservación de la energía mecánica durante el movimiento de la pelota, no es necesario tener en cuenta las variaciones de energía cinética de la Tierra?

17. Una granada que está en reposo explota. ¿Se conserva su energía cinética? ¿Y su cantidad de movimiento?

18. Un tirador dispara un arma con la culata de ésta apoyada en su hombro. Según la ley de conservación de la cantidad de movimiento el arma retrocede con una cantidad de movimiento de igual magnitud que la de la bala. ¿De qué depende entonces el gran daño que ocasiona la bala?

19. Dos cuerpos pueden moverse sin rozamiento sobre una superficie horizontal. Si uno está en reposo y el otro choca con él, ¿podrán quedar ambos en reposo después del choque? ¿y uno de ellos? Argumenta tus respuestas.

20. ¿Será posible un choque entre dos cuerpos en el cual se pierda toda la energía cinética de ellos? Argumenta tu respuesta.

21. Tres esferas perfectamente elásticas e idénticas están colgadas de hilos que tienen la misma longitud, unas junto a las otras, tocándose ligeramente entre sí. Las esferas de los extremos se separan en igual medida de la central y después se sueltan simultáneamente, por lo que al chocar con la central tienen igual valor de velocidad. ¿Qué sucede con las esferas después del choque?

22. Sostén una pelota de ping-pong apoyada encima de una bola de las utilizadas en los frascos de desodorante “roll-on”. Déjalas caer juntas al piso ¿Puedes explicar lo que sucede?

23. Una balsa está en reposo cerca de un atracadero. Una persona camina sobre ella hasta su extremo próximo al atracadero. La resistencia del agua al movimiento puede despreciarse. a) ¿Qué sucede con el centro de masa del sistema balsa-persona? b) Realiza un esquema que ilustre la situación antes y después de haber caminado la persona. c) ¿Cambia la distancia entre el hombre y el atracadero?

2.7.5. Ejercicios de repaso.

1. ¿Qué tendrá mayor cantidad de movimiento, una bala de rifle de masa 3.0 g y velocidad 750 m/s o una pelota de béisbol lanzada por un pitcher de las grandes ligas? Aporta tú mismo el resto de los datos necesarios para responder.

2. Un automóvil incrementa su velocidad de 20 km/h a 80 km/h. ¿Cuánto aumentan: a) su cantidad de movimiento, b) su energía cinética.
   Respuesta: a) 4 veces, b) 16 veces

3. Considera un glaciar de 10^{12} kg moviéndose a 10^{-5} m/s. a) ¿Cuáles son su cantidad de movimiento y energía cinética? b) ¿Cuántos automóviles de 2000 kg moviéndose a 180 km/h igualarían la cantidad de movimiento del glaciar? c) ¿Qué masa debería tener un carrito que se mueve a 5 m/s para igualar su energía cinética?
   Respuesta: a) 10^7kg. m / s, 50 J, b) 100, c) 4 kg

4. Un karateka golpeó un bloque con su mano a una velocidad de 10 m/s. Si el bloque detuvo la mano luego de 0.010 s de haber hecho contacto con él, ¿cuál fue la fuerza media ejercida por el karateka? Considera que la masa de su mano era de 520 g.
   Respuesta: 5.2×10^2 N

5. Una bola cuya masa es 15 g se deja caer al piso desde una altura de 1.00 m. Considera que el módulo de su velocidad al rebotar es el mismo que al chocar y que la duración del choque es 1.0 ms. a) ¿Qué fuerza media actuó sobre la bola durante el choque? b) Compara dicha fuerza con su peso.
   Respuesta: a) 1.3×10^2 N, b) 9.0×10^2 veces mayor que su peso

6. Desde una misma altura se dejan caer al suelo una bola de goma y otra de plastilina de masa doble que la de goma. La de plastilina no rebota y la de goma lo hace prácticamente hasta el punto de partida. Considera que el intervalo de tiempo que dura el choque es el mismo en ambos casos y compara la fuerza media ejercida por el piso sobre cada bola.
   Respuesta: Aproximadamente iguales

7. Se efectuó un disparo de rifle contra un saco de arena. La bala, de masa 8.0 g, impactó el saco a 960 m/s y penetró en él 50 cm. Considera que la fuerza de frenado que actuó sobre la bala era constante. a) ¿Cuál era su valor? b) ¿En qué tiempo se detuvo la bala?

Respuesta: a) 7.4×10^3 N, b) 1.0×10^{-3} s

8. Dos carritos están en una mesa sobre la que pueden moverse sin rozamiento. El carrito 1 tiene doble masa que el 2. Sobre ellos se aplican iguales fuerzas durante un mismo intervalo de tiempo. Compara: a) sus velocidades, b) cantidades de movimiento y c) energías cinéticas que adquieren.

Respuesta: a) $v_2 = 2v_1$, b) $p_2 = p_1$, c) $E_{c2} = 2E_{c1}$

9. Dos carritos se colocan en una mesa sobre la que pueden moverse sin rozamiento y se sujetan comprimiendo un resorte entre ellos. El carrito 1 tiene doble masa que el 2. De pronto se sueltan. a) Compara las velocidades, cantidades de movimiento y energías cinéticas que adquieren, b) ¿Cómo serían las respuestas si la masa del carrito 1 fuese mucho mayor que la del 2?

Respuesta: a) $v_2 = 2v_1$, $p_2 = p_1$, $E_{c2} = 2E_{c1}$; b) $v_2 >> v_1$, $p_2 = p_1$, $E_{c2} >> E_{c1}$

10. Un bloque de 1.0 kg se deja caer sobre una plataforma de 2.0 kg que se mueve sin rozamiento sobre una mesa horizontal a 0.60 m/s. ¿Cuál es la nueva velocidad de la plataforma?

Respuesta: 0.40 m/s

11. Sobre una embarcación de 160 kg que está en reposo con su proa apuntando a la orilla, comienza a caminar una persona de 70 kg desde la proa hacia la popa, a 0.80 m/s respecto a la embarcación. ¿Cuáles son las velocidades de la embarcación y de la persona respecto a la orilla? Desprecia la resistencia del agua al movimiento.

Respuesta: a) 0.24 m/s hacia la orilla, 0.56 m/s alejándose de la orilla

12. Se estima que el *Meteor Crater* de Arizona (¡alrededor de 1.2 km de diámetro y 180 m de profundidad!) fue originado por el choque de un meteorito de 5×10^{10} kg que impactó nuestro planeta a 7 km/s. a) ¿Qué velocidad comunicaría a la Tierra en caso de haberla impactado moviéndose en su misma dirección y sentido? b) Qué cantidad de energía se habría transformado de cinética en otras formas?

Respuesta: a) 6×10^{-11} m/s ≈ 0, b) 1×10^{18} J

13. Una pelota con velocidad de 5.0 m/s relativa a la carretera choca contra un vehículo que viaja a 60 km / h en la misma dirección al encuentro de la pelota. Suponiendo que el choque es perfectamente elástico, ¿con qué velocidad rebota la pelota? ¿Cómo se explica el cambio de energía cinética que experimenta?

Respuesta: 38 m/s = 1.4×10^2 km / h

14. Un muchacho de masa 30 kg va en una plataforma de 10 kg a 1.0 m/s. Determina la velocidad de la plataforma cuando el muchacho salta de tal modo que al tocar el suelo la componente horizontal de su velocidad es: a) igual a la velocidad de la plataforma, b) nula, c) el doble de la velocidad de la plataforma. Desprecia el rozamiento.

    Respuesta: a) 1.0 m/s, b) 4.0 m/s, c) -2.0 m/s

15. Un proyectil que vuela con velocidad de 15 m/s explota en dos fragmentos, de masas 6,0 kg y 14 kg. El fragmento de mayor masa tiene una velocidad de 24 m/s, en la misma dirección y sentido que llevaba el proyectil antes de explotar. ¿Cuál es la velocidad (magnitud, dirección y sentido) del otro fragmento, inmediatamente después de la explosión?

    Respuesta: 6.0 m/s en sentido opuesto a la velocidad que tenía el proyectil justamente antes de explotar.

16. Un bloque de plastilina de masa 150 g cuelga de hilos. Contra el bloque se dispara horizontalmente una munición de masa 1.0 g. ¿Qué velocidad tenía la munición al chocar con el bloque si éste se elevó 2.2 cm por encima de su posición de equilibrio?

    Respuesta: 99 m/s

17. Un vagón de ferrocarril de 3.0×10^4 kg se mueve a 2.0 m/s y choca con otro de igual masa que está en reposo. Calcula las velocidades de los vagones si, a) quedan enganchados, b) chocan elásticamente. c) ¿Cuánta energía cinética se pierde en el primer caso?

    Respuesta: a) 1.0 m/s, b) el incidente queda en reposo y el otro sale a 2.0 m/s, c) 7.5×10^3 J

18. Una moneda choca de forma perfectamente elástica a 2,2 m/s con otra en reposo y sale en una dirección que forma 60° con la inicial. Halla las velocidades de cada moneda justamente después del choque (valor y dirección).

    Respuesta: v_{incid} = 1.1 m/s; v_{blanco} = 1.9 m/s, formando 30º con la dirección inicial de la incidente

19. Un niño y un joven de 60 kg están sobre sus patinetas sosteniendo los extremos de una larga cuerda. Comienzan a recoger la cuerda y se mueven uno hacia el otro hasta tocarse. Si el joven recorrió 2.1 m y el niño 3.6 m, ¿cuál era la masa del niño? Desprecia las masas de las patinetas y el rozamiento.

    Respuesta: 35 kg

3

EQUILIBRIO MECÁNICO DE LOS CUERPOS

3. Equilibrio mecánico de los cuerpos.

Ya sabes que las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo en reposo pueden provocar su **traslación**, **rotación** y **deformación**. En esta unidad trataremos con cuerpos que es posible considerar como **rígidos**, es decir, que no se deforman bajo la acción de fuerzas. El análisis de las condiciones en que tales cuerpos se mantienen en reposo (sin trasladarse ni rotar) es de gran importancia no solo en Física, sino también en ingeniería y arquitectura, especialmente al diseñar y construir edificaciones e instalaciones (Fig. 3.1). De los cuerpos que permanecen en reposo aún cuando estén aplicadas fuerzas sobre ellos se dice que se encuentran en **equilibrio mecánico**.

Pese a que el reposo es probablemente el caso de equilibrio mecánico de mayor interés práctico, no es el único posible, un cuerpo en movimiento también pudiera estar en equilibrio. Por eso, cuando el equilibrio se refiere a cuerpos en reposo se llama **equilibrio estático**.

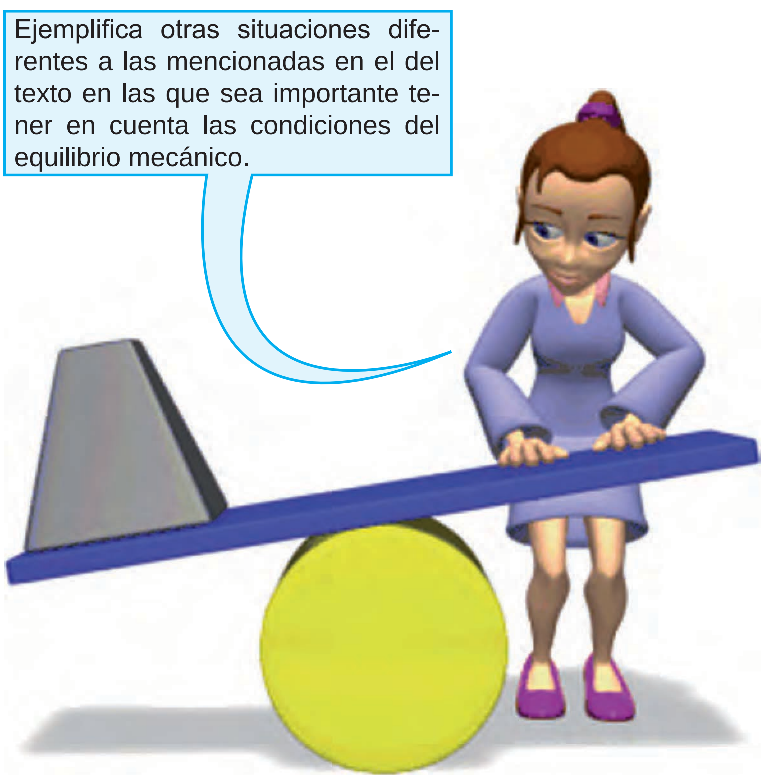


Fig. 3.1. El análisis de las condiciones en que los cuerpos permanecen en reposo (sin trasladarse ni rotar) es de gran importancia en ingeniería y arquitectura.

Aunque comúnmente no nos percatamos de ello, al emplear nuestros brazos, piernas y otras partes del cuerpo, o al valernos de instrumentos y máquinas, estamos poniendo en práctica las condiciones para el equilibrio mecánico (Fig.3.2).

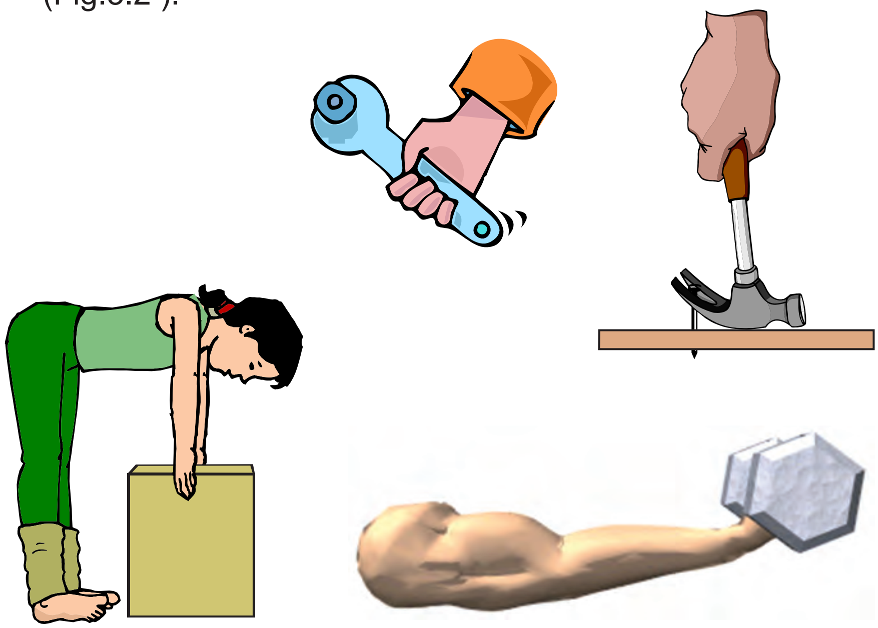


Fig. 3.2. Al emplear diversas partes de nuestro cuerpo, o valernos de ciertos instrumentos, ponemos en práctica las condiciones del equilibrio mecánico.

Lo dicho anteriormente explica el interés que posee el estudio de esta tercera unidad. En ella intentaremos responder las siguientes preguntas clave:

¿Qué condiciones se requieren para que un cuerpo esté en equilibrio de traslación y de rotación? ¿Cuáles son algunas de las aplicaciones prácticas de dichas condiciones?

Comenzaremos con la condición para el equilibrio de traslación.

3.1. Equilibrio de traslación.

En realidad con la condición para que un cuerpo esté en **equilibrio de traslación** ya te has relacionado. Por eso aquí solo profundizaremos en ella y analizaremos algunas aplicaciones prácticas de interés.

En la unidad anterior vimos que, en general, el movimiento de un cuerpo rígido puede ser analizado como una combinación de dos movimientos: de traslación del cuerpo como un todo (movimiento de su centro de masa) y de rotación (movimiento de sus porciones alrededor del centro de masa).

Para que un cuerpo que está en reposo no se traslade, es decir, para que su centro de masa permanezca en reposo, se requiere, como sabes, que la suma de las fuerzas aplicadas sobre él sea nula. Y es ésta precisamente la condición de equilibrio de traslación:

Un cuerpo está en equilibrio de traslación si la suma de todas las fuerzas aplicadas sobre él es nula.

$$\Sigma\vec{F} = 0$$

Como las fuerzas son magnitudes vectoriales, entonces que la suma de ellas sea nula significa que también lo será la suma de sus componentes según tres ejes mutuamente perpendiculares, *X-Y-Z*.

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{y} \quad \Sigma F_z = 0$$

En las situaciones que examinaremos, las fuerzas ejercidas sobre los cuerpos serán coplanarias, es decir, estarán en un mismo plano, por lo que solo nos referiremos a las componentes de las fuerzas en dos ejes, *X* y *Y*.

Si la suma de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es nula, la aceleración de su centro de masa también lo es, pero esto no necesariamente implica que el cuerpo esté en reposo, pudiera moverse con velocidad constante. Así, la suma de las fuerzas que actúan sobre un carrito que se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme sobre una mesa es nula y, por eso, aunque el carrito esté en movimiento se encuentra en **equilibrio de traslación** (Fig. 3.3). Cuando el carrito está en reposo el equilibrio es **estático**.

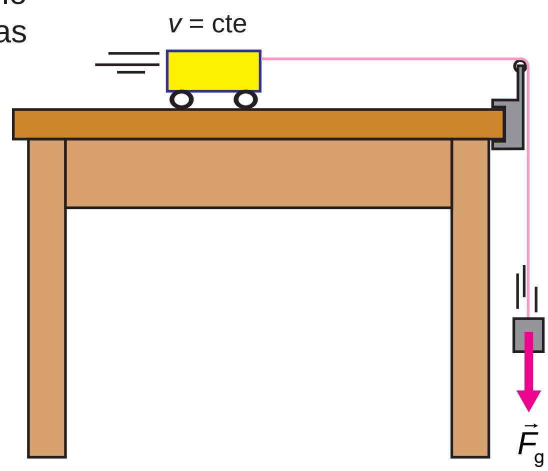


Fig. 3.3. El carrito se encuentra en equilibrio de traslación porque la suma de las fuerzas aplicadas sobre él es nula: la fuerza ejercida por el hilo es compensada por la fuerza de rozamiento.

A los efectos de la traslación, los puntos del cuerpo donde están aplicadas las fuerzas no tienen importancia, por ejemplo, en la figura 3.3 el hilo que tira del carrito pudiera haberse atado más abajo. Incluso el resultado sería idéntico si en lugar de tirar del carrito se empujara por el lado opuesto con una fuerza de la misma magnitud. Esto se explica porque, según vimos en la unidad anterior, el centro de masa de un sistema se mueve (y por tanto el cuerpo como un todo se traslada) **como si las fuerzas ejercidas sobre el sistema estuviesen aplicadas en su centro de masa**, independientemente de los puntos donde realmente lo están.

Un ejemplo de lo anterior, de especial interés, es el de la fuerza de gravedad ejercida sobre los cuerpos. En realidad, ella actúa sobre todas y cada una de las partículas que los constituyen (Fig. 3.4). Pese a ello, representamos la fuerza de gravedad como una fuerza única. Esto se debe a que, de acuerdo con lo dicho en el párrafo anterior, los cuerpos se comportan como si todas las fuerzas de atracción gravitatoria ejercidas sobre cada una de sus partículas estuviesen aplicadas en el centro de masa. La fuerza de gravedad que habitualmente dibujamos en un punto del cuerpo representa, en verdad, la suma de las ejercidas sobre cada una de sus partículas:

$$\vec{F}_g = m_1\vec{g} + m_2\vec{g} + m_3\vec{g} + \cdots = (m_1 + m_2 + m_3 + \cdots)\vec{g} = M\vec{g}$$

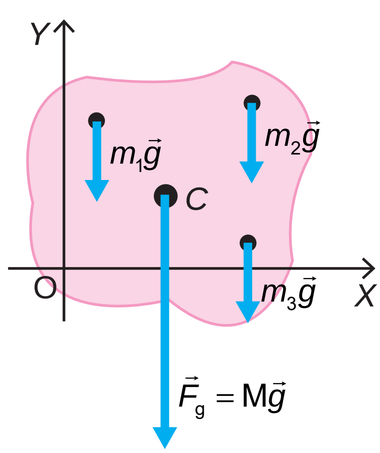
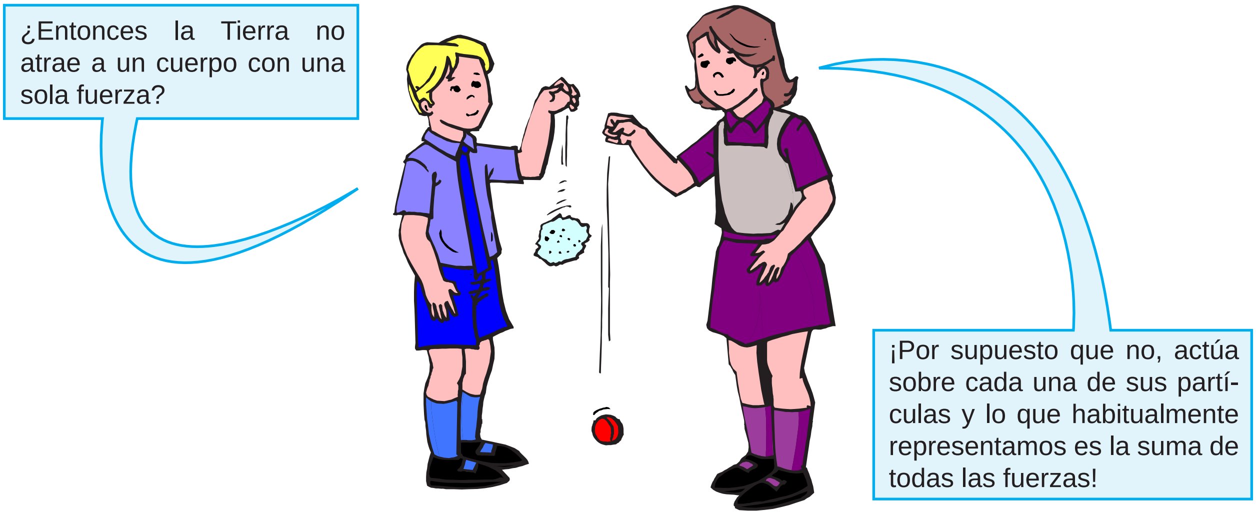
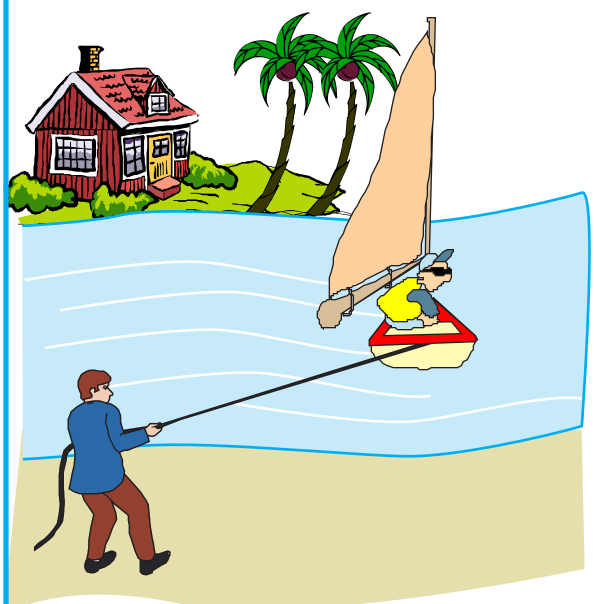


Fig. 3.4. La fuerza de atracción gravitatoria de la Tierra actúa sobre cada una de las partículas de los cuerpos. La fuerza única que habitualmente se dibuja, representa la suma de todas esas fuerzas.

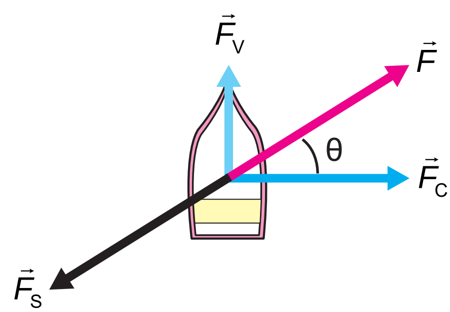


Ejemplo 3.1. Sobre una bote de vela en un río actúan, la corriente del agua de oeste a este con una fuerza de 150 N y un viento de sur a norte con una fuerza de 100 N. ¿Con qué fuerza es necesario tirar de una soga atada al bote para mantenerlo en reposo?



Para que el bote permanezca en reposo se requiere que la suma de las fuerzas que actúan sobre él sea nula:

Encontremos la resultante $\vec{F}$ de las fuerzas de la corriente, $\vec{F}_C$, y del viento, $\vec{F}_V$. Para ello empleamos la regla del paralelogramo:



Para mantener al bote en reposo se requiere tirar de la soga con una fuerza $\vec{F}_S$ de igual magnitud que $\vec{F}$, pero opuesta.

La magnitud de la fuerza $\vec{F}$ puede calcularse utilizando el teorema de Pitágoras:

$$F = \sqrt{F_C^2 + F_V^2} = \sqrt{(150\ \text{N})^2 + (100\ \text{N})^2} = 180\ \text{N}$$

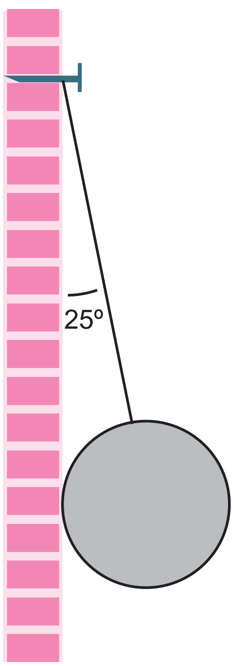
El ángulo θ representado en la figura viene dado por:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_V}{F_C}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{100\ \text{N}}{150\ \text{N}}\right) = 34^\circ$$

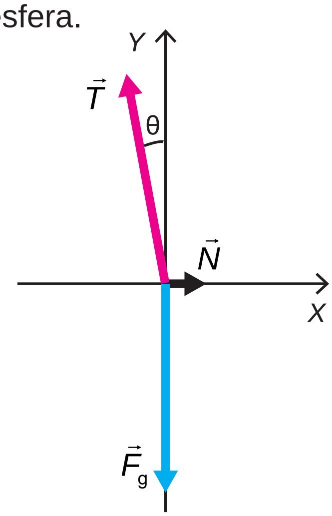
Por consiguiente, la soga forma con la dirección de la corriente un ángulo de:

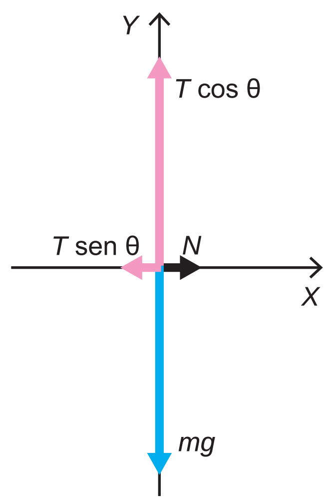
180º +34º = 214º

Ejemplo 3.2. Una esfera de masa 2.00 kg cuelga de un cordel sujeto a una pared lisa, como se muestra en la figura. Determina: a) la tensión del cordel, b) la fuerza ejercida por la esfera sobre la pared.



Como la esfera está en reposo, la suma de las fuerzas que actúan sobre ella es nula. Estas fuerzas son: la de gravedad $\vec{F}_g$, la tensión del cordel $\vec{T}$ y la ejercida por la pared $\vec{N}$. Esta última es perpendicular a la pared, pues no se considera el rozamiento. Todas estas fuerzas pueden suponerse aplicadas en el centro de masa de la esfera, que coincide con su centro geométrico. A continuación se han representado dichas fuerzas en un sistema de ejes *X*-*Y*, con origen en el centro de la esfera.





a) Como la suma de las fuerzas aplicadas sobre la esfera es nula, la de sus componentes según los ejes *X* y *Y* también lo son.

Por consiguiente, para las componentes según el eje *Y* se tiene:

$$T\cos\theta - mg = 0$$

de donde:

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{(2.00\ \text{kg})\left(9.8\ \dfrac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{\cos 25^\circ} = 21.6\ \text{N}$$

Observa que la tensión es algo mayor que si la esfera no estuviese apoyada en la pared, ni por tanto el cordel inclinado. En ese caso el valor de la tensión simplemente sería igual al peso de la esfera:

$$F_g = mg = (2.00\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 19.6\ \text{N}$$

b) La suma de las componentes según el eje X de las fuerzas aplicadas sobre la esfera es:

$$N - T\,\text{sen}\,\theta = 0$$

de donde:

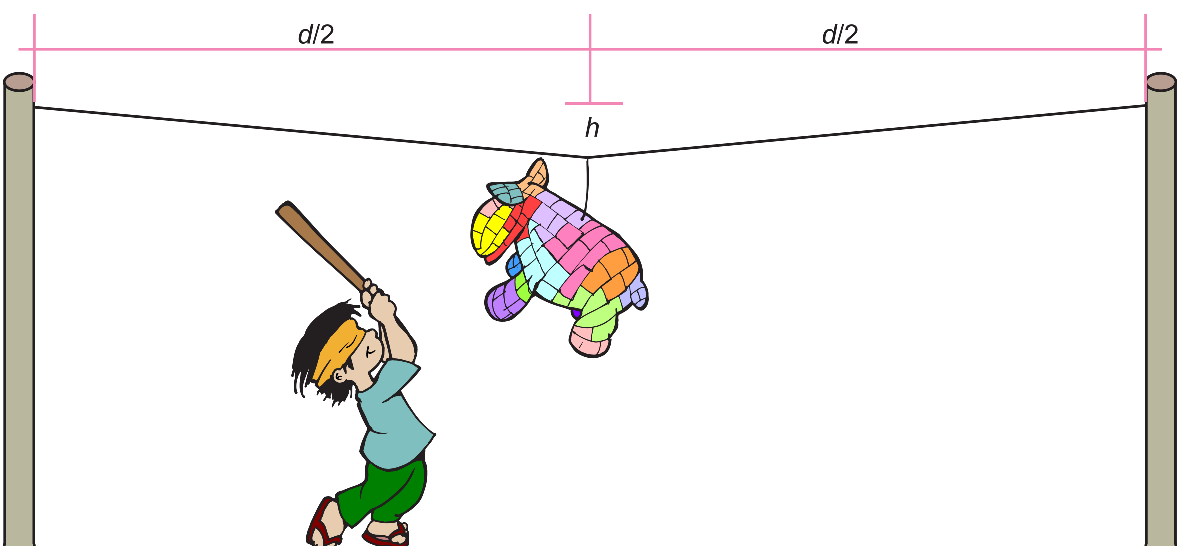
$$N = T\,\text{sen}\,\theta = (21.6\ \text{N})(\text{sen}\,25^{\circ}) = 9.1\ \text{N}$$

Este es el valor de la fuerza ejercida por la pared sobre la esfera, pero de acuerdo con la tercera ley de Newton también es el de la ejercida por la esfera sobre la pared.

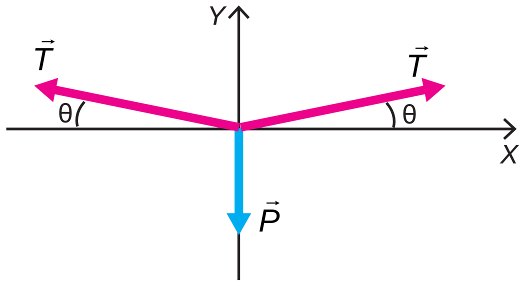
Te dejamos como tarea que encuentres otra variante diferente a la anterior para hallar N.

Ejemplo 3.3. Un cable se fija por sus extremos entre dos paredes, bien estirado de modo que quede horizontal. Al colgar de su punto medio un cuerpo de 1.7 kg, dicho punto descendió 5.2 cm. Determina la fuerza ejercida por el cable sobre las sujeciones en las paredes. La distancia entre éstas es 10.4 m.

A continuación se representa la situación descrita. En el esquema, d es la distancia entre las sujeciones en las paredes y h lo que desciende el punto medio del cable al colgar el cuerpo de él.



Como el punto del cual cuelga el cuerpo está en reposo, la suma de las fuerzas aplicadas en él debe ser nula. En el diagrama siguiente se han representado un sistema de coordenadas *X*-*Y* con origen en el punto del que cuelga el cuerpo y las fuerzas ejercidas sobre dicho punto.



La suma de las componentes de las fuerzas sobre el eje *Y* es:

$$T\,sen\,\theta + T\,sen\,\theta - P = 0$$

Nota que hemos considerado que a cada lado del punto del cual cuelga la carga la tensión del cable tiene la misma magnitud, *T*. ¿Sería cierto esto si el cuerpo no colgara a la mitad de la distancia entre las paredes? Argumenta tu respuesta.

La fuerza $\vec{P}$ ejercida por la cuerda de la cual cuelga el cuerpo es numéricamente igual a la fuerza de gravedad sobre éste, o sea: $P = mg$. Por consiguiente, la ecuación anterior queda:

$$2T\,sen\,\theta - mg = 0$$

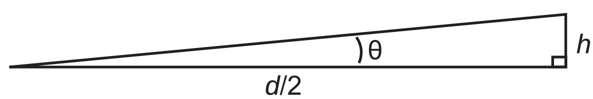
de aquí que:

$$T = \frac{mg}{2\,sen\,\theta}$$

Los valores de *m* y *g* se conocen, pero el de sen θ es necesario hallarlo. Debes prestar atención al hecho de que cuando el cuerpo se cuelga del cable la longitud de éste, aunque ligeramente, aumenta.

Una de las variantes más rápidas para calcular sen θ consiste en hallar primero θ a partir de la tangente del ángulo:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{h}{\frac{d}{2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2h}{d}\right)$$



donde $d = 10.4$ m y $h = 5.2$ cm $= 5.2 \times 10^{-2}$ m

Luego se calcula sen θ = 0.010

Si se emplea una calculadora, estos dos pasos pueden hacerse uno inmediatamente a continuación del otro en la propia calculadora.

Nota que el seno del ángulo es muy pequeño. Ello se debe a que en la situación analizada la distancia *h* que desciende el punto del cual cuelga el cuerpo (5.2 cm) es insignificante comparada con su distancia a la pared ($L/2$ = 5.2 m). Puedes comprobar que θ es de tan solo 0.57º.

En realidad, en este caso no era necesario emplear una calculadora para hallar el seno del ángulo. Cuando el ángulo es muy pequeño, el seno y la tangente son aproximadamente iguales, por lo que simplemente se tiene: $\operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta = 2h/d$. Pero recuerda que esto solo se cumple si el ángulo es muy pequeño.

Sustituyendo los valores en la expresión de *T*:

$$T = \frac{mg}{2\operatorname{sen}\theta} = \frac{(1.7\text{ kg})\left(9.8\ \dfrac{\text{N}}{\text{Kg}}\right)}{2(0.010)} = 8.3\times10^{2}\text{ N}$$

Esta fuerza es relativamente grande, corresponde al peso de un cuerpo de unos 85 kg. Si se pretende que el cable descienda aún menos de 5.2 cm al colgar el cuerpo, entonces la tensión, y por tanto la fuerza ejercida sobre las sujeciones en los extremos del cable, tendría que ser todavía mayor. En realidad, por tenso que fijemos el cable resultará imposible que no descienda algo al colgar un cuerpo de él.

3.2. Equilibrio de rotación.

Ya sabes que si sobre un cuerpo rígido que está en reposo actúan fuerzas, el único efecto posible no es su traslación, también puede rotar (Fig. 3.4). Acabamos de examinar la condición de equilibrio para la traslación y ahora centraremos la atención en la del equilibrio de rotación. De modo que esta vez la pregunta clave será:

¿Qué condición se requiere para que un cuerpo esté en equilibrio de rotación?

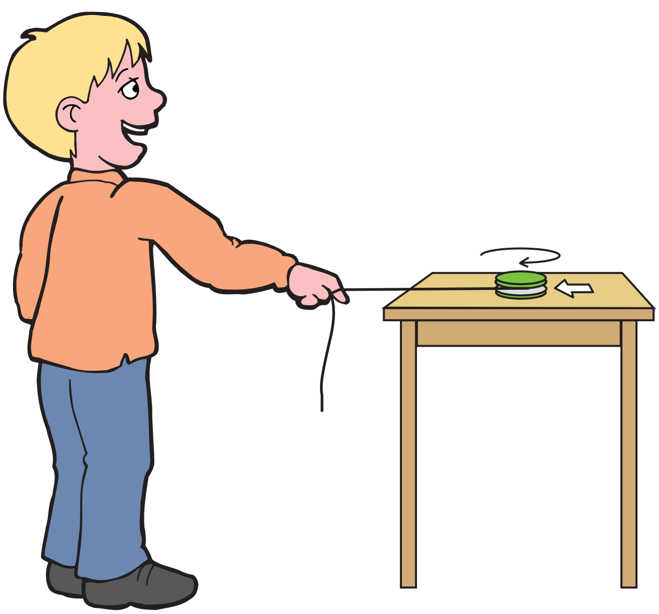


Fig. 3.4. La fuerza aplicada sobre el yoyo apoyado en una superficie lisa provoca no solo su traslación, sino también su rotación.

3.2.1. Momento y brazo de una fuerza.

A diferencia de la traslación, **para la rotación son importantes los puntos del cuerpo donde están aplicadas las fuerzas**. Una sencilla experiencia evidencia esto. Si colocas una regla sobre una superficie horizontal bien lisa y con la punta de un dedo aplicas fuerzas sobre diversos puntos de ella, fácilmente podrás apreciar que en unos casos rota en un sentido (Fig. 3.5 a), en otros en sentido contrario (Fig. 3.5b) y en otros más, simplemente se traslada sin rotar (Fig. 3.5 c y d).

Pero **el efecto de la fuerza también depende de su dirección y sentido**. Presta atención al hecho de que en los casos c) y d) de la figura 3.5, en los cuales la regla no rota, **las líneas según las direcciones de las fuerzas (comúnmente denominadas líneas de acción de las fuerzas), pasan por el centro de masa**. En tales casos las fuerzas no tienen efecto sobre la rotación del cuerpo alrededor del centro de masa, sino solo sobre su traslación.

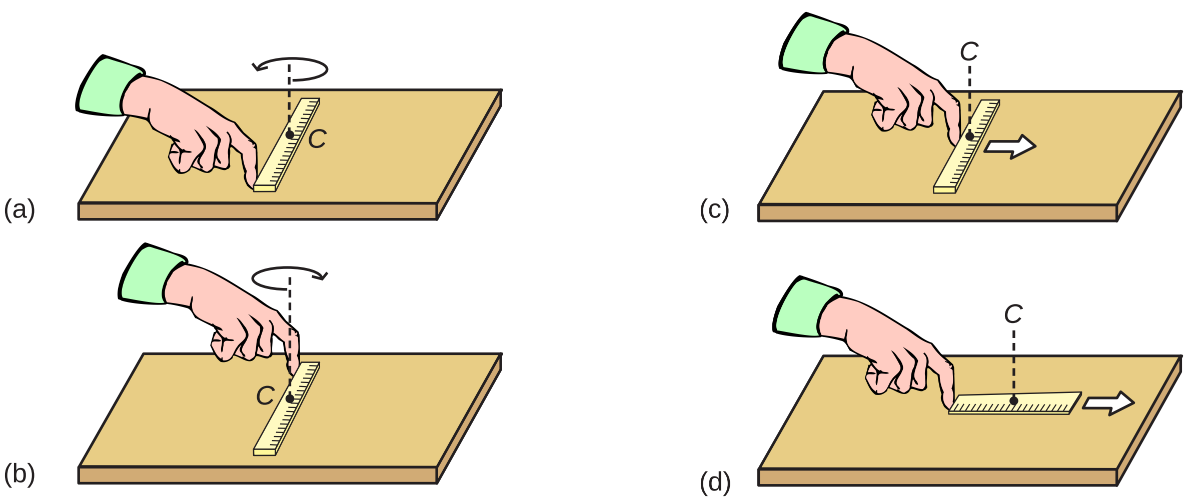


Fig. 3.5. El efecto de la fuerza aplicada sobre una regla depende del punto donde está aplicada, así como de su dirección y sentido.

Para concentrarnos en la condición de equilibrio de rotación, en lo que sigue examinaremos el caso en que el cuerpo no puede trasladarse, sino únicamente rotar.

A fin de simplificar el análisis, consideraremos que la rotación es posible solo alrededor de **determinado eje fijo** y que **las fuerzas aplicadas están en un plano perpendi-**

cular al eje. En muchísimas situaciones prácticas se cumplen estas condiciones. Por ejemplo, una puerta no puede rotar de cualquier modo, sino solo alrededor de un eje que pasa por sus bisagras, es decir, en torno a un eje fijo (Fig. 3.6). Por otra parte, las fuerzas aplicadas paralelamente al eje fijo no producen efecto sobre la rotación, por lo que no tiene interés considerarlas.

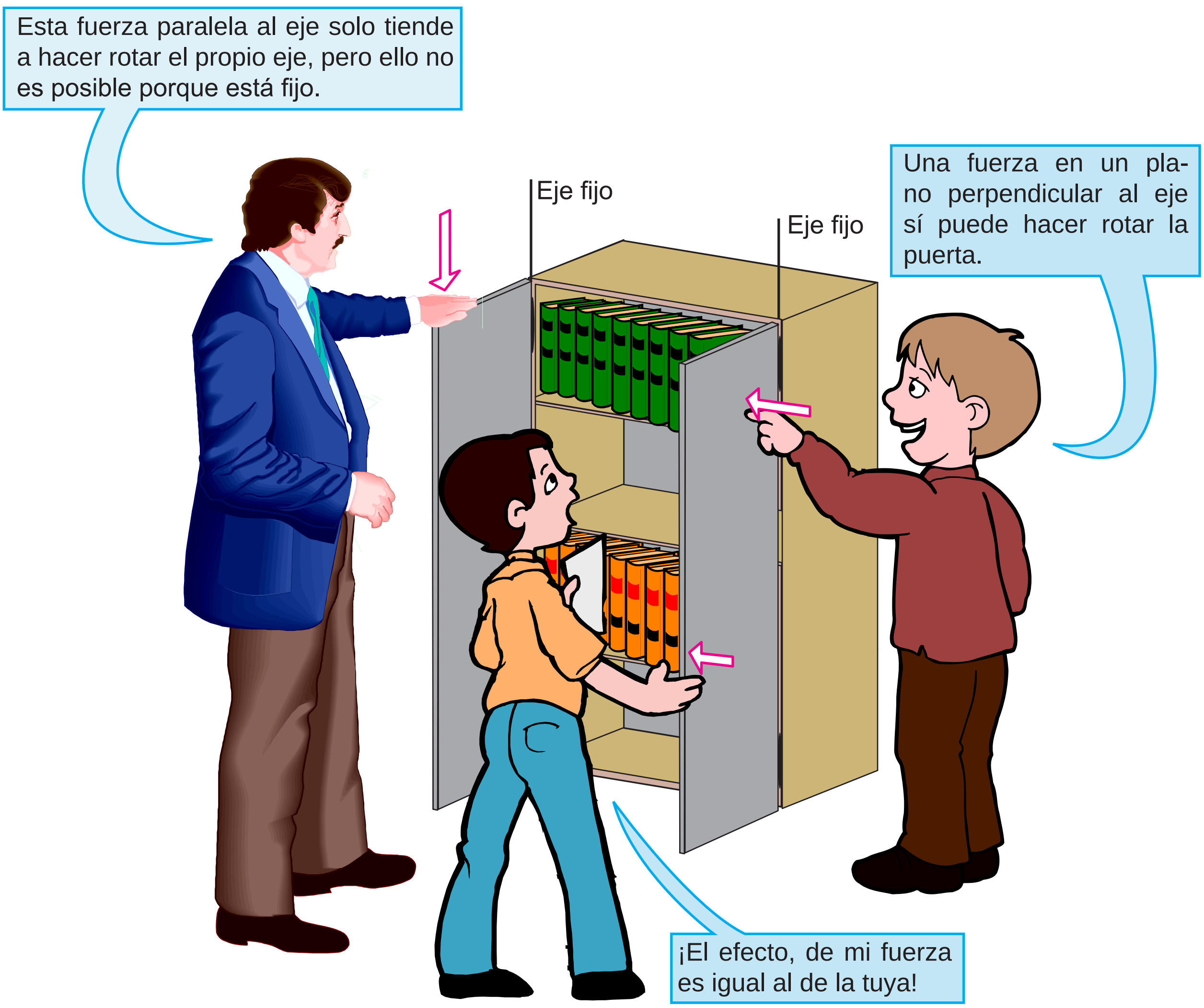


Fig.3.6. En muchas situaciones prácticas los cuerpos solo pueden rotar alrededor de un eje fijo determinado. Las fuerzas ejercidas paralelamente a dicho eje no tienen efecto sobre la rotación del cuerpo, en cambio las que están en planos perpendiculares sí pudieran tenerlo.

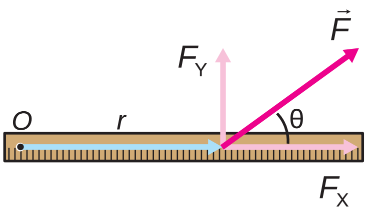


Fig. 3.7. El efecto de una fuerza sobre la rotación de un cuerpo alrededor de cierto eje se mide por el momento de la fuerza. En la figura, la magnitud del momento de la fuerza $\vec{F}$ es $M = rF_Y = rF\text{sen}\theta$. La componente F_X de la fuerza no tiene efecto sobre la rotación de la regla.

Supongamos que la regla de la figura 3.5 ahora no puede trasladarse, sino únicamente rotar alrededor de un eje que pasa por el punto O (Fig. 3.7) y que a la distancia r del eje se aplica una fuerza $\vec{F}$. Mientras mayores sean r y $\vec{F}$, mayor será el efecto en la rotación. Por otra parte, dicho efecto se deberá solo a la componente F_y de la fuerza, ya que la **línea de acción** de la componente F_x pasa por O.

Lo anterior sugiere que el efecto de la fuerza $\vec{F}$ en la rotación de la regla puede ser medido mediante la magnitud:

$$rF_Y = rF\,\text{sen}\,\theta$$

Esta magnitud se llama **momento de la fuerza** (a veces también **torque de la fuerza**) y para designarla utilizaremos la letra M. De modo que:

$$\boxed{M = rF\,\text{sen}\,\theta}$$

La expresión anterior igualmente puede escribirse:

$$M = F\left(r\,\text{sen}\,\theta\right)$$

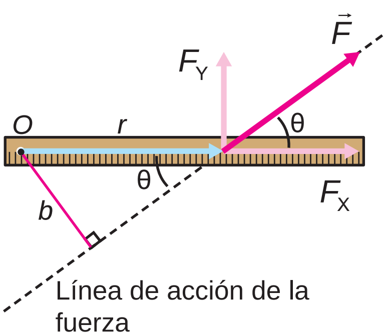


Fig. 3.8. La magnitud del momento de la fuerza $\vec{F}$ aplicada sobre la regla respecto al punto O también puede calcularse multiplicando la magnitud de la fuerza por su brazo: $M = Fb$.

La figura 3.8 permite interpretar lo que representa el producto $r\text{sen}\theta$. Nota que es la distancia entre el eje de rotación y la línea de acción de la fuerza. Dicha distancia se denomina **brazo de la fuerza** (a veces también **brazo de palanca de la fuerza**) y la designaremos por b. De modo que:

Se denomina brazo de una fuerza respecto a un eje, a la distancia entre el eje y la línea de acción de la fuerza.

Identifica los brazos de las fuerzas aplicadas sobre la regla en cada una de las cuatro situaciones de la figura 3.5. ¿A partir de aquí puedes extraer alguna conclusión?

De la expresión anterior:

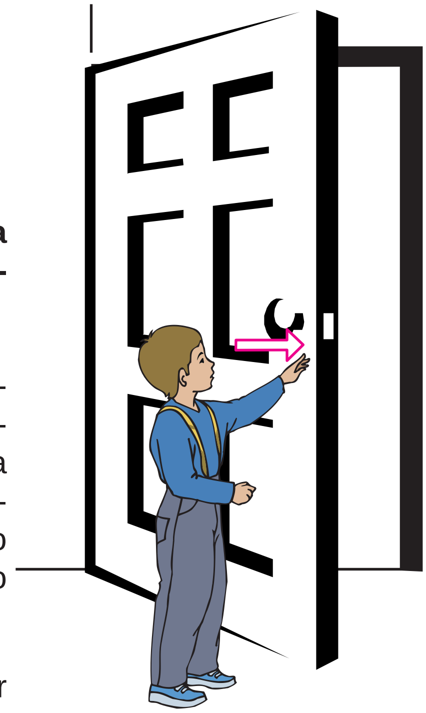
$\boxed{M = Fb}$

Es decir:

La magnitud del momento de una fuerza respecto a cierto eje de rotación es igual a la magnitud de la fuerza por su brazo.

Un mismo momento, y por tanto un mismo efecto en la rotación del cuerpo, puede ser originado por diferentes fuerzas. Por ejemplo, es posible obtener idéntico efecto en la rotación de una puerta mediante una fuerza pequeña aplicada cerca de su cerradura, es decir, con un gran brazo, o mediante una gran fuerza ejercida cerca de las bisagras, o sea, con un pequeño brazo (Fig. 3.9).

Puesto que los momentos de las fuerzas pueden provocar la rotación del cuerpo en un sentido o en el contrario, el momento que tiende a hacerlo rotar en cierto sentido se elige como positivo y el que tiende a hacerlo rotar en el contrario como negativo. Recuerda que al describir el movimiento de traslación de un cuerpo en una recta también se escoge un sentido como positivo y el opuesto como negativo.



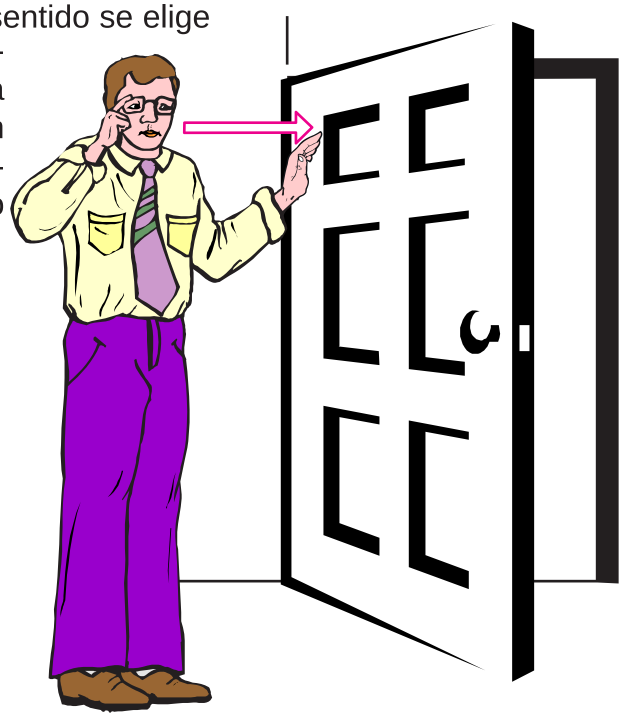
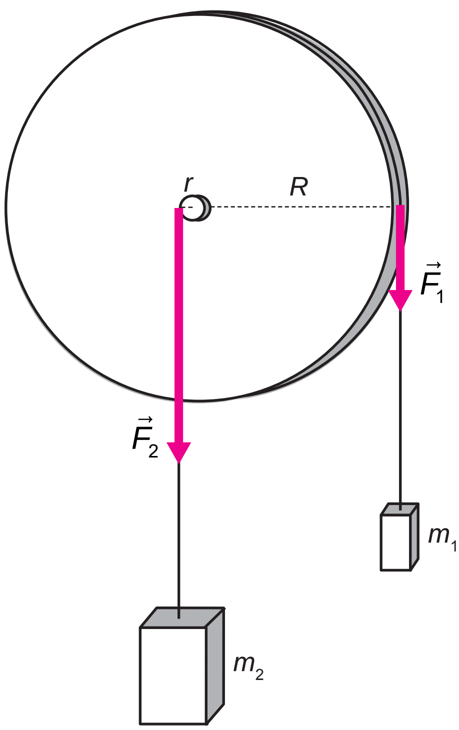


Fig. 3.9. Con una fuerza pequeña y un brazo grande es posible obtener el mismo efecto en la rotación de un cuerpo que mediante una fuerza grande y un brazo pequeño.

Ejemplo 3.4. En una polea se ha enrollado un hilo del que cuelga una carga de 100 g y en el vástago que la atraviesa por su centro otro hilo con una carga de 800 g. Considera que el radio de la polea es 4.0 cm y el del vástago 0.50 cm y determina los momentos de las fuerzas ejercidas por las cargas respecto a un eje que pasa por el centro de la polea.

A continuación se muestra un esquema de la situación.



Las magnitudes de las fuerzas aplicadas sobre los bordes de la polea y del vástago son iguales a la de los pesos de las cargas que cuelgan de los hilos:

$$F_1 = m_1 g$$

$$F_2 = m_2 g$$

Los brazos de esas fuerzas son, respectivamente, R y r. Observa que F_1 tiende a hacer rotar la polea en un sentido y F_2 en el contrario. Si **convencionalmente** elegimos como positivo el momento que tiende a hacerla girar en sentido contrario al de las manecillas del reloj, entonces el momento de F_1 será negativo y el de F_2 positivo. Por tanto, los momentos de estas fuerzas son:

$$M_1 = -RF_1 = Rm_1 g = -\left(4.0\times10^{-2}\ \text{m}\right)\left(100\times10^{-3}\ \text{kg}\right)\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = -3.9\times10^{-2}\ \text{Nm}$$

$$M_2 = rF_2 = rm_2 g = \left(0.50\times10^{-2}\ \text{m}\right)\left(800\times10^{-3}\ \text{kg}\right)\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 3.9\times10^{-2}\ \text{Nm}$$

Nota que los momentos tienen igual magnitud, lo que ilustra lo dicho en el texto acerca de que es posible producir momentos de iguales magnitudes con diferentes fuerzas.

3.2.2. Par de fuerzas.

Si para hacer rotar un cuerpo se le aplica una sola fuerza, entonces, como sabes, además de rotar se traslada (Fig. 3.10a). A fin de que el cuerpo rote pero se mantenga en equilibrio de traslación, se requiere aplicarle una segunda fuerza **paralela a la primera y de sentido opuesto** (Fig. 3.10b). Se dice que estas dos fuerzas forman un **par de fuerzas**.

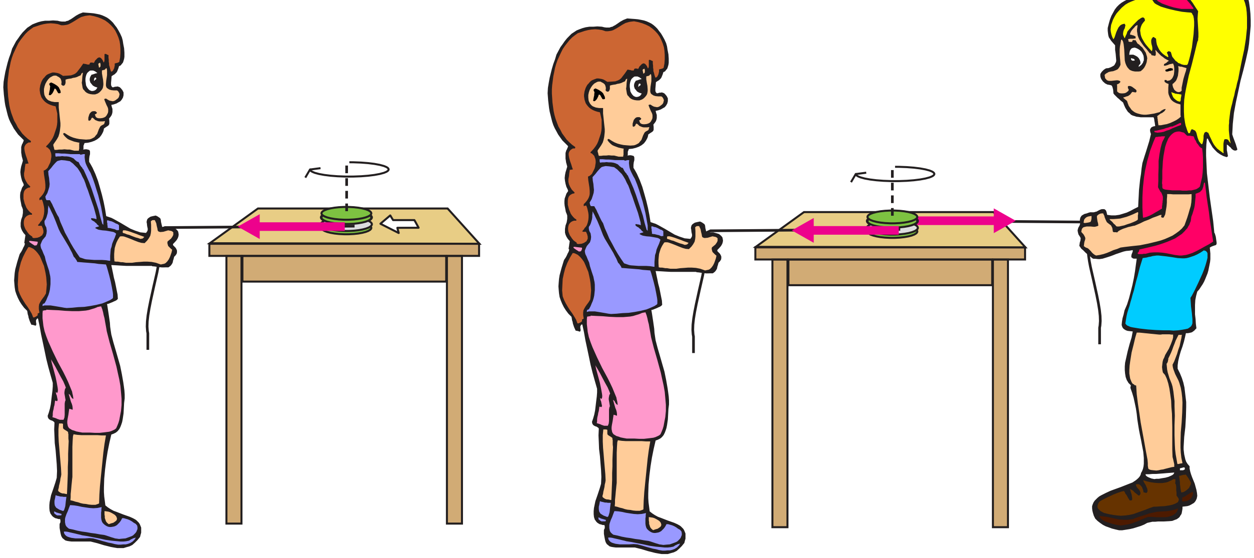


Fig. 3.10. (a) Una sola fuerza provoca no solo la rotación del cuerpo sino también su traslación, (b) Un par de fuerza produce la rotación del cuerpo, pero mantiene su equilibrio de traslación.

Se llama par de fuerzas, o simplemente par, a un sistema de dos fuerzas, paralelas, de iguales magnitudes y sentidos opuestos, aplicadas a un cuerpo rígido.

La aplicación de pares de fuerzas es común en la vida cotidiana: al enroscar o desenroscar la tapa de un frasco, darle vuelta a la cerradura de una puerta, accionar el volante de un vehículo con las dos manos, cuando el estator de un motor eléctrico actúa sobre el rotor, etc.

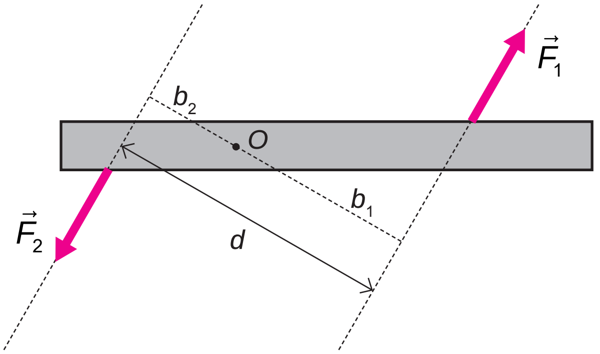


Fig. 3.11. Las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ aplicadas sobre la regla forman un par de fuerzas. La magnitud del momento del par es dF, donde F es la magnitud de las fuerzas y d la distancia entre sus líneas de acción. Por consiguiente, no depende del lugar del cuerpo donde actúan las fuerzas, ni de la dirección de éstas.

Imaginemos un par de fuerzas aplicado a un cuerpo como el de la figura 3.11 y calculemos el momento resultante respecto a un eje que pasa por un **punto arbitrario** *O*. Asumiendo como positivo el que tiende a hacer rotar el cuerpo en sentido contrario a las manecillas del reloj se tiene:

$$M_1 = b_1F_1 \quad \text{y} \quad M_2 = b_2F_2$$

Como $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ tienen igual magnitud podemos escribir:

$$F_1 = F_2 = F$$

De modo que la suma de los momentos, o momento resultante, es:

$$M = b_1F + b_2F = (b_1 + b_2)F = dF$$

Observa que la magnitud del momento resultante del **par** no depende del lugar donde se aplique ni de la dirección de la fuerzas, únicamente depende de la magnitud F de las fuerzas y de la distancia d entre sus líneas de acción.

$$\boxed{M = Fd}$$

3.2.3. Condición de equilibrio de rotación.

En el ejemplo 3.4 analizamos una situación en que los momentos de dos fuerzas aplicadas sobre un cuerpo (una polea) eran de igual magnitud y signos contrarios. En ese caso el cuerpo no rota, pues el efecto de uno de los momentos es compensado por el del otro. Al mismo tiempo, como los momentos son de igual magnitud y sentidos contrarios, **la suma de ellos es nula**. Ésta es la condición de equilibrio de rotación, que puede generalizarse al caso que sobre el cuerpo se ejerzan más de dos fuerzas:

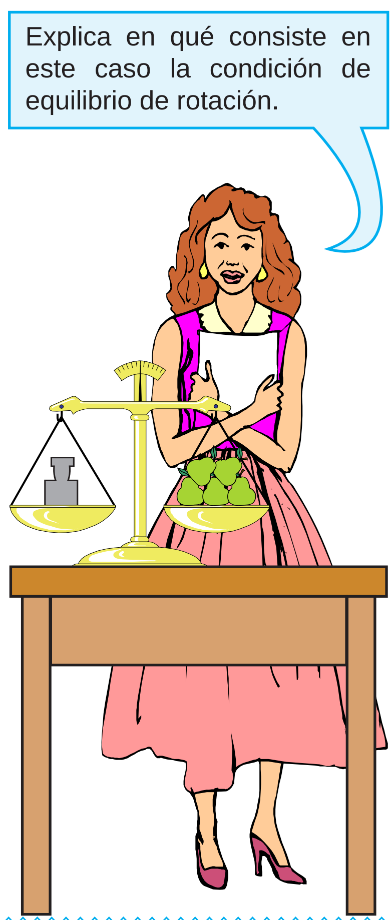
Un cuerpo está en equilibrio de rotación si la suma de los momentos de las fuerzas aplicadas sobre él es nula respecto a cualquier eje.

$$\boxed{\Sigma M = 0}$$

Análogamente que en el equilibrio de traslación, un cuerpo puede encontrarse en equilibrio de rotación aún sin estar en reposo, rotando con velocidad angular constante.

Puesto que la fuerza de gravedad actúa permanentemente sobre todos los cuerpos que nos rodean, tiene particular importancia examinar el efecto que provoca en la rotación de ellos.

En el apartado 3.1 dedicado al equilibrio de traslación, precisamos que la fuerza de gravedad realmente actúa sobre cada una de las partículas de los cuerpos. Sin embargo, allí mismo vimos que **en relación con la traslación**, los cuerpos se comportan como si todas esas fuerzas estuviesen aplicadas **en su centro de masa**, debido a lo cual representamos una sola fuerza de valor *Mg* aplicada en dicho punto. Cabe ahora preguntarse: y **en relación con la rotación**, ¿podrá también sustituirse el efecto de las fuerzas de gravedad que actúan sobre cada una de las partículas de un cuerpo por el de una sola fuerza de valor *Mg* **aplicada en su centro de masa**?



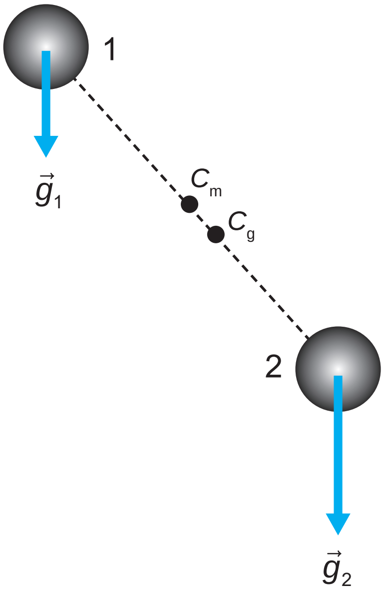


Fig. 3.12. Un sistema constituido por dos bolas de iguales masas. Si $\vec{g}$ fuese mayor en la bola 2 que en la 1, el centro de gravedad no coincidiría con el centro de masa, estaría desplazado hacia la bola 2. En la práctica $\vec{g}$ es la misma y el centro de gravedad coincide con el centro de masa.

Resulta que si la intensidad $\vec{g}$ de la gravedad no fuese la misma en todos los puntos del cuerpo, ello no sería posible. La fuerza única cuyo efecto sustituyera al de las fuerzas de gravedad sobre todas las partículas del cuerpo estaría aplicada no en el centro de masa, sino en un punto a cierta distancia de él, hacia la zona en que la intensidad de la gravedad es mayor (Fig. 3.12). Ese punto es el **centro de gravedad del cuerpo**. Pero puesto que en la práctica, $\vec{g}$ puede considerarse la misma en todos los puntos del cuerpo, el centro de gravedad se superpone con el centro de masa y no tiene sentido distinguir uno del otro.

De este modo, el efecto conjunto de las fuerzas de gravedad que actúan sobre todas las partículas de un cuerpo puede sustituirse por el de una sola fuerza de valor *Mg* aplicada en su centro de masa, no solo a los efectos de la traslación del cuerpo sino también de su rotación.

Lo anterior permite explicar el hecho de que al dejar caer un cuerpo teniendo cuidado de no imprimirle movimiento alguno, digamos un bate (Fig.3.13), caiga sin rotar. Como a los efectos de la rotación la fuerza de gravedad sobre todas las partículas del cuerpo puede sustituirse por una sola fuerza aplicada en su centro de gravedad, pero éste coincide con el centro de masa, entonces dicha fuerza no tiene brazo respecto al centro de masa y el cuerpo no rota alrededor de él. Así que el hecho de que el cuerpo no rote al dejarlo caer, constituye una confirmación de que también a los efectos de la rotación la fuerza de gravedad puede suponerse aplicada en su centro de masa.

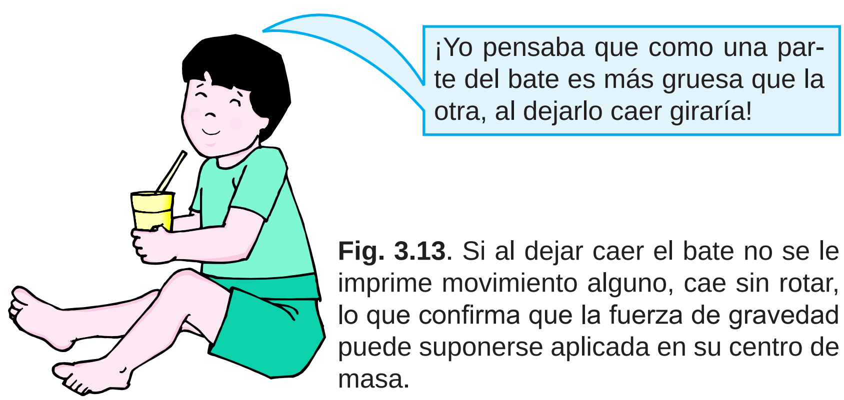


Fig. 3.13. Si al dejar caer el bate no se le imprime movimiento alguno, cae sin rotar, lo que confirma que la fuerza de gravedad puede suponerse aplicada en su centro de masa.

Lo anteriormente expuesto permite encontrar fácilmente por vía experimental el centro de gravedad (o lo que es equivalente, el centro de masa) de ciertos cuerpos. Así, si se cuelga un cuerpo plano por cualquier punto, entonces cuando esté en equilibrio podemos estar seguros que la dirección de la fuerza de gravedad pasa por el punto de suspensión (Fig. 3.13b). Dicha dirección es vertical y es posible determinarla con ayuda de una plomada (Fig. 3.13c). Si sobre el cuerpo se traza la línea que indique la dirección de la fuerza de gravedad y luego se suspende por otro punto y se vuelve a trazar una nueva línea, el punto de intersección de ambas indicará la posición del centro de gravedad.

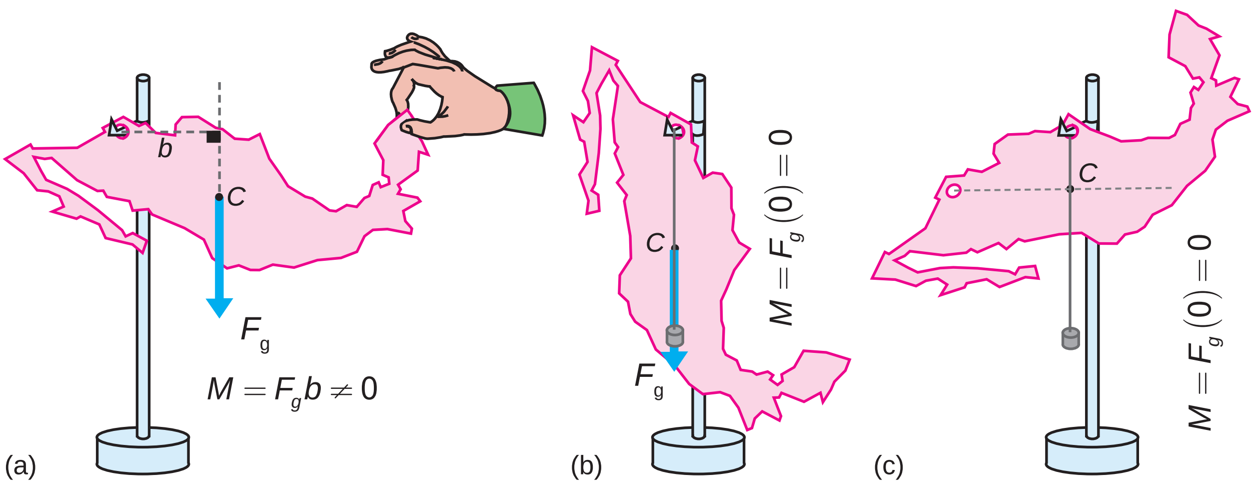
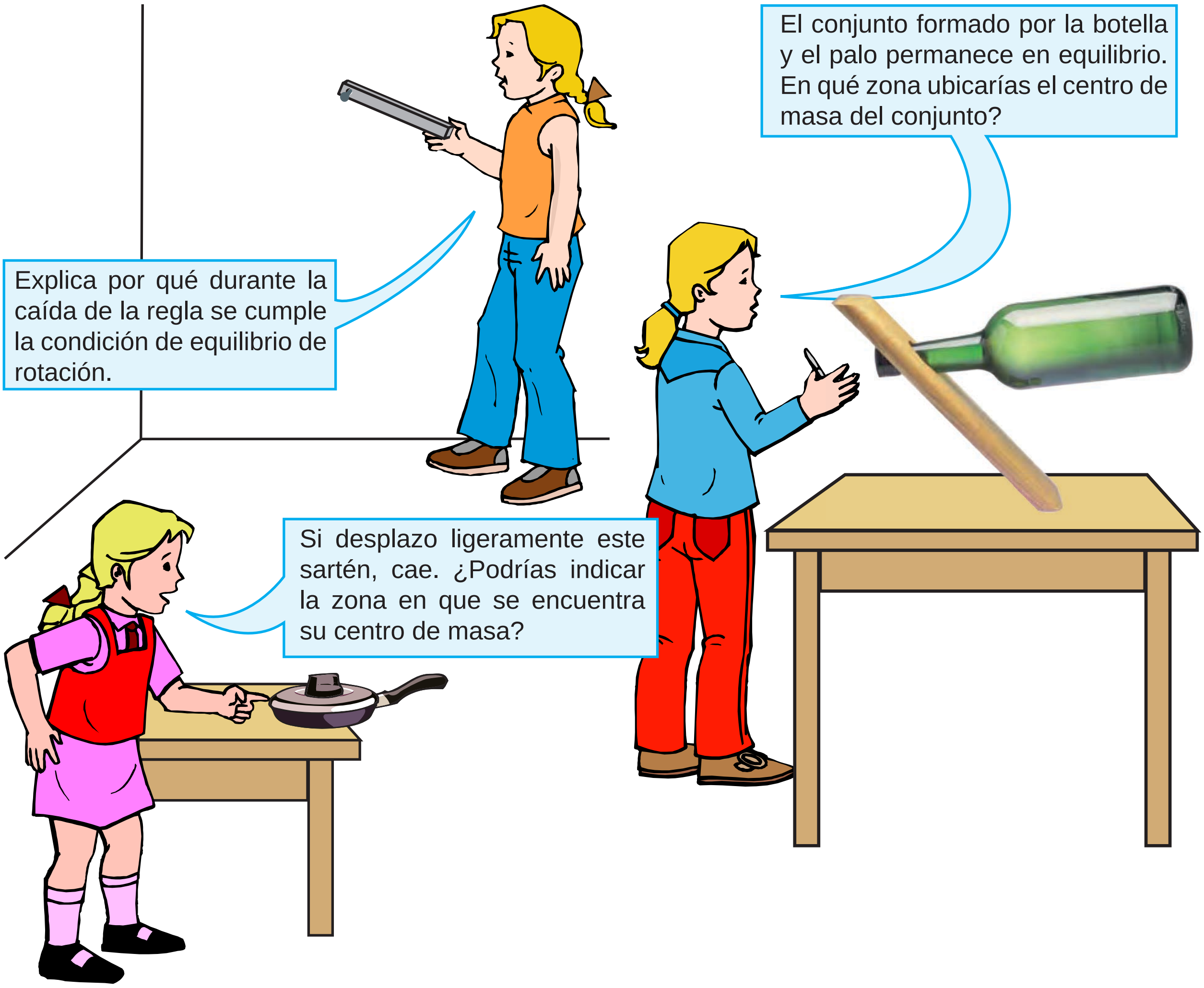


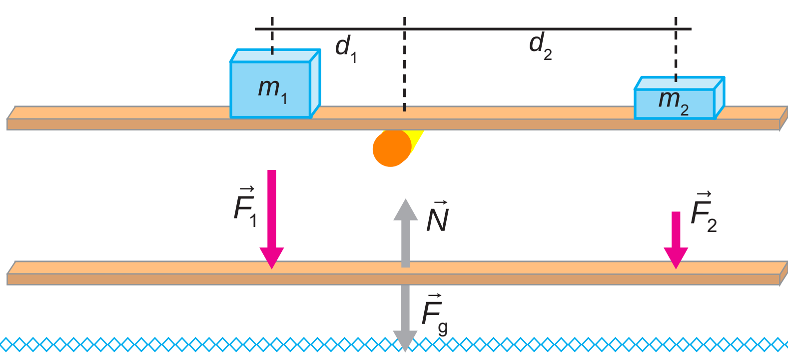
Fig. 3.13. La fuerza de gravedad está aplicada en el centro de gravedad del cuerpo. En (a) no se cumple la condición de equilibrio de rotación, mientras que en (b) y (c) la dirección de la fuerza de gravedad es indicada con ayuda de una plomada.

Argumenta por qué en el caso de la figura 3.13b se puede estar seguro que la dirección de la fuerza de gravedad pasa por el punto de suspensión del cuerpo.



Ejemplo 3.5. Una regla homogénea se sitúa por su punto medio sobre un lápiz. A 16.0 cm a la derecha se coloca una carga de 8.0 g y a 4.0 cm a la izquierda otra de 16 g. a) ¿Estará la regla en equilibrio de rotación? b) En caso de que la respuesta a la pregunta anterior fuese negativa, ¿dónde habría que colocar una tercera carga de 4.0 g para lograr el equilibrio?

a) A continuación se muestra un esquema de la situación.



Las fuerzas aplicadas sobre la regla son cuatro: las ejercidas por las cargas, la de gravedad y la reacción normal del lápiz. Determinaremos sus momentos con relación al eje que pasa por el punto de apoyo de la regla a lo largo del lápiz. Respecto a este eje, las dos últimas fuerzas mencionadas no tienen brazo y, por eso, el momento de ellas con relación a dicho eje es nulo.

Las fuerzas ejercidas por las cargas sobre la regla son numéricamente iguales a las fuerzas de gravedad que actúan sobre ellas, y pueden suponerse aplicadas a las distancias d_1 y d_2, respectivamente, del punto medio de la regla. Asumiendo como positivo el momento que tiende a girar la regla en sentido contrario al de las manecillas del reloj, la suma de los momentos es:

$$M = d_1m_1g - d_2m_2g = (d_1m_1 - d_2m_2)g$$

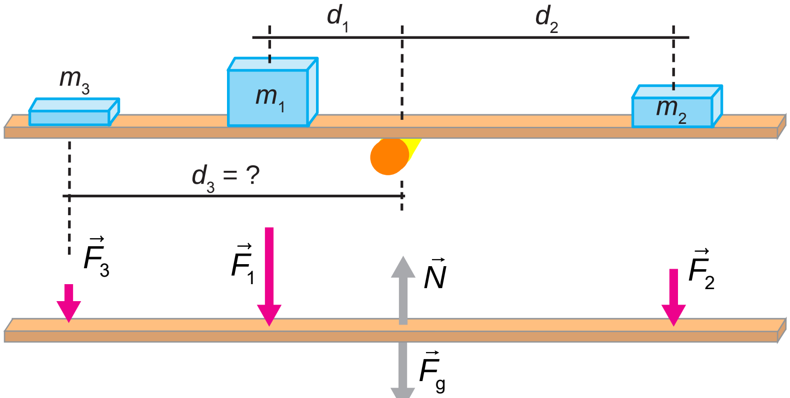
Ahora podríamos expresar los datos de las distancias en metros y los de las masas en kilogramos, sustituirlos en la expresión anterior y efectuar los cálculos. Sin embargo, este proceso, que resultaría algo laborioso, no es necesario para responder la pregunta formulada. Un simple análisis de la expresión anterior conduce a la respuesta. En efecto:

$$d_2m_2 = (16\text{ cm})(8.0\text{ g}) = 128\text{ cm}\cdot\text{g}$$

$$d_1m_1 = (4.0\text{ cm})(16\text{ g}) = 64\text{ cm}\cdot\text{g}$$

De donde se ve que la suma de los momentos de las fuerzas aplicas sobre la regla no es nula, sino una cantidad negativa, por lo que no está en equilibrio de rotación.

b) Para lograr el equilibrio, la tercera carga debe situarse en un lugar tal que la suma de los momentos producidos por las tres fuerzas sea nula. Como la suma de los momentos de las dos primeras cargas es negativo, la tercera debe situarse a la izquierda del lápiz, a fin de producir un momento positivo. En el esquema se ha representado la situación con la tercera carga.



La condición de equilibrio de rotación supone que:

$$\Sigma M = 0$$

$$d_3 m_3 g + d_1 m_1 g - d_2 m_2 g = 0$$

Dividiendo esta ecuación por g:

$$d_3 m_3 + d_1 m_1 - d_2 m_2 = 0$$

Y resolviendo para d_3:

$$d_3 = \frac{d_2 m_2 - d_1 m_1}{m_3}$$

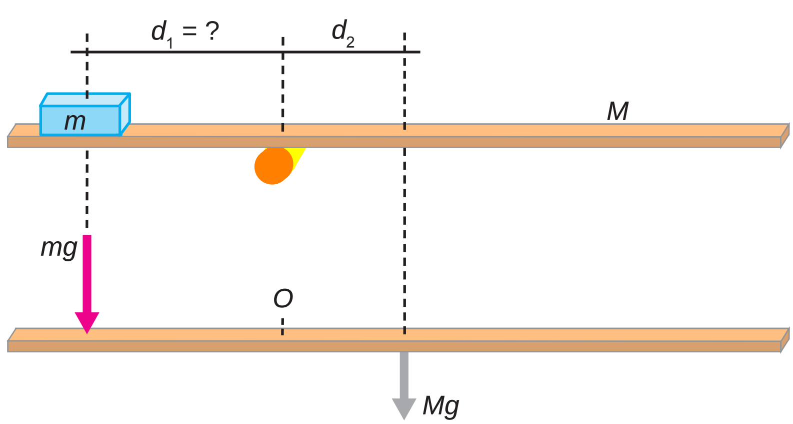
Colocando en la expresión anterior los resultados parciales hallados en el apartado (a) y el valor de m_3:

$$d_3 = \frac{128\ \text{cm} \cdot \text{g} - 64\ \text{cm} \cdot \text{g}}{4.0\ \text{g}} = 16\ \text{cm}$$

Por consiguiente, para lograr el equilibrio, la tercera carga debe ser colocada a 16 cm a la izquierda del punto medio de la regla.

Ejemplo 3.6. Considera ahora que la regla del ejemplo anterior se apoya en el lápiz por un punto situado 8.0 cm a la izquierda de su punto medio. Si la masa de la regla es 10.0 g, ¿dónde debe colocarse una carga de 5.0 g para que la regla quede en equilibrio de rotación?

En la figura se muestra el esquema de la situación.



A diferencia del ejemplo anterior, esta vez el centro de masa de la regla está desplazado con relación al punto de apoyo, por lo que la fuerza de gravedad, que se supone aplicada en él, tiene un brazo d_2. La reacción normal del lápiz no tiene brazo respecto al eje de rotación y, por tanto, no produce momento, por lo cual no la hemos representado. Asumiendo positivo el momento en que hace rotar a la regla en sentido contrario al de las manecillas del reloj, la condición de equilibrio de rotación es:

$$\Sigma M = 0$$

$$d_1 mg - d_2 Mg = 0$$

Resolviendo para d_1:

$$d_1 = \frac{d_2 Mg}{mg} = d_2 \frac{M}{m} = (8\text{ cm})\left(\frac{10\text{ g}}{5.0\text{ g}}\right) = 16\text{ cm}$$

La carga de 5.0 g debe ser colocada a 16 cm a la izquierda del punto de apoyo, o lo que es equivalente, a 24 cm a la izquierda del punto medio de la regla.

3.3. Equilibrio estático.

Hasta ahora hemos considerado las condiciones de equilibrio de traslación y de rotación de un cuerpo rígido separadamente. En este apartado comenzaremos resumiendo lo estudiado y luego utilizaremos las dos condiciones de equilibrio, conjuntamente, para analizar diversas situaciones.

La condición de **equilibrio de traslación** de un cuerpo consiste en que la **suma de las fuerzas aplicadas** sobre él sea nula y la del **equilibrio de rotación**, en que sea nula la **suma de los momentos de las fuerzas**. Ninguna de las dos condiciones implica que el cuerpo deba estar en reposo, pudiera moverse con velocidad de traslación constante y también rotar con velocidad angular constante.

Cabe subrayar, además, que las condiciones para el equilibrio de traslación y de rotación son independientes una de la otra. Así, la suma de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo (equilibrio de traslación) puede ser nula y, sin embargo, la de sus momentos no (Fig.3.14a). Y a la inversa, es posible que la suma de los momentos de las fuerzas sea nula (equilibrio de rotación) y la de las fuerzas no lo sea (Fig.3.14b).

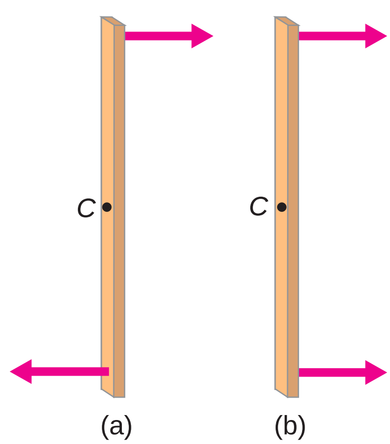
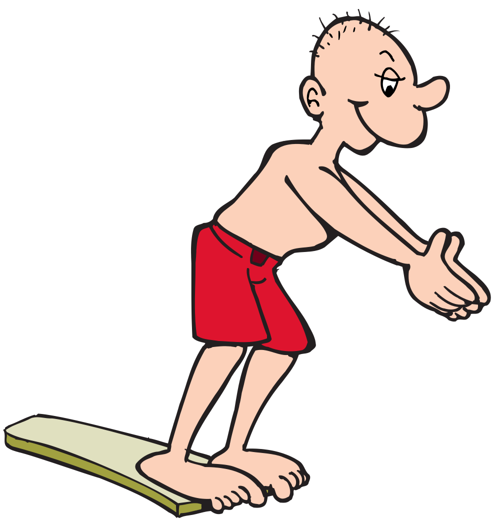


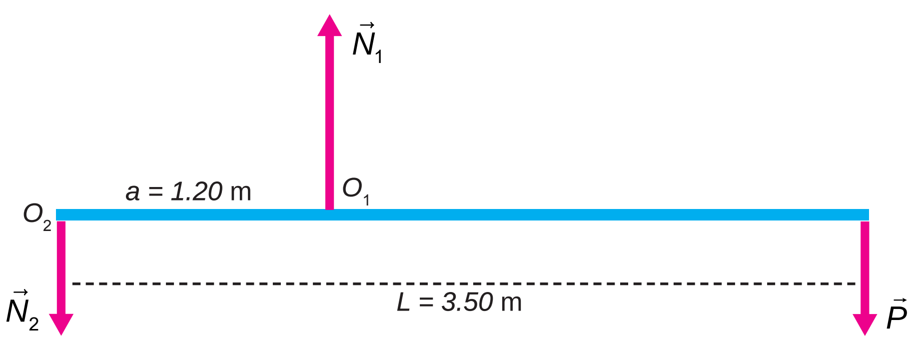
Fig.14. Las condiciones de equilibrio de traslación y rotación son independientes una de otra. En (a) la regla está en equilibrio de traslación pero no de rotación y en (b) está en equilibrio de rotación pero no de traslación.

Cuando los cuerpos están en reposo, es decir, sin movimiento de traslación ni de rotación, el equilibrio se denomina **equilibrio estático**. Estos casos tienen gran interés en ingeniería, arquitectura y la vida cotidiana. En ellos se cumplen las dos condiciones de equilibrio. A continuación veremos algunos ejemplos en que se utilizan ambas condiciones.

Ejemplo 3.7. Un trampolín de 3.50 m de largo está sujeto por medio de dos pernos, uno en un extremo y el otro a 1.20 m de él. ¿Qué fuerza se ejercerá sobre los pernos cuando un nadador de 70 kg se pare en el extremo libre del trampolín? Desprecia la masa del trampolín.



En el esquema se han representado todas las fuerzas que actúan **sobre el trampolín**. La fuerza de gravedad no se ha representado, porque la masa del trampolín es despreciable y, por tanto, la fuerza de gravedad también. El trampolín tiende a rotar alrededor de un eje que pasa por el perno situado a 1.20 m del extremo (es decir, por O_1). Actúa sobre este perno con una fuerza dirigida hacia abajo y sobre el perno del extremo con otra dirigida hacia arriba. En el esquema, $\vec{N}_1$ y $\vec{N}_2$ son las fuerzas de reacción de los pernos a las ejercidas por el trampolín y $\vec{P}$ es el peso del nadador, el cual es numéricamente igual a la fuerza de gravedad *mg* ejercida sobre él.



Como el trampolín se encuentra en reposo, se cumplen las dos condiciones de equilibrio, de traslación y de rotación.

$\Sigma F_y = 0$

$\Sigma M = 0$

Al escribir la condición de equilibrio de traslación asumiremos como sentido positivo “hacia arriba”, con lo cual la suma de las fuerzas aplicada sobre el trampolín queda:

$N_1 - N_2 - P = 0$ que puede escribirse:

$N_1 - N_2 - mg = 0 \quad \rightarrow \quad (1)$

Nota que con esta sola ecuación no pueden hallarse los valores de N_1 y N_2. Sin embargo, es posible obtener otra ecuación utilizando la condición de equilibrio de rotación.

Calcularemos los momentos de las fuerzas respecto a un eje que pasa por O_1. Asumiendo como positivos los momentos que tienden a hacer rotar el cuerpo en sentido contrario al de las manecillas del reloj, se tiene:

$$aN_2 + (0)N_1 - (L-a)P = 0$$

Esta ecuación queda:

$$aN_2 - (L-a)mg = 0 \quad \rightarrow \quad (2)$$

Resolviendo para N_2 y sustituyendo los datos:

$$N_2 = \left(\frac{L-a}{a}\right)mg = \left(\frac{3.50\text{ m} - 1.20\text{ m}}{1.20\text{ m}}\right)(70\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 1.3\times10^3\text{ N}$$

Esta es la fuerza ejercida sobre el trampolín por el perno del extremo. Según la tercera ley de Newton la fuerza de éste sobre el perno es de igual magnitud y sentido contrario. Nota que la fuerza es significativamente grande, equivale al peso de unos 130 kg.

Para encontrar la fuerza N_1 ejercida por el otro perno sobre el trampolín puede ahora utilizarse la ecuación (1), relativa a la condición del equilibrio de traslación:

$$N_1 = N_2 + mg = 1.3\times10^3\text{ N} + (70\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) = 2.0\times10^3\text{ N}$$

Esta es la fuerza ejercida por el perno situado a 1.20 m del extremo. La del trampolín sobre el perno es de igual magnitud y sentido contrario. Observa que en este caso la fuerza es todavía mayor que la ejercida sobre el otro perno, equivale al peso de unos 200 kg.

Cabe señalar que la magnitud de la fuerza N_1 también pudiera encontrarse de otro modo, sin utilizar la ecuación (1). El trampolín no solo no rota alrededor del eje que pasa por O_1, sino tampoco alrededor de ningún otro eje que podamos considerar, lo cual significa que **la suma de los momentos de las fuerzas ejercidas sobre él es nula cualquiera que sea el eje utilizado para calcular los momentos**. Esta observación es sumamente importante, pues permite elegir el eje para calcular los momentos que más convenga a fin de facilitar la solución del problema.

Así, si para el cálculo se escoge un eje que pasa por O_2, entonces el brazo de N_2 respecto a dicho eje es cero, por lo que en la ecuación no aparecerá N_2. En efecto:

$$aN_1 - LP = 0$$

La cual queda:

$$aN_1 - Lmg = 0$$

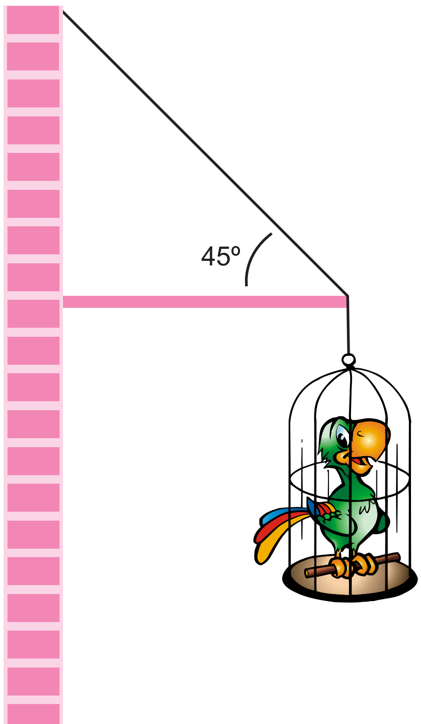
De este modo, seleccionando adecuadamente el eje respecto al cual se calculan los momentos de las fuerzas puede eliminarse una (o varias) de las incógnitas.

Resolviendo para N_1 y sustituyendo los datos:

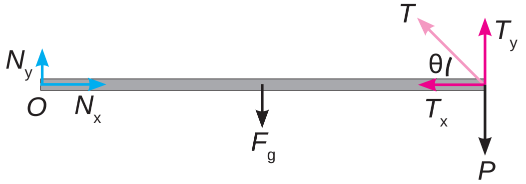
$$N_1 = \frac{Lmg}{a} = \frac{(3.50\text{ m})(70\text{ kg})\left(9.8\ \dfrac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{1.20\text{ m}} = 2.0\times 10^3\text{ N}$$

Obviamente, el resultado coincide con el obtenido anteriormente. Se tienen así diversas variantes de solución de los problemas, pero eligiendo el eje respecto al cual se calculan los momentos de las fuerzas en un lugar u otro, la solución puede resultar más o menos laboriosa.

Ejemplo 3.8. Una jaula de 2.50 kg cuelga del extremo de una barra de masa 0.80 kg como se muestra en la figura. a) Halla la tensión del cable y la fuerza de la pared sobre la varilla. b) Si la barra no estuviese empotrada en la pared sino solo apoyada contra ella y el coeficiente de rozamiento estático entre ambos fuese 0.40, ¿podría sostenerse la jaula en equilibrio?



En el diagrama hemos representado las fuerzas que actúan sobre la barra, así como sus componentes según las direcciones horizontal (X) y vertical (Y).



a) Utilicemos la condición de equilibrio de rotación. Para calcular los momentos de las fuerzas escogeremos un eje que pasa por el punto *O*. Tal elección simplifica las ecuaciones, pues respecto a dicho eje N_x y N_y no tienen brazo. Asumiendo como positivos los momentos que tienden a hacer rotar la barra en sentido contrario a las manecillas del reloj se tiene:

$$LT_y - LP - \frac{L}{2}F_g = 0$$

Donde *L* es la longitud de la barra.

De aquí que:

$$LT\,sen\,\theta - LMg - \frac{L}{2}mg = 0$$

M es la masa de la jaula y *m* la de la barra.

Dividiendo la ecuación entre *L*:

$$T\,sen\,\theta - Mg - \frac{1}{2}mg = 0$$

Resolviendo para *T* y sustituyendo los datos:

$$T = \frac{\left(M + \frac{1}{2}m\right)g}{sen\,\theta} = \frac{\left(2.50\text{ kg} + \frac{1}{2}(0.80\text{ kg})\right)\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{sen\,45^{\circ}} = 40.2\text{ N} \approx 40\text{ N}$$

Consideremos ahora la condición de equilibrio de traslación.

Para las componentes de las fuerzas según el eje X:

$$N_x - T_x = 0$$

que puede escribirse:

$$N_x - T\cos\theta = 0$$

de donde:

$$N_x = T\cos\theta = (40.2\text{ N})\cos 45^{\circ} = 28.4\text{ N}$$

Para las componentes de las fuerzas según el eje Y:

$$N_y + T_y - F_g - P = 0$$

que puede escribirse:

$$N_y + T\,\text{sen}\,\theta - mg - Mg = 0$$

Resolviendo para N_y y sustituyendo los datos:

$$N_y = (m + M)g - T\,\text{sen}\,\theta = (0.80\text{ kg} + 2.50\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) - (40.2\text{ N})\,\text{sen}\,45^\circ = 3.91\text{ N}$$

La magnitud de la fuerza entre la varilla y la pared se halla utilizando el teorema de Pitágoras:

$$F_{V-P} = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = \sqrt{(28.4\text{ N})^2 + (3.91\text{ N})^2} = 28.7\text{ N} \approx 28\text{ N}$$

Si designamos por φ el ángulo que forma dicha fuerza con la varilla se tiene:

$$\tan\varphi = \frac{N_y}{N_x} = \frac{3.91}{28.4} = 0.138$$

De donde:

$$\varphi = \tan^{-1}(0.138) = 7.9^\circ$$

De modo que la fuerza de la pared sobre la barra es de 28 N y forma un ángulo de 7.9º con la barra.

b) La fuerza de rozamiento estático máxima entre la barra y la pared es:

$$f = \mu N_x = (0.40)(28.4\text{ N}) = 11\text{ N}$$

Puesto que la componente vertical de la fuerza de la pared sobre la barra (N_y = 3.9 N), requerida para mantener el sistema en equilibrio es menor que la fuerza de rozamiento estático máxima entre la pared y la barra (f = 11 N), aún cuando ésta no estuviese empotrada en la pared se lograría el equilibrio.

3.4. Máquinas simples.

Numerosas herramientas y máquinas utilizadas en diversas ramas de la ingeniería y en la vida diaria basan su funcionamiento en una serie de mecanismos, denominados **máquinas simples**. La utilidad fundamental de las máquinas simples radica en que permiten obtener fuerzas ("salida") mucho mayores que las ejercidas directamente ("entrada"), así como cambiar la dirección y sentido de éstas.

Entre las máquinas simples suelen considerarse: la palanca, la polea, el torno, el plano inclinado, la cuña, el tornillo y la rueda con eje. Sin embargo, la polea y la rueda con eje pueden ser tratadas como tipos de palancas, el torno como una combinación de palanca y polea y la cuña y el tornillo como variantes de plano inclinado, con lo cual las máquinas verdaderamente simples se reducirían a solo dos: la palanca y el plano inclinado. A continuación examinamos varias de las máquinas mencionadas.

3.4.1. Palancas.

La palanca consiste en un cuerpo rígido que se apoya en un punto en torno al cual puede girar (Fig. 3.15), usualmente a fin de obtener una fuerza mayor que la ejercida.

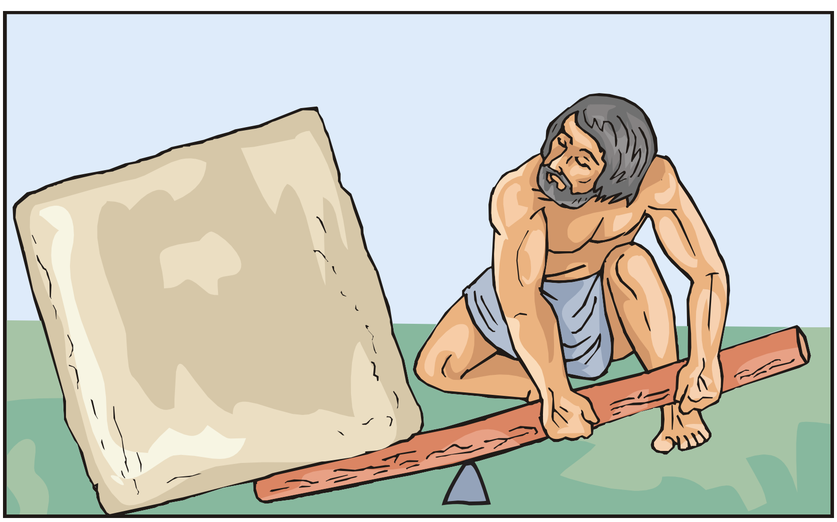
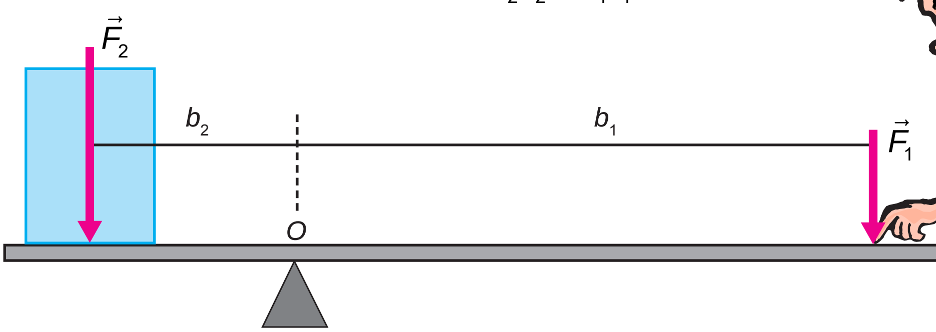


Fig. 3.15. La palanca consiste en un cuerpo rígido que se apoya en un punto alrededor del cual puede girar. Mediante ella es posible aplicar fuerzas mucho mayores que las ejercidas directamente.

El funcionamiento de la palanca, como el de otras máquinas simples que derivan de ella, puede ser explicado a partir de la **condición de equilibrio de rotación**. Así, si la palanca de la figura 3.16 está en equilibrio y los momentos de las fuerzas ejercidas sobre ella se calculan respecto a un eje que pasa por su punto de apoyo:

$$M = F_2 b_2 - F_1 b_1 = 0$$



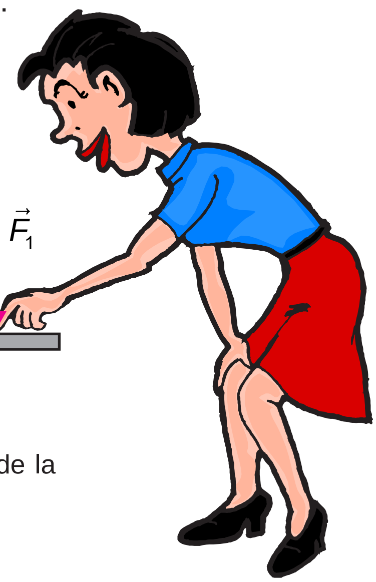


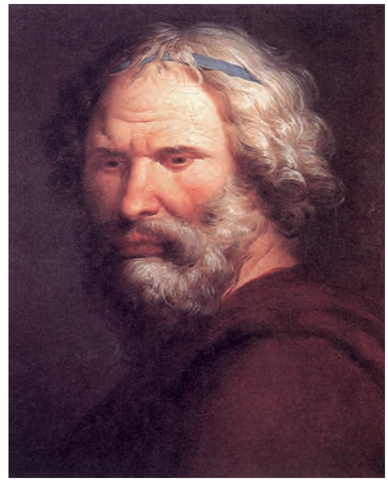
Fig. 3.16. El funcionamiento de la palanca puede ser explicado a partir de la condición de equilibrio de rotación.

$\vec{F}_2$ es la fuerza con que actúa el cuerpo sobre la palanca, pero según la tercera ley de Newton, ésta actúa sobre el cuerpo con una fuerza de igual magnitud y sentido contrario. Por consiguiente, al ejercer la fuerza $\vec{F}_1$ ("entrada") la palanca actúa sobre el cuerpo con una fuerza de magnitud F_2 ("salida"), dada por:

$$F_2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right) F_1$$

Nota que mientras mayor sea b_1 comparado con b_2, mayor será la fuerza que se obtiene como resultado de utilizar la palanca.

La relación matemática anterior se conoce como **ley de la palanca**. La formulación más antigua que se conoce de ella fue realizada por Arquímedes, tres siglos antes de nuestra era. Cuenta la leyenda que al referirse a la palanca Arquímedes expresó: “Denme un punto de apoyo y moveré el Mundo”.



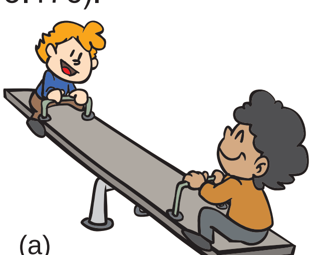
Arquímedes (Siracusa, Sicilia, 287 - 212 a.c.). Definió la ley de la palanca y se le reconoce como el inventor de la polea compuesta. Durante su estancia en Egipto inventó el “tornillo sin fin” para elevar el agua de nivel.

La **ganancia de fuerza** que proporciona una palanca, también denominada **ventaja mecánica (V_M)**, es la razón entre la magnitud de la fuerza ejercida, o “entrada”, y la magnitud de la fuerza obtenida, o “salida”:

$$V_M = \frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2}$$

Indaga en la enciclopedia Encarta acerca de la palanca. Si la enciclopedia propone alguna actividad interactiva, realízala.

En dependencia de las posiciones que ocupen entre sí el punto de apoyo y los puntos de aplicación de la fuerza ejercida y de la fuerza obtenida, se distinguen tres tipos de palanca: de primera clase, si el punto de apoyo se encuentra entre los de aplicación de las fuerzas ejercida y obtenida (Fig. 3.17a); de segunda clase si el punto de aplicación de la fuerza obtenida es el que está entre los otros dos (Fig. 3.17b) y de tercera clase si el punto de aplicación de la fuerza ejercida es el que ocupa el lugar intermedio (Fig. 3.17c).



(a)

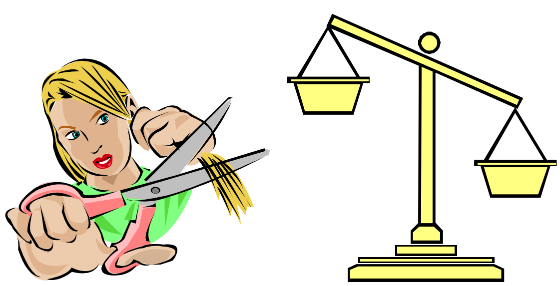
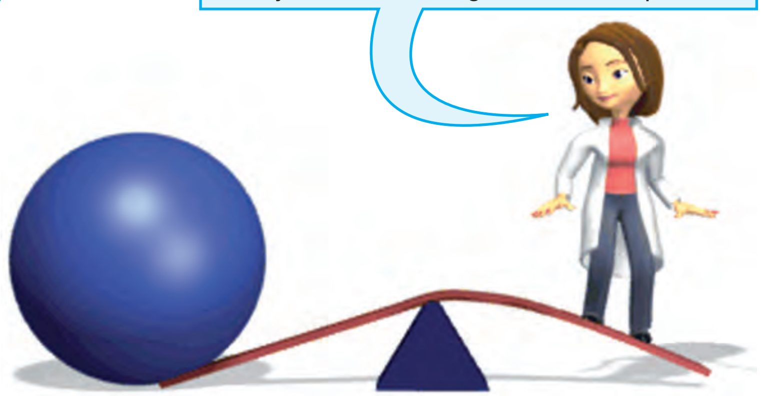
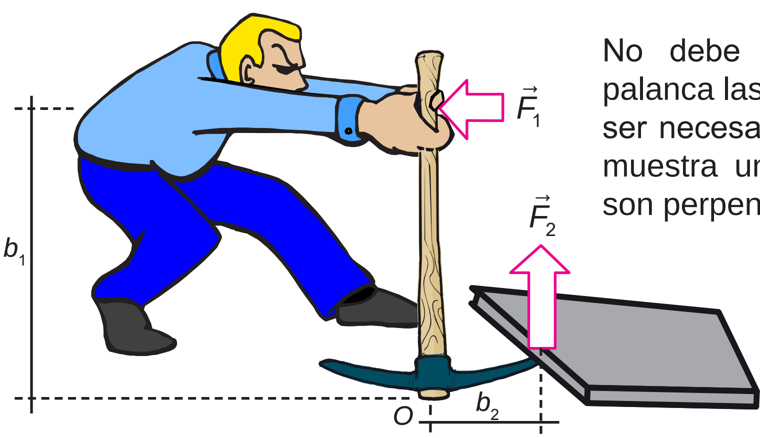


Fig. 3.17. Dependiendo de las posiciones que ocupen el punto de apoyo, el punto de aplicación de la fuerza ejercida y el de aplicación de la fuerza obtenida, se distinguen tres tipos de palanca: a) de primera clase, b) de segunda clase y c) de tercera clase.

Identifica los puntos de apoyo y puntos de aplicación de las fuerzas en cada una de las palancas de la figura 3.17.

Analiza los esquemas de cada una de las tres clases de palanca representadas en la figura 3.17. ¿Por medio de cuál, o cuáles, es posible obtener "ganancia" de fuerza, es decir, ventaja mecánica? Argumenta tu respuesta.



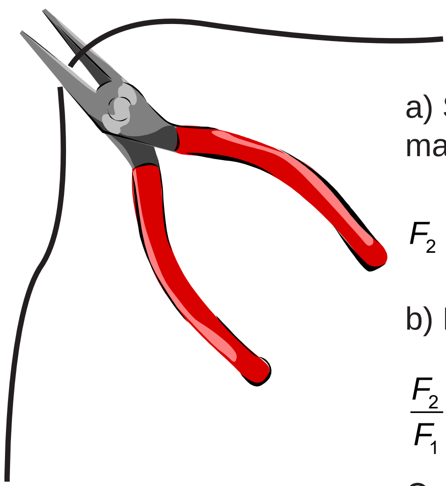


No debe pensarse que al emplear una palanca las fuerzas ejercida y obtenida deben ser necesariamente paralelas. La figura 3.18 muestra un ejemplo en que dichas fuerzas son perpendiculares entre sí.

Fig. 3.18. En una palanca las fuerzas ejercida y obtenida no necesariamente son paralelas entre sí.

Ejemplo 3.9. Un alambre se coloca entre las partes afiladas de una pinza de corte, a 2.0 cm de su eje de giro. a) ¿Qué fuerza actúa sobre el alambre si se ejerce una fuerza de 15 N a 10 cm del eje? b) ¿Cuál es la ganancia de fuerza o ventaja mecánica de la pinza?

A continuación se muestra un esquema de la situación.



a) Si F_2 es la fuerza sobre el alambre y F_1 la ejercida por la mano, y b_2 y b_1 son los brazos de dichas fuerzas, se tiene:

$$F_2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)F_1 = \left(\frac{10\text{ cm}}{2.0\text{ cm}}\right)(15\text{ N}) = 75\text{ N}$$

b) La ganancia de fuerza es:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{10\text{ cm}}{2.0\text{ cm}} = 5.0$$

O sea, la fuerza aplicada al alambre es 5 veces mayor que la ejercida sobre la pinza.

Ejemplo 3.10. Imagina que en la figura 3.18, b_1 = 1.10 m y b_2 = 20 cm. a) ¿Con qué fuerza actúa el pico sobre la loza de concreto si la fuerza ejercida sobre el extremo del mango es 50 N? b) ¿Cuál es la ganancia de fuerza?

a) Según la ley de la palanca:

$$F_2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)F_1 = \left(\frac{1.10\text{ cm}}{0.20\text{ cm}}\right)(50\text{ N}) = 275\text{ N}$$

b) La ganancia de fuerza es:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{1.10\text{ cm}}{0.20\text{ cm}} = 5.5$$

Es decir, la fuerza ejercida sobre la piedra resulta 5.5 veces mayor que sobre el mango del pico.

3.4.2. Poleas.

3.4.2.1. Polea fija.

Con frecuencia resulta más cómodo, y menos peligroso, elevar una carga atada a una cuerda tirando de ésta desde el suelo y no estando a cierta altura (Fig.3.19). Para ello pudiera utilizarse un tubo liso por el cual pasa la cuerda, sin embargo, a fin de disminuir el rozamiento lo mejor es emplear una **polea** (también llamada **roldana**). Ésta consiste en una rueda montada en un eje alrededor del cual puede girar. La cuerda rodea el borde de la polea, el cual suele ser acanalado para mantenerla en su lugar.

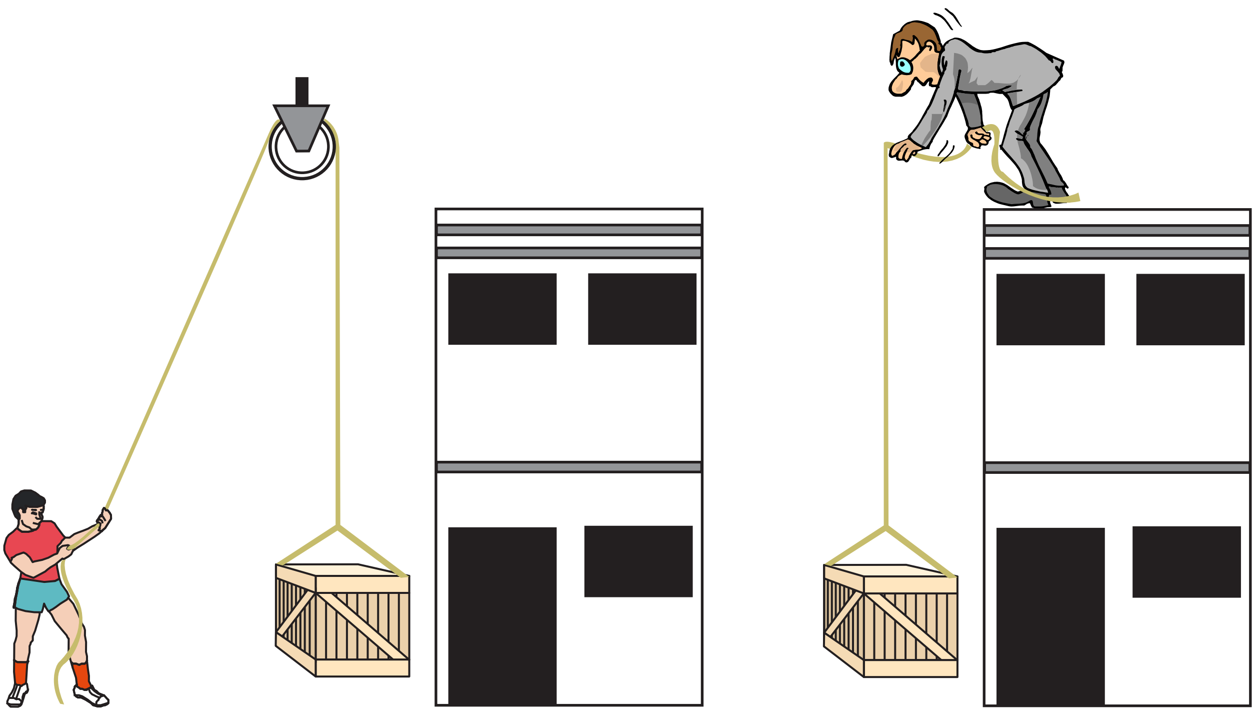


Fig. 3.19. Resulta más cómodo, y menos peligroso, elevar una carga utilizando una polea fija.

La polea fija puede considerarse una palanca de primera clase (Fig. 3.20), el punto de apoyo está en el eje de la polea y los brazos de la fuerza ejercida (entrada) y de la obtenida (salida) son iguales a su radio. Por tanto, se tiene:

$$F_2 = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)F_1 = \left(\frac{r}{r}\right)F_1 = F_1$$

De aquí que si el rozamiento en el eje de la polea es despreciable, entonces la magnitud de la fuerza obtenida es igual a la de la fuerza ejercida. La polea fija no proporciona ganancia de fuerza, su función es solamente cambiar la dirección de ella.

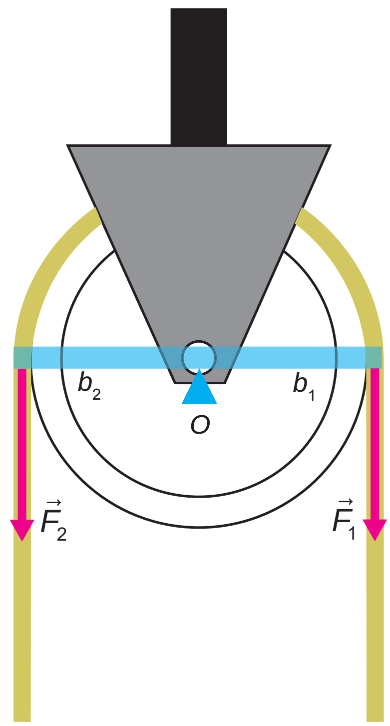


Fig. 3.20. Una polea fija puede ser considerada una palanca de primera clase en que los brazos de la fuerza ejercida y la fuerza obtenida son iguales a su radio.

3.4.2.2. Polea móvil.

Si mediante una polea se sostiene una carga como en la figura 3.21, cada uno de los dos tramos de cuerda de los que cuelga la polea con la carga soportará la mitad del peso. En consecuencia, **si la masa de la polea es despreciable**, la persona solo tendrá que ejercer una fuerza de magnitud igual a la mitad del peso de la carga. Lo mismo sucede si se tira de la cuerda elevando la carga con velocidad constante. Puesto que ahora la polea se desplaza con la carga, se trata de una **polea móvil**.

La relación entre la fuerza ejercida y la fuerza obtenida en una polea móvil puede ser argumentada formalmente aplicando la **condición de equilibrio de traslación** a la polea:

$$F_1 + F_1 - F_2 = 0$$

De donde, $2F_1 = F_2$

y $F_1 = \dfrac{F_2}{2}$

Es decir, la magnitud F_1 de la fuerza a cada lado de la cuerda, necesaria para mantener a la carga en equilibrio es igual a la mitad del peso de la carga. De otro modo, la **ganancia de fuerza** o **ventaja mecánica** de la polea móvil es:

$$V_M = \frac{F_2}{F_1} = 2$$

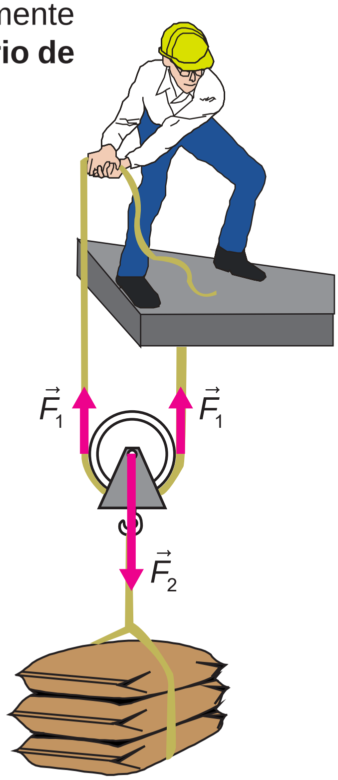


Fig. 3.21. En la polea móvil cada lado de la cuerda soporta la mitad del peso de la carga, por lo que la ganancia de fuerza es 2.

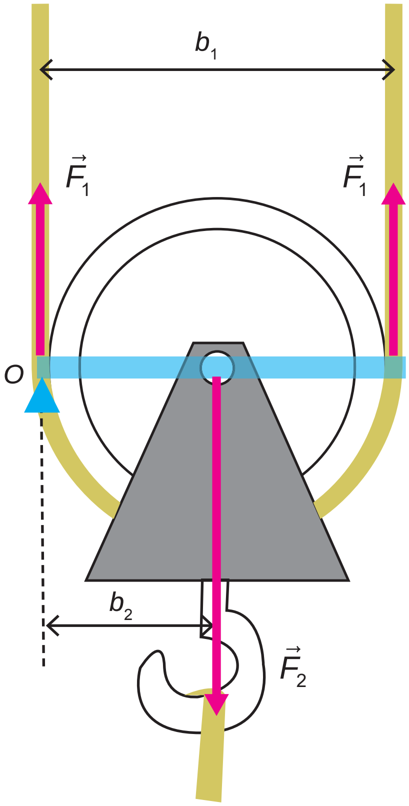


Fig. 3.22. La polea móvil puede ser interpretada como una palanca de segunda clase.

Nota que al elevarse la polea móvil cierta distancia (Fig. 3.21), cada uno de los dos tramos de cuerda de los que cuelga se acorta esa distancia, lo que significa que la cuerda debe haberse recogido el doble de la distancia recorrida por la polea. Mientras en la polea fija la carga recorre la misma distancia que se recoge la cuerda, en la polea móvil solo recorre la mitad de dicha distancia.

La polea móvil también puede ser interpretada como una palanca, pero en este caso de **segunda clase**. En la figura 3.22 se ha representado una ampliación de la polea móvil de la figura 3.21. El punto de apoyo de la "palanca" está en *O* y el de aplicación de la fuerza obtenida (salida), necesaria para compensar el peso $\vec{F}_2$ de la carga, entre él y el punto de aplicación de la fuerza ejercida por la persona en el tramo derecho de la cuerda (entrada).

Puesto que, como hemos dicho, con frecuencia resulta más cómodo tirar de la cuerda desde el suelo, la polea móvil suele emplearse combinándola con otra fija (Fig. 3.23).

Combinando poleas fijas y móviles es posible aumentar la ganancia de fuerza. Las combinaciones más conocidas son el **aparejo** y el **polipasto**.

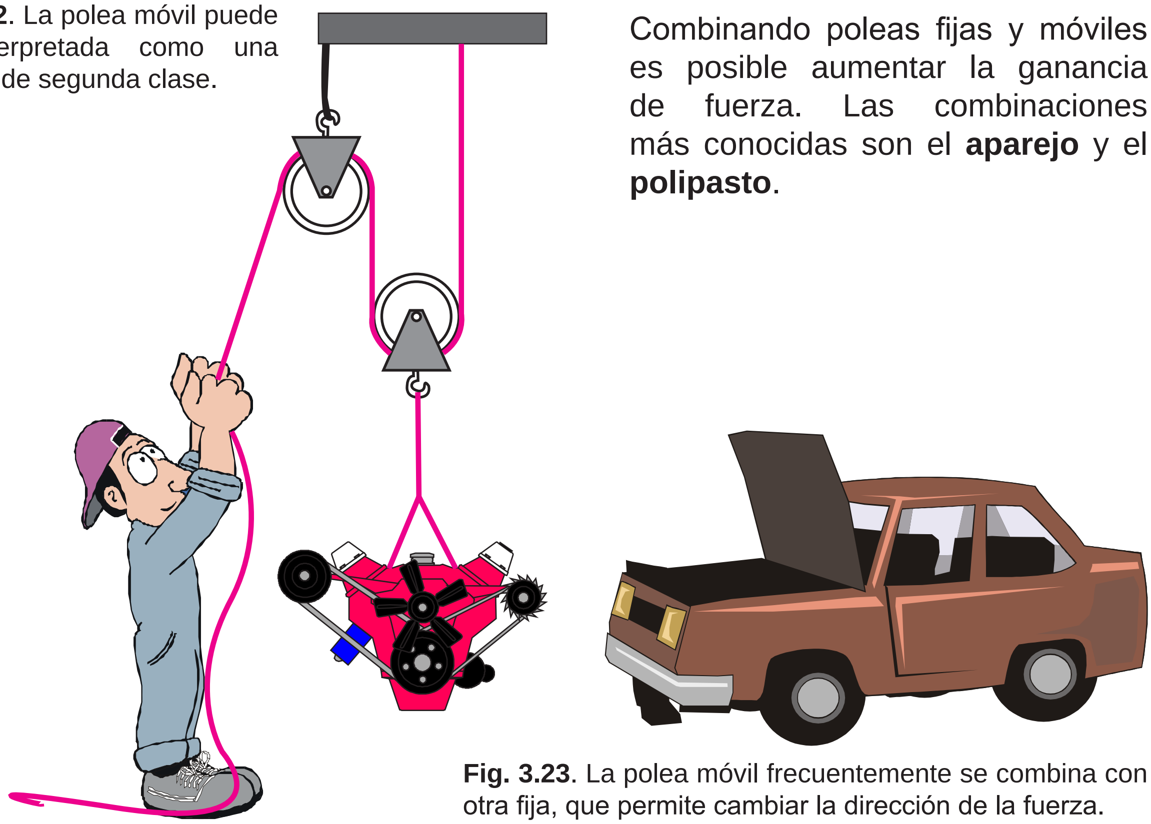
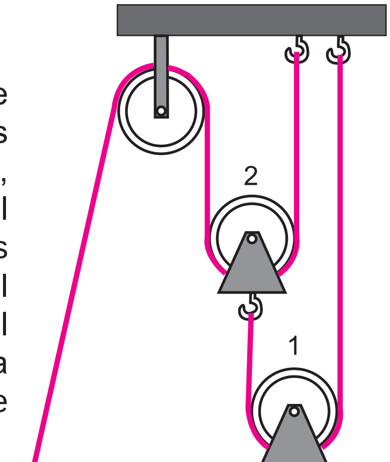


Fig. 3.23. La polea móvil frecuentemente se combina con otra fija, que permite cambiar la dirección de la fuerza.

3.4.2.3. Aparejo.



Constituye una extensión del sistema anterior (Fig. 3.23) de una polea fija y otra móvil, se forma añadiendo otras poleas móviles (Fig. 3.24a). Mientras mayor sea el número de ellas, mayor será la ganancia de fuerza o ventaja mecánica del sistema. Así, cada uno de los dos tramos de cuerda de los que cuelga la polea móvil 1 con la carga, soporta la mitad del peso. Por su parte, los tramos de los que pende la polea móvil 2 soportan cada uno la mitad de la mitad del peso, es decir, la cuarta parte de él. Por consiguiente, la ganancia de fuerza de esta combinación de poleas es de 4.

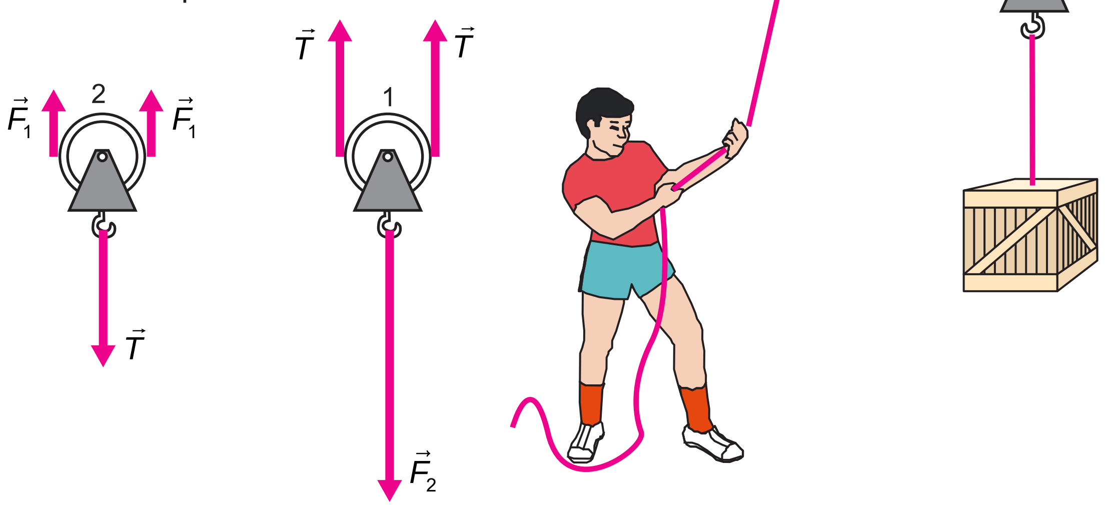


Fig. 3.24. (a) Aparejo formado por una polea fija y dos móviles, (b) Fuerzas aplicadas sobre cada una de las poleas móviles.

Como en el caso anterior, la ganancia de fuerza puede ser obtenida formalmente aplicando la **condición de equilibrio de traslación**. En la figura 3.24b se han representado las fuerzas aplicadas sobre las poleas móviles 1 y 2. La condición de equilibrio para estas poleas implica:

Para la polea 1: $2T - F_2 = 0 \quad \rightarrow (1)$

Para la polea 2: $2F_1 - T = 0 \quad \rightarrow (2)$

Despejando T en (2):

$$T = 2F_1$$

Y sustituyendo en (1):

$$2(2F_1) - F_2 = 0$$

Dibuja un sistema similar al de la figura 3.24a, pero con una polea móvil más. ¿Cuál es su ganancia de fuerza? ¿Cuánto tramo de cuerda habrá que recoger para que la carga se eleve un metro?

De donde:

$$F_2 = 4F_1$$

Observa que al recoger la cuerda cierta longitud, el acortamiento de ella tiene que repartirse entre los dos tramos de los que cuelga la polea 2, por lo que ésta asciende solo la mitad de lo que se recogió la cuerda. De modo similar, cuando la polea 1 asciende cierta distancia, la 2 se eleva la mitad de esa distancia. En consecuencia, al recoger la cuerda cierta longitud, la polea 1 se eleva solo la mitad de la mitad de esa longitud, es decir, la cuarta parte de ella.

3.4.2.4. Polipasto.

En el polipasto las poleas están dispuestas de un modo más compacto. La figura 3.25a representa uno formado por dos poleas fijas y una móvil. En este caso la polea móvil con la carga cuelga de tres tramos de la cuerda, cada uno de los cuales soporta la tercera parte del peso. Por consiguiente, si la masa de la polea es despreciable, la persona solo tendrá que ejercer una fuerza igual a la tercera parte del peso de la carga. Como en los casos anteriores, esta conclusión puede ser argumentada a partir de la **condición de equilibrio de traslación** (Fig. 3.25b):

$$3F_1 - F_2 = 0$$

De aquí que la **ganancia de fuerza** es:

$$\frac{F_2}{F_1} = 3$$

Para que la carga se eleve cierta distancia, los tramos de cuerda 1, 2 y 3 tienen que recogerse esa misma distancia. Como esos tramos son parte de la misma cuerda, ello significa que ésta debe acortarse una longitud tres veces mayor que lo que asciende la carga.

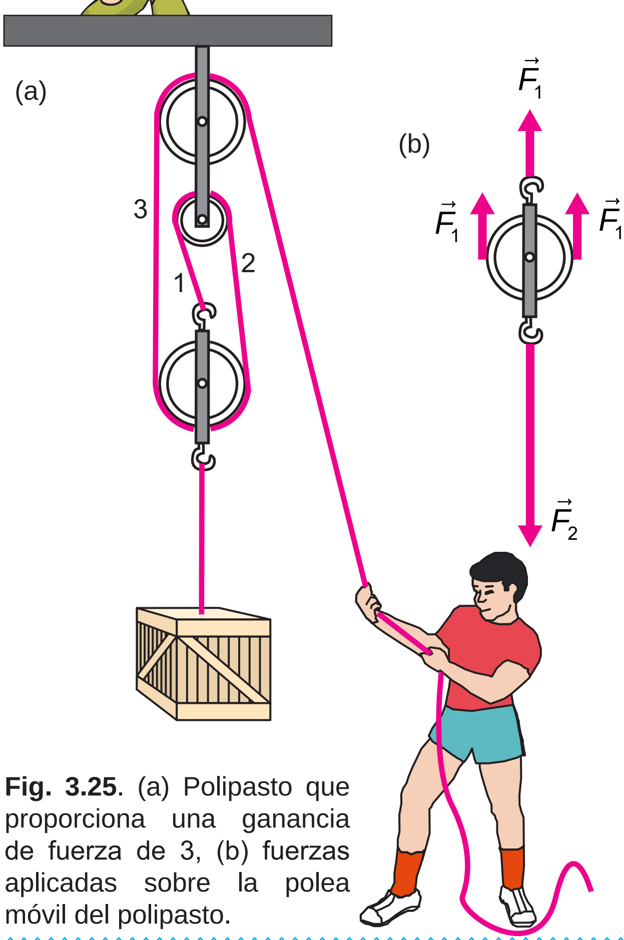
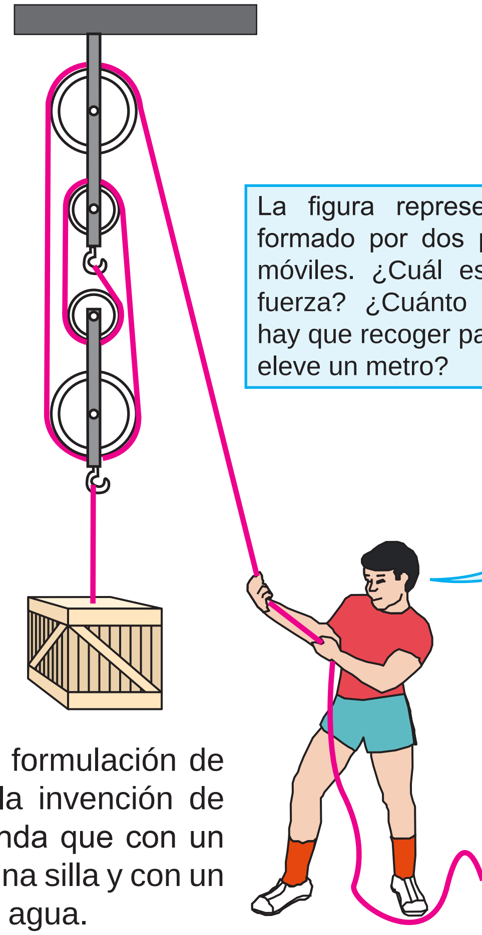


Fig. 3.25. (a) Polipasto que proporciona una ganancia de fuerza de 3, (b) fuerzas aplicadas sobre la polea móvil del polipasto.

Indaga en la enciclopedia Encarta acerca de la polea.



La figura representa un polipasto formado por dos poleas fijas y dos móviles. ¿Cuál es su ganancia de fuerza? ¿Cuánto tramo de cuerda hay que recoger para que la carga se eleve un metro?

A Arquímedes se atribuye no solo la formulación de la ley de la palanca, sino también la invención de los sistemas de poleas. Dice la leyenda que con un sistema de poleas logró, sentado en una silla y con un pequeño esfuerzo, lanzar un barco al agua.

3.4.3. Torno.

Una variante clásica del torno consiste en un cilindro con una manivela (Fig. 3.26).También puede consistir en dos cilindros de diferentes radios con el eje de rotación común. Aplicando cierta fuerza F_1 (entrada) es posible obtener una fuerza mayor F_2 (salida).

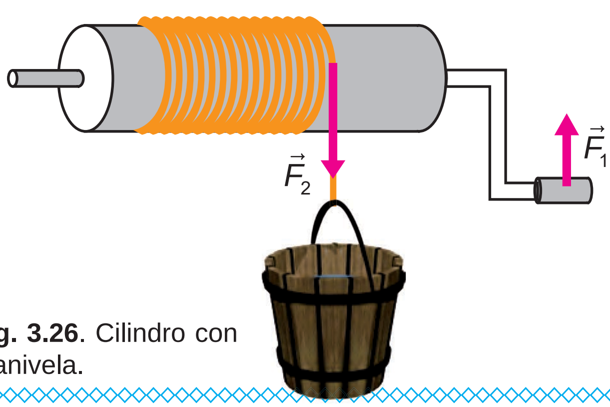


Fig. 3.26. Cilindro con manivela.

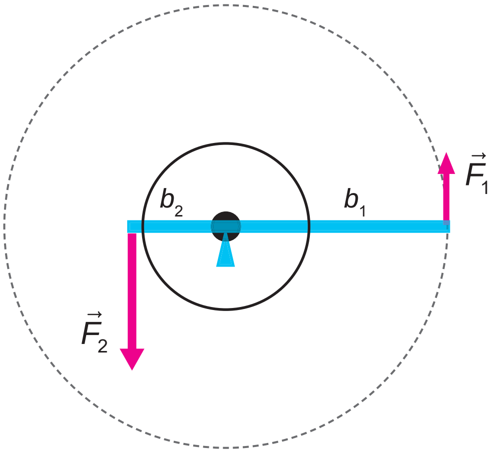
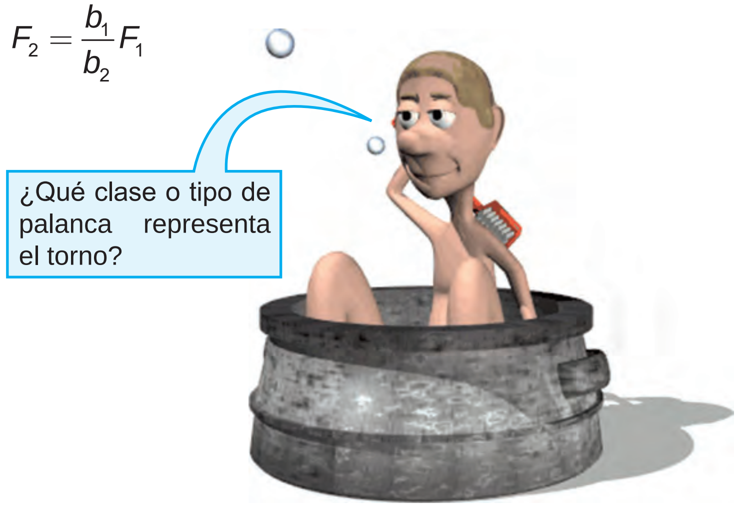


Fig. 3.27. El torno representa una palanca con el punto de apoyo en su eje.

El torno representa una palanca, cuyo punto de apoyo está en el eje (Fig.3.27), por lo que:

$$F_2 = \frac{b_1}{b_2} F_1$$

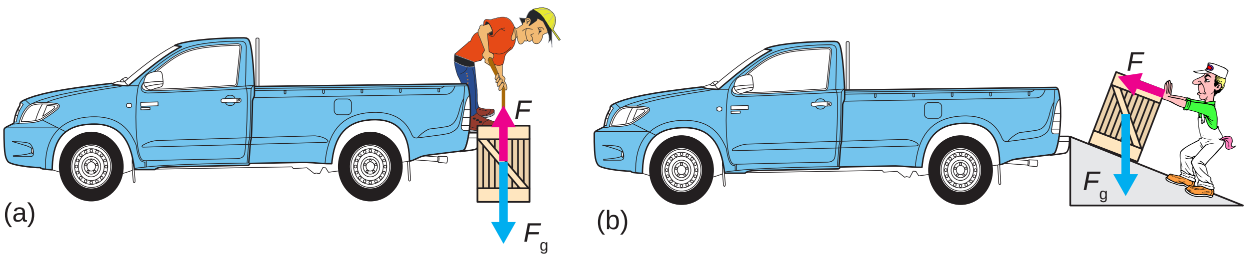


3.4.4. Plano inclinado.

Vimos que es posible interpretar la polea fija, la móvil y el torno como palancas. Otras máquinas simples, como el tornillo y la cuña, pueden ser consideradas variantes de plano inclinado.

Con el plano inclinado ya estás familiarizado. Éste ha sido empleado desde la antigüedad para aumentar el efecto que puede conseguirse con cierta fuerza. Imaginemos por ejemplo una pesada carga que no es posible levantar hasta la plataforma de un camión (Fig. 3.28); ello pudiera lograrse, sin embargo, empleando una tabla en forma de plano inclinado. Puesto que el plano inclinado aumenta el efecto (salida) que puede lograrse con cierta fuerza (entrada), se dice que proporciona **ventaja mecánica**. Ésta es igual al peso de la carga entre la fuerza aplicada:

$$V_M = \frac{F_g}{F}$$



Según el esquema de la figura 3.28c, si la fuerza de rozamiento entre el plano y la carga es despreciable, entonces:

$$F = F_g sen\,\theta = \frac{mgh}{l}$$

De modo que en tal caso la **ventaja mecánica** es:

$$V_M = \frac{F_g}{F} = \frac{l}{h}$$

En otras palabras, la ventaja mecánica de un plano inclinado cuando no se considera el rozamiento es igual a la razón entre su longitud y su altura. Mientras mayor es la longitud y menor su altura, mayor es la ventaja mecánica que proporciona.

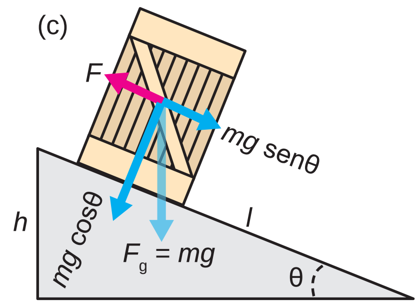


Fig. 3.28. (a) Resulta imposible aplicar una fuerza igual al peso F_g de la carga y elevarla hasta el camión, (b) el plano inclinado permite hacerlo aplicando la fuerza *F*, (c) si se desprecia la fricción, *F* = *mg* senθ.

Una variante de plano inclinado es el que tiene forma **helicoidal**. Un ejemplo aproximado de él son algunas carreteras que se construyen bordeando montañas empinadas (Fig. 3.29). Es posible comprender la relación entre el plano inclinado habitual y el helicoidal, recortando un pedazo de papel en forma de triángulo y luego enrollándolo en un cilindro (Fig. 3.30). Nota que la longitud del plano crece por cuenta del rodeo que va dando. Otro ejemplo de plano inclinado helicoidal es el tornillo, el cual analizaremos en el próximo apartado.

Fig. 3.29. Al bordear la montaña, aumenta la longitud del plano y es menor la fuerza necesaria para ascender, la ventaja mecánica es mayor.

Fig. 3.30. Modelo de plano inclinado helicoidal.

Fig. 3.31. Usos del plano inclinado helicoidal. (a) Escalera helicoidal, (b) Mezquita de Samarra (Irak).

Ejemplo 3.11. Para subir una caja de 20 kg a la plataforma de un camión situada a 1.5 m sobre el pavimento, se utiliza un plano inclinado formado por una tabla lisa de 8.2 m de longitud. a) ¿Qué fuerza fue necesario aplicar? b) ¿Qué ventaja mecánica proporcionó el plano inclinado? Desprecia la fuerza de rozamiento.

a) Para el plano inclinado se tiene:

$$F = F_g\left(\frac{h}{l}\right) = mg\left(\frac{h}{l}\right) = (20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)\left(\frac{1.5\text{ m}}{8.2\text{ m}}\right) = 36\text{ N}$$

b) La ventaja mecánica es:

$$V_M = \frac{F_g}{F} = \frac{mg}{F} = \frac{(20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{36\text{ N}} = 5.5$$

Esto significa que se logra subir la caja aplicando una fuerza 5.5 veces menor que su peso.

Ejemplo 3.12. Resuelve nuevamente el problema anterior, pero esta vez considera que el coeficiente de rozamiento entre la tabla y la caja es 0.25.

En este caso, debido a la fricción entre el plano y la caja, es necesario aplicar una fuerza mayor, a fin de compensar la de rozamiento *f* que se opone al deslizamiento de la caja. De este modo, la fuerza neta que ahora se requiere aplicar es:

$$F_R = F + f$$

Donde $f = \mu N = \mu mg \cos\theta$

Para hallar $\cos\theta$ es posible seguir diversas variantes. Pero si dispones de una calculadora, una de las más rápidas consiste en hallar primeramente:

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{h}{l}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1.5\text{ m}}{8.2\text{ m}}\right)$$

y a continuación:

$$\cos\theta = 0.983$$

Sustituyendo los valores en la expresión de F_R:

$$F_R = 36\text{ N} + (0.25)(20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)(0.983) = 84\text{ N}$$

La ventaja mecánica es:

$$V_M = \frac{F_g}{F_R} = \frac{mg}{F_R} = \frac{(20\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{84\text{ N}} = 2.3$$

Nota que al considerar el rozamiento la ventaja mecánica del plano inclinadoes mucho menor. Sin embargo, este caso corresponde mejor a la realidad, pues en la práctica siempre está presente el rozamiento.

3.4.5. Tornillo.

Al dar vuelta a un tornillo, éste avanza en un sentido o en el contrario, transformando así un movimiento de rotación en otro de traslación. El funcionamiento del tornillo puede ser explicado apoyándose en el del plano inclinado, observa que el hilo de la rosca es una especie de plano inclinado helicoidal (Fig. 3.32). La distancia *p* entre dos filetes consecutivos de la rosca, representa el paso de la hélice y se de-

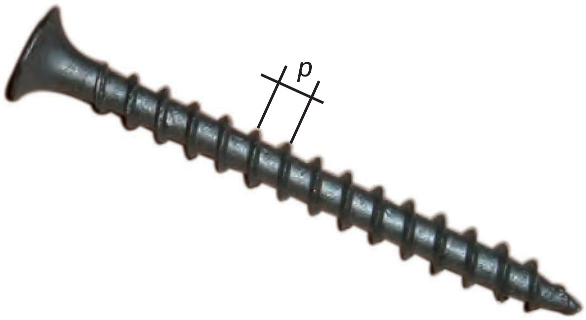
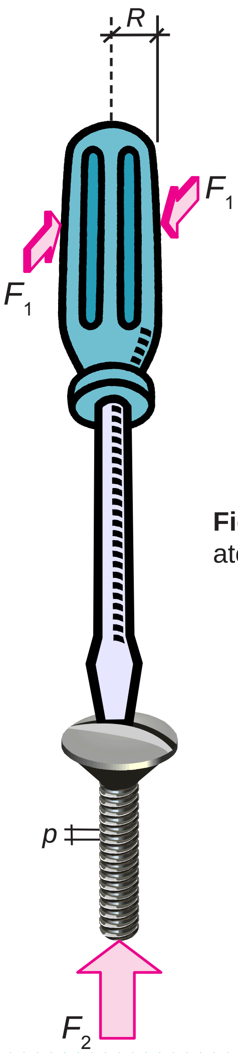


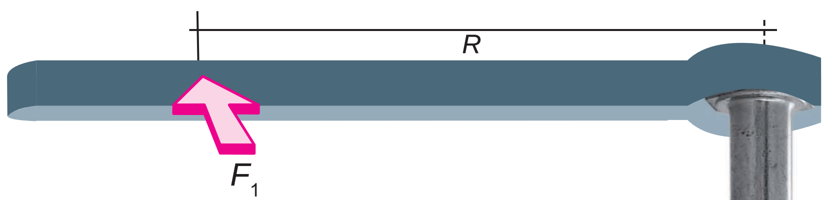
Fig. 3.32. La rosca de un tornillo es una especie de plano inclinado helicoidal. La distancia *p* entre dos filetes de la rosca es el paso de la hélice, o paso de rosca.

nomina **paso de rosca**. Mientras menor sea el paso de rosca, menor será la inclinación del plano inclinado asociado al tornillo.

En los tornillos comunes, por cada vuelta el tornillo avanza una distancia igual al paso de rosca. De estos tornillos se dice que tienen **rosca de arrancada simple**.

Pero a los tornillos no se aplican las fuerzas directamente, sino por medio de barras, atornilladores, etc.(Fig. 3.33). Cuando se da vueltas al tornillo, el punto de aplicación de la fuerza ejercida sobre el instrumento describe una trayectoria en hélice con igual paso *p* que el de la rosca. **Todo ocurre como si el punto de aplicación de la fuerza se desplazara por un plano inclinado helicoidal**. En una vuelta, el punto de aplicación recorre una longitud aproximadamente igual a $2\pi R$, donde R es la distancia del punto de aplicación al eje del tornillo. Si el tornillo tiene rosca de arrancada simple, la altura que corresponde a esa longitud en el plano inclinado helicoidal recorrido por el punto de aplicación, es igual al paso de rosca *p*.





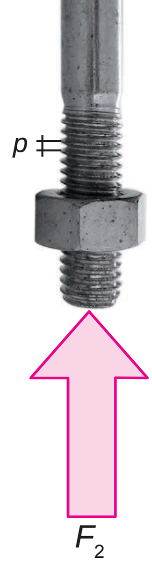
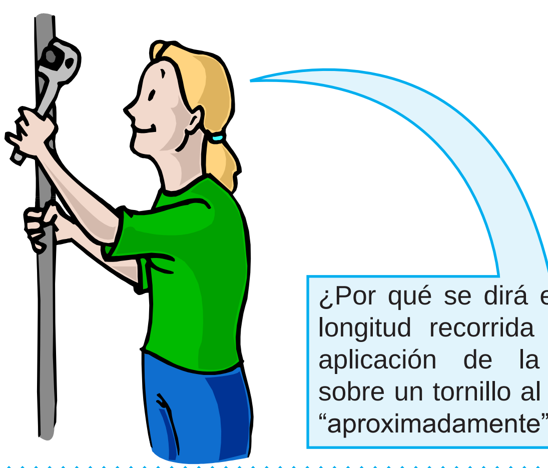


Fig. 3.33. Las fuerzas se aplican sobre los tornillos por medio de barras, atornilladores y otros instrumentos.



¿Por qué se dirá en el texto que la longitud recorrida por el punto de aplicación de la fuerza ejercida sobre un tornillo al dar una vuelta es “aproximadamente” $2\pi R$?

Recordando ahora que la ventaja mecánica de un plano inclinado en el que no se considera el rozamiento es l/h, se concluye que la ventaja mecánica de un tornillo de arrancada simple en el que puede despreciarse el rozamiento es:

$$V_M = \frac{l}{h} = \frac{2\pi R}{p}$$

Lo anterior significa que en un tornillo ideal, la relación entre la fuerza F_2 que él ejerce al avanzar (salida) y la fuerza F_1 aplicada sobre el tornillo para hacerlo girar (entrada) sería:

$$\frac{F_2}{F_1} = V_M = \frac{2\pi R}{p}$$

Sin embargo, del mismo modo que en los planos inclinados reales no es posible despreciar el rozamiento, en los tornillos reales tampoco. En muchas aplicaciones esto es incluso una ventaja, pues el rozamiento entre la rosca y el material asegura el tornillo.

Ejemplo 3.13. Se requiere levantar una carga de 500 kg mediante un gato mecánico. Si el tornillo del gato tiene un paso de rosca de 6.0 mm y la fuerza sobre la manivela se aplica a 45 cm del eje del tornillo, a) cuál es la ventaja mecánica del gato?, b)¿qué magnitud deberá tener la fuerza aplicada? Desprecia el rozamiento.

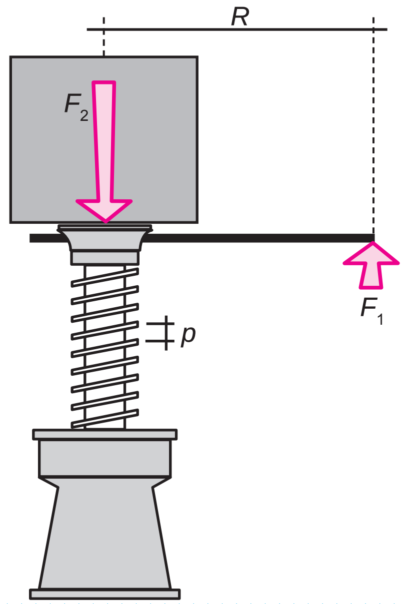
a) La ventaja mecánica del tornillo es:

$$V_M = \frac{F_2}{F_1} = \frac{2\pi R}{p} = \frac{2\pi(45\text{ cm})}{0.60\text{ cm}} = 471$$

b) Del resultado anterior:

$$F_1 = \frac{F_2}{471} = \frac{mg}{471} = \frac{(500\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)}{471} = 10\text{ N}$$

Por supuesto, en la práctica la fuerza sería mayor, debido al rozamiento en la rosca del tornillo.



3.5. Actividades de sistematización y consolidación.

3.5.1. Sopa de letras.

R	J	T	Ü	L	G	Á	Ó	H	O	J	A	P	A	R	E	J	O
L	X	Y	Y	P	Í	W	D	B	C	I	K	P	W	E	O	E	S
D	W	Z	W	Ñ	Ú	K	Í	G	S	Z	Ñ	U	Q	E	S	B	X
P	D	F	L	M	P	O	L	E	A	R	N	U	M	O	A	Ñ	Ú
Ñ	E	É	H	A	D	I	L	A	S	W	I	E	O	S	P	Ú	O
O	F	Y	Y	A	Q	J	Y	B	W	L	L	O	V	O	O	M	D
T	O	D	D	D	Á	Ú	F	Ú	I	A	N	N	I	P	Q	I	I
S	R	Y	F	A	N	F	N	B	T	R	Ó	Ó	M	E	X	P	G
A	M	R	M	R	Í	X	R	L	O	I	I	I	I	R	Ó	X	Í
P	A	Q	B	T	É	I	Y	T	C	P	M	C	E	T	S	F	R
I	C	G	E	N	O	X	S	A	Y	A	O	A	N	O	C	O	É
L	I	Z	U	E	E	R	L	K	Ó	L	M	T	T	R	Ú	B	S
O	Ó	V	É	C	C	S	R	M	U	A	E	O	O	N	V	R	M
P	N	W	N	L	A	S	O	G	B	N	N	R	Ú	I	C	A	Á
N	Ü	H	Ú	R	J	Í	Z	H	H	C	T	K	I	L	K	Z	E
A	Í	I	T	F	X	M	A	C	E	A	O	Y	Ü	L	L	O	J
N	Y	H	F	V	C	Ü	N	Ú	D	F	C	C	S	O	Ó	Y	E
X	X	O	Ú	J	Z	O	C	I	T	Á	T	S	E	K	N	Ñ	P

Aparejo
Brazo
Deformación
Eje
Entrada
Equilibrio
Estático
Momento
Movimiento
Palanca
Paso
Polea
Polipasto
Reposo
Rígido
Rotación
Salida
Tornillo
Torno
Traslación

Escribe cada palabra en Wikipedia o en Encarta y da un vistazo a lo que encuentres.

3.5.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Estado de equilibrio mecánico de un cuerpo en que no se traslada, o lo hace con velocidad constante.
2. Estado de equilibrio mecánico de un cuerpo en que no rota, o lo hace con velocidad angular constante.
3. Estado de equilibrio mecánico de un cuerpo en que no se traslada ni rota.
4. La suma de todas las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es nula.
5. La suma de los momentos de todas las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es nula respecto a cualquier eje.
6. Punto del cuerpo donde puede suponerse aplicada la resultante de la fuerza de gravedad ejercida sobre sus partículas.
7. Línea según la dirección de una fuerza.
8. Distancia entre el eje de rotación de un cuerpo y la línea de acción de la fuerza aplicada sobre él.
9. Magnitud del momento de una fuerza respecto a cierto eje de rotación.
10. Dos fuerzas aplicadas a un cuerpo rígido, de iguales magnitudes y sentidos opuestos.
11. Numerosas herramientas y máquinas basan su funcionamiento en ellas.
12. Cuando el punto de apoyo de una palanca se encuentra entre los de aplicación de la fuerza ejercida y la fuerza obtenida.
13. Cuando el punto de aplicación de la fuerza obtenida mediante una palanca se encuentra entre el punto de apoyo y el punto de aplicación de la fuerza ejercida.
14. Cociente entre la magnitud de la fuerza obtenida mediante una palanca y la fuerza aplicada sobre ella.
15. Ventaja mecánica de la palanca.
16. Máquina simple que permite cambiar la dirección de la fuerza pero que no proporciona ventaja mecánica.
17. Máquina simple en que puede basarse la explicación del funcionamiento del tornillo.
18. Cociente entre la longitud y la altura de un plano inclinado.
19. Máquina simple que puede ser interpretada como una palanca de segunda clase.
20. Distancia entre dos hilos consecutivos de un tornillo.

( ) Equilibrio de rotación.

( ) Equilibrio de traslación.

( ) Equilibrio estático.

( ) Línea de acción de la fuerza.

( ) Brazo de la fuerza respecto al eje.

( ) Centro de gravedad.

( ) Cociente entre los brazos de la fuerza aplicada y la fuerza obtenida.

( ) Condición de equilibrio de rotación.

( ) Condición de equilibrio de traslación.

( ) Máquinas simples.

( ) Palanca de primera clase.

( ) Plano inclinado.

( ) Polea fija.

( ) Polea móvil.

( ) Producto de la magnitud de la fuerza por su brazo.

( ) Ventaja mecánica.

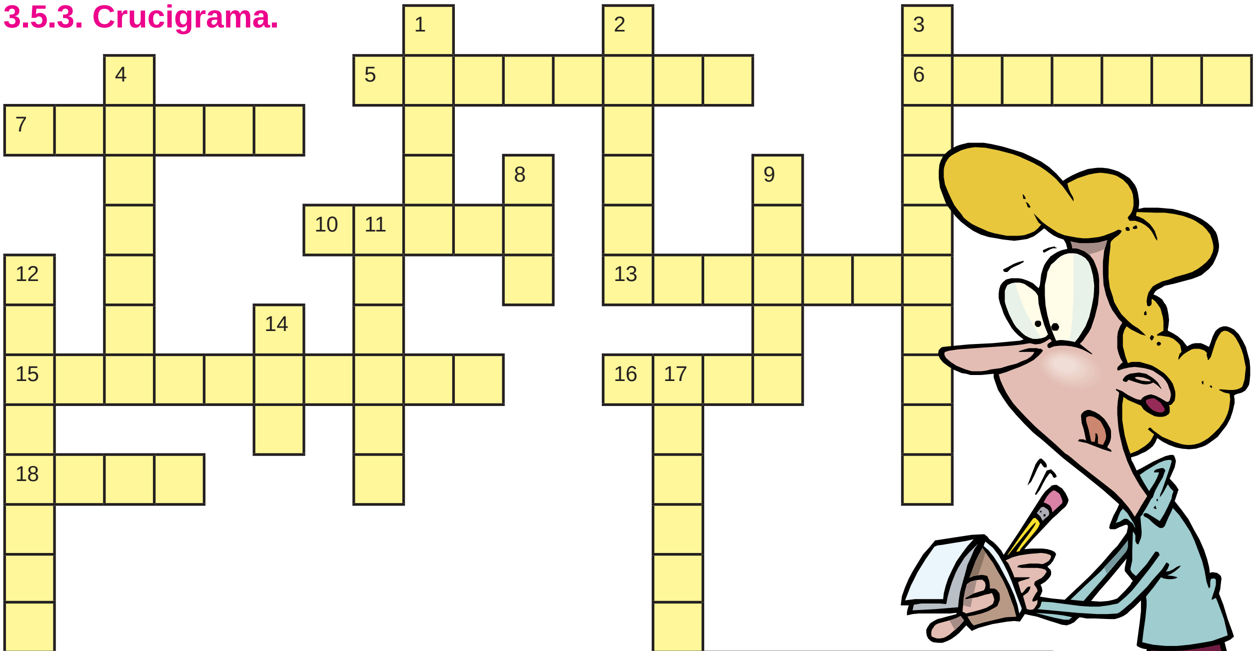
( ) Ventaja mecánica de un plano inclinado ideal.

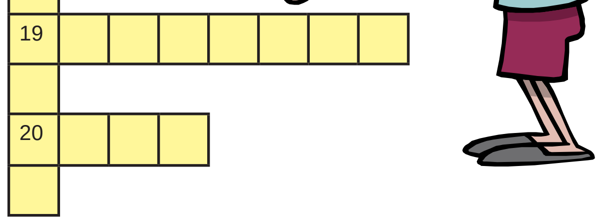
( ) Palanca de segunda clase.

( ) Par de fuerzas.

( ) Paso de rosca.

3.5.3. Crucigrama.





Horizontales

5. Máquina simple que transforma un movimiento de rotación en otro de traslación.
6. Denominación genérica que a veces se usa al referirse a la fuerza aplicada en los mecanismos simples.
7. Ventaja mecánica de un aparejo formado por una polea fija y dos móviles.
10. Distancia entre el eje de rotación de un cuerpo y la línea de acción de la fuerza aplicada sobre él.
13. Máquina simple que consiste en la combinación de una polea fija y varias móviles.
15. Tipo de movimiento provocado por una fuerza cuya línea de acción pasa por el centro de masa del cuerpo.
16. Distancia entre dos hilos consecutivos de la rosca de un tornillo.
18. Magnitud del momento de una fuerza respecto a un punto cuando la línea de acción de la fuerza pasa por dicho punto.
19. Se dice del equilibrio mecánico de un cuerpo cuando éste no se traslada ni rota.
20. Línea imaginaria en torno a la cual rota un cuerpo.

Verticales

1. Máquina simple que permite cambiar la dirección de una fuerza.
2. Magnitud entre la que hay que dividir la longitud de un plano inclinado ideal para hallar su ventaja mecánica.
3. Forma que tiene el hilo de la rosca de un tornillo.
4. Cuerpo rígido que puede girar en torno a un punto de apoyo, a fin de obtener una fuerza mayor que la aplicada.
8. Ventaja mecánica de una polea móvil ideal.
9. Una de las máquinas simples que puede ser interpretada como una palanca.
11. Se dice del cuerpo que en las condiciones dadas no se deforma al aplicar fuerzas sobre él.
12. Tipo de movimiento provocado por una fuerza aplicada sobre un cuerpo que tiene su centro de masa fijo, cuando la línea de acción de la fuerza no pasa por el centro de masa.
14. Se dice de dos fuerzas aplicadas a un cuerpo que tienen iguales magnitudes y sentidos opuestos.
17. Personaje de la antigüedad a quien se atribuye la primera formulación de la ley de la palanca.

3.5.4. Actividades de repaso.

1. Comenzando con el concepto “Equilibrio mecánico”, confecciona un diagrama que conecte y ramifique conceptos e ideas como los siguientes: equilibrio de traslación, equilibrio de rotación, equilibrio estático, condiciones de equilibrio, brazo de un fuerza, momento de fuerza, máquinas simples.

2. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo. ¿En cuáles de ellas sería de interés profundizar?

3. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos de: a) equilibrio de traslación, b) equilibrio de rotación, c) equilibrio estático, d) brazo de una fuerza, e) momento de una fuerza respecto a un eje, f) centro de gravedad, f) ventaja mecánica de una palanca.

4. Explica el principio físico del funcionamiento de: a) la palanca, b) la polea fija, c) la polea móvil, d) el torno, e) el plano inclinado, f) el tornillo.

5. ¿Puede un cuerpo estar en equilibrio si sobre él actúa una sola fuerza? Argumenta tu respuesta.

6. Un cuerpo oscila suspendido de un hilo. ¿Estará en algún momento en equilibrio de traslación? ¿Y de rotación? Argumenta tu respuesta.

7. Párate con las piernas separadas hacia los lados. Argumenta por qué no es posible levantar una pierna y quedar apoyado sobre la otra.

8. Un cuadro rectangular tiene dos alambres para ser colgado de una pared. ¿Cómo deben ser dispuestos los alambres para que la tensión en ellos sea mínima?

9. Siéntate en una silla con la espalda apoyada en el espaldar e intenta ponerte de pie sin inclinar el torso hacia delante ¿Por qué no es posible?

10. Dos ladrillos iguales están sobre una tabla, uno sobre su parte de mayor área y el otro sobre la de menor área. Si la tabla comienza a inclinarse éste último voltea antes de deslizar, mientras que el otro no. Dibuja un esquema de la situación y apoyándote en él, explica por qué.

11. Un vehículo debe cargarse con cajas pesadas y ligeras. Uno de los operarios dice que si las cajas se amarran bien entre sí da igual colocar las pesadas arriba que abajo, pero otro afirma que no. ¿Cuál tiene razón?

12. Para levantar un objeto pesado se recomienda agacharse en lugar de inclinar el torso. ¿Por qué?

13. Un hombre camina con dos maletas, una en cada mano. Un amigo le dice que llevará una, a lo que el hombre contesta que no, que con las dos va más cómodo que con una. ¿Cómo se explica esta respuesta?

14. ¿Por qué los mangos de una tijera de cortar papel son de tamaño similar que sus hojas afiladas, mientras que los de una tijera de cortar hojalata son mucho más grandes?

15. Para sacar un clavo de una tabla utilizando un martillo, a veces se coloca entre éste y la tabla algún objeto. Esto facilita la extracción del clavo. ¿Por qué?

16. Analiza detenidamente una bicicleta e intenta identificar qué partes de ella puedes considerarse palancas.

17. Un alambre apoyado por su punto medio sobre un lápiz cilíndrico está equilibrado en posición horizontal. ¿Se mantendrá equilibrado si uno de sus lados se dobla hacia arriba? Argumenta tu respuesta.

18. Mediante una palanca de tercera clase, como por ejemplo una pinza de coger pan (Fig. 3.17c) no se obtiene ganancia de fuerza, sino por el contrario, la fuerza ejercida debe ser mayor que la obtenida. ¿En qué consiste entonces el beneficio que reporta esta palanca?

3.5.5. Ejercicios de repaso.

1. Al disparar una flecha mediante cierto arco, se aplica una fuerza sobre la cuerda de 30 N. Si el ángulo formado entre las dos partes de la cuerda es 140°, ¿cuál es la tensión de la cuerda?

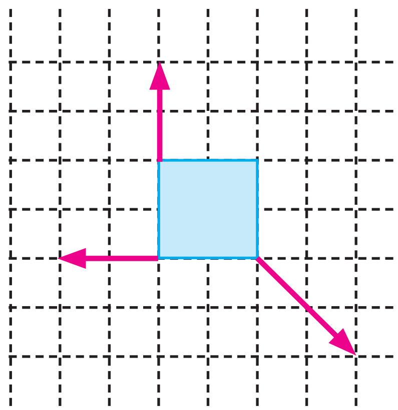
Respuesta: 44 N

2. Se pretende colgar un cuerpo de un hilo en forma de V, de modo que el ángulo formado entre las dos partes del hilo sea 35°. Si el hilo puede soportar una tensión máxima de 15 N, ¿cuál es la mayor masa que puede tener el cuerpo?

Respuesta: 2.9 kg

3. La figura muestra el esquema de un bloque cúbico de frigorit que está en el piso y sobre el cual se aplican tres fuerzas. a) ¿Estará el bloque en equilibrio de traslación? ¿y de rotación? b) Si la respuesta a alguna de las preguntas anteriores fuese negativa, ¿cómo pudiera lograrse el equilibrio?

Respuesta: a) Sí, b) No



4. Un niño de 30 kg de masa se sienta a 1.0 m del punto de apoyo de un “sube y baja” ¿Qué fuerza a 1.7 m de dicho punto debe ejercer su padre con las manos para equilibrarlo? Desprecia la fricción.

Respuesta: 1.7×10^2 N = 17 kgf

5. Un andamio de masa 20 kg y longitud 3.0 m está suspendido horizontalmente mediante una soga en cada extremo. Un trabajador de masa 70 kg está de pie a 1.0 m de un extremo. ¿Cuál es la tensión en cada una de las sogas?

Respuesta: 555 N y 327 N

6. La distancia entre el eje de las ruedas delanteras y el eje de las traseras de un automóvil es 2.80 m. La masa del automóvil es 1 550 kg y su centro de gravedad está a 1.50 m del eje de las ruedas delanteras. ¿Cuál es la fuerza entre el pavimento y cada una de las ruedas?

Respuesta: delanteras, 4.07×10^2 N y traseras, 3.53×10^2 N

7. Un frasco de 4.0 cm de diámetro tiene una tapa de rosca de 2.0 cm de diámetro. La fuerza del par aplicado a la tapa para abrir el frasco fue de 2.4 N. a) ¿Cuál es la magnitud del momento del par? b) ¿Cuál fue la magnitud de la fuerza del par aplicado por la mano que sostiene el frasco?

Respuesta: a) 4.8 N.cm = 4.8×10^{-2} N.m, b) 1.2 N

8. Un armario en forma de paralelepípedo cuya base es un cuadrado de lado 60 cm está apoyado en el suelo. El armario es empujado con una fuerza horizontal aplicada a una altura de 1.50 m, pero una ligera elevación de una losa del piso impide que deslice. ¿Qué magnitud de la fuerza aplicada hace que el armario se levante del piso por el lado que se aplica la fuerza? La masa del armario es 20 kg.

Respuesta: 39 N

9. Sobre el extremo superior de un tubo de 3.5 m de longitud apoyado sobre el suelo en posición vertical, se ejerce una fuerza horizontal de 30 N. El tubo se mantiene vertical mediante un cable sujeto a un punto a 2.25 m del suelo, el cual forma un ángulo de 30° con el tubo. a) ¿Cuál es la tensión del cable? b) ¿Con qué fuerza el cable presiona al tubo contra el suelo? c) El tubo no está empotrado en el suelo, pero la fuerza de rozamiento impide que no deslice, ¿cuál es su valor?

Respuesta: a) 93 N, b) 81 N, c) 17 N

10. Un estudiante sabe que las monedas de 1 peso tienen una masa de 4.0 g, pero desconoce la masa de las monedas de 5 pesos. Para determinarla, arma una “balanza” equilibrando una regla homogénea de 30 cm sobre un lápiz situado horizontalmente en una mesa. Si encuentra que al colocar la moneda de 1 peso en la división de 29 cm, para que la regla permanezca en equilibrio debe colocar a la de 5 pesos en la división de 7 cm, ¿cuál es la masa de las monedas de 5 pesos?

Respuesta: 7 g

11. En cierto exprimidor de limones, la distancia entre el eje alrededor del cual giran sus brazos y la parte que presiona el limón es, aproximadamente, 4 cm. ¿Qué fuerza se ejercerá sobre el limón cuando sobre los brazos del exprimidor se aplique una fuerza de 5 N, a 16 cm del eje? ¿Cuál es la eficiencia mecánica del exprimidor?

Respuesta: 20 N, 4

12. Se ajusta una pieza apretando una tuerca mediante una llave. La fuerza ejercida sobre la llave es de 20 N y la distancia entre su punto de aplicación y el eje del tornillo es 10 cm. Si el paso del tornillo es de 2.0 mm, ¿cuál es la fuerza entre la tuerca y la pieza? Desprecia la fricción.

Respuesta: 6.3×10^3 N

13. Para unir dos piezas se utilizan un tornillo y una tuerca con paso de rosca de 1 mm. El diámetro del mango del atornillador empleado es 2.0 cm y la magnitud de la fuerza del par aplicado sobre él 2.0 N. ¿Qué fuerza se ejerce entre las piezas? Desprecia la fricción.

Respuesta: 2.5×10^2 N

4 ACTIVIDADES PRÁCTICAS

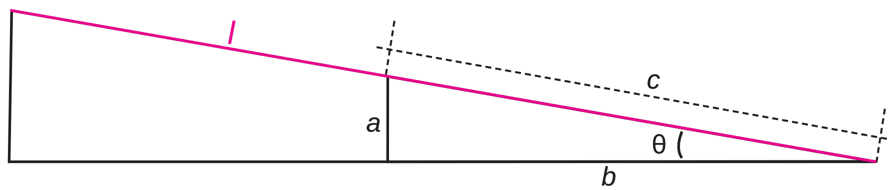
4. Actividades prácticas.

Las actividades prácticas son parte esencial del aprendizaje de la Física. Durante ellas se enriquecen con experiencia concreta determinados conocimientos y se obtienen otros; se aprende a razonar a partir de condiciones reales; se desarrollan habilidades para la medición, el manejo de instrumentos y el procesamiento e interpretación de datos; se gana experiencia en la elaboración de informes acerca del trabajo realizado. En resumen, se adquieren conocimientos, habilidades y métodos de trabajo que no es posible obtener mediante otras actividades.

A continuación se incluye un conjunto de actividades prácticas de **Mecánica**, estrechamente relacionadas con el material del texto. Se han agrupado en dos apartados, en el primero se proponen actividades sencillas, que pueden ser realizadas en la casa o el aula. Éstas no exigen realizar mediciones precisas ni evaluar la incertidumbre de los resultados. Su objetivo fundamental es utilizar los conceptos básicos estudiados para analizar reflexivamente diversas situaciones prácticas, así como desarrollar algunas habilidades. Luego le siguen las prácticas de laboratorio, las cuales, como su nombre indica, por lo general deben ser realizadas en el laboratorio, con el instrumental adecuado. En ellas se presta especial atención a las mediciones y a la evaluación de la incertidumbre de los resultados.

4.1. Actividades para la casa o el aula.

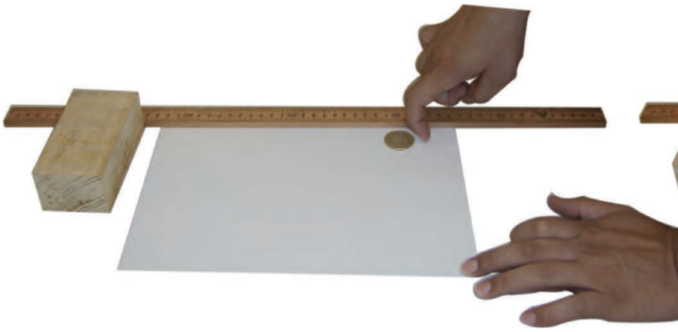
1. *Trabajo en un plano inclinado.* Con un bloque y una regla arma un plano inclinado y luego coloca una moneda sobre él. Regula la inclinación de manera que la moneda descienda con velocidad constante. Determina el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre la moneda al recorrer el plano.

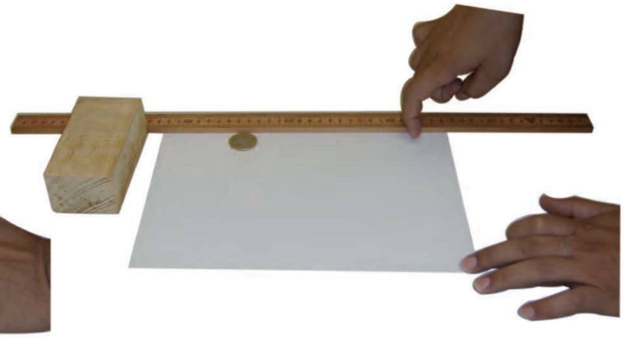


2. *Teorema del trabajo y la energía cinética.* Como actividad previa, halla el coeficiente de rozamiento cinético entre una moneda y una hoja de papel. Para ello, arma un plano inclinado como en la actividad anterior y extiende la hoja de papel a lo largo de él. Recuerda que si el ángulo para el cual la moneda desciende con velocidad constante es θ, entonces $\mu_k = \tan\theta$. El conocimiento de μ_k te permitirá hallar la fuerza de rozamiento cuando la moneda deslice sobre el papel.

Ahora coloca la hoja de papel sobre la superficie de la mesa y encima la moneda.

Proporciónale un golpe a la moneda de modo que deslice sobre el papel. ¿Qué sucede con la energía mecánica de la moneda? Determina el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre la moneda y, a partir del teorema del trabajo y la energía cinética, halla su velocidad inicial.

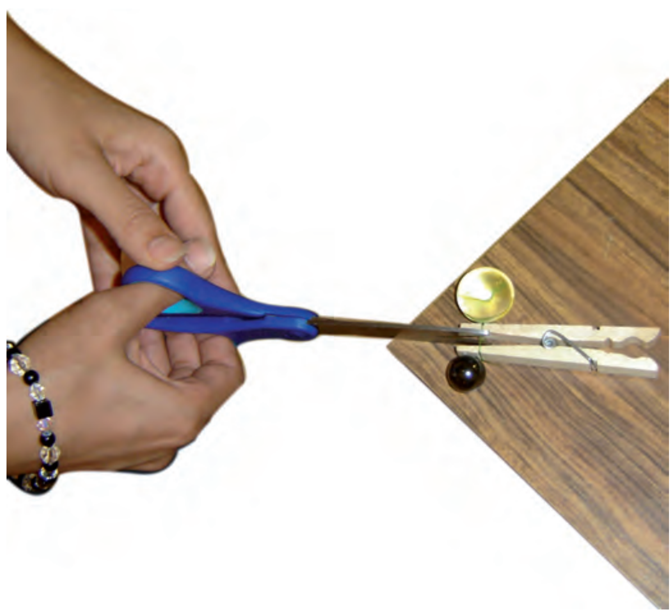


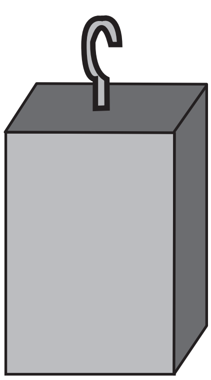


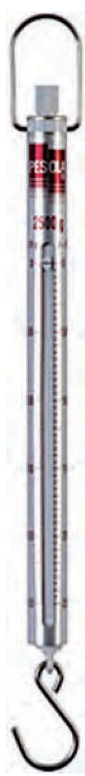
3. *Determinación de la velocidad de un proyectil.* Utilizando una cinta métrica y la ley de conservación de la energía mecánica, determina la velocidad con que sale el proyectil disparado por una pistola de resorte.

4. *Energía y canica que rebota en el piso.* Deja caer una canica desde cierta altura sobre el piso y observa la altura a que asciende después de rebotar. Con ayuda de cinta métrica mide dichas alturas y determina qué fracción de la energía mecánica inicial representa la energía mecánica perdida por el sistema Tierra- canica. ¿A dónde va a parar esa energía?

5. Interacción entre dos balines. Esta actividad la realizarás con ayuda de dos amigos. Utilizarás una pinza de tender ropa, dos balines de diferentes masas, cinta métrica o regla e hilo. Ata los extremos de la pinza por donde habitualmente se manipula, de modo que queden bien juntos. Sitúa la pinza en el borde de una mesa y coloca un balín a cada lado, como se muestra en la figura. Corta el hilo con una navaja bien afilada o con tijeras. Tus amigos deben determinar dónde tocan el suelo los balines. ¿Llegan simultáneamente al piso? ¿Cómo se explica esto? Mide la distancia horizontal recorrida por cada balín y utiliza la ley de conservación de la cantidad de movimiento para hallar la razón m_1/m_2 entre sus masas. Procura en tu escuela una balanza para poder comprobar el resultado obtenido.

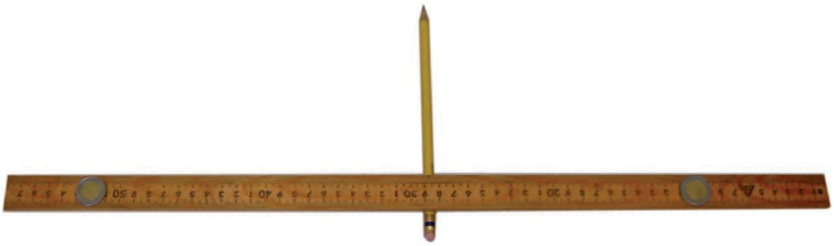






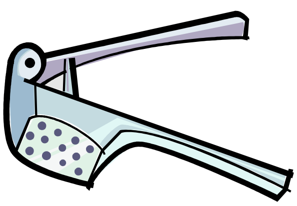
6. *Peso de un bloque.* Imagina que quieres determinar el peso de un bloque mediante un dinamómetro, pero que el peso sobrepasa el límite de éste. ¿Cómo pudieras resolver el problema empleando hilo?

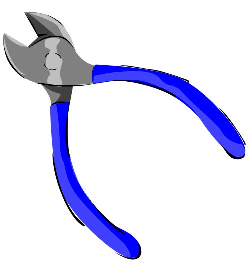
7. *Masas de monedas.* Estima cuantas veces mayor es la masa de una moneda de 2 pesos que la de 1 peso utilizando una regla graduada y un lápiz.



8. *Masa de una regla.* ¿Cómo pudieras estimar la masa de una regla, empleando solamente un lápiz y una pesita de masa conocida, por ejemplo una moneda de 1 peso (4 g)?

9. *Ganancia de fuerza en algunos instrumentos.* Con ayuda de una regla estima la ganancia de fuerza o ventaja mecánica que proporcionan algunos instrumentos, como por ejemplo una pinza, un exprimidor de limones. ¿De qué tipo o clase de palanca se trata en cada caso?





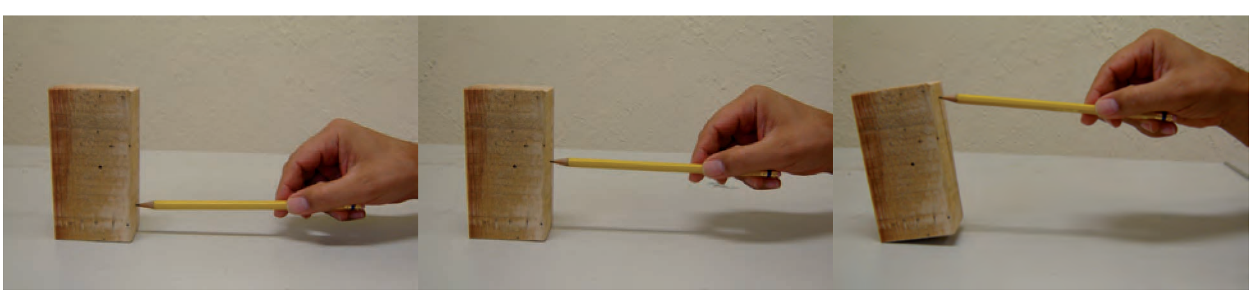
10. *Centro de gravedad de un cuerpo plano.* Utiliza un cuerpo plano de forma irregular, por ejemplo un pedazo de cartón, y suspéndelo por algún punto. Con ayuda de una plomada (simplemente un hilo del que cuelga o un clavo o un pedazo de plastilina) determina el centro de gravedad del cuerpo. Intenta comprobar el resultado utilizando otro procedimiento.

11. Centro de gravedad de una escoba. Sostén una regla horizontalmente sobre los dedos índices de tus manos. El centro de gravedad de la regla se encuentra en algún lugar entre tus dedos. Verifica que si esto no fuese así, entonces la regla voltearía y caería. Argumenta lo anterior utilizando la condición de equilibrio de rotación.

Ahora, en lugar de la regla sostén un palo de escoba sobre los dedos y aproxima éstos lentamente. Como ya sabes, si la escoba permanece en equilibrio, ello significa que su centro de gravedad deberá estar en algún lugar entre los dedos. ¿Dónde está el centro de gravedad? Compruébalo.

¿Podrías explicar por qué mientras aproximas los dedos, el movimiento de ellos respecto a la regla se va alternando?

12. *Coeficiente de rozamiento entre un bloque y la superficie de una mesa.* Procura un cuerpo en forma de paralelepípedo alto y colócalo sobre una mesa. Con la punta de un lápiz aplícale una fuerza cerca de su base, paralela a la superficie de la mesa y que iguale a la fuerza de rozamiento estática máxima. Repite la operación, subiendo un poco cada vez el punto de aplicación de la fuerza. Llega un momento en que el bloque voltea antes de que la fuerza aplicada supere a la fuerza de rozamiento estática máxima. Utilizando la condición de equilibrio de rotación y a partir de mediciones con una regla, determina el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la mesa.



4.2. Prácticas de laboratorio.

Un aspecto central de las prácticas de laboratorio, que aparecen a continuación, es el manejo de ciertos instrumentos y la realización de mediciones. Sin embargo, las prácticas no se reducen a ello.

Otro importante aspecto consiste en la preparación previa de los estudiantes para el trabajo en el laboratorio. Durante esa preparación deben comprender la problemática que abordarán y el objetivo de la práctica, saber deducir las ecuaciones que utilizarán, así como conocer el contenido del trabajo a realizar.

Y no menos importante que todo lo anterior es la labor posterior a la sesión de trabajo en el laboratorio: cálculos, evaluación de la incertidumbre de los resultados, construcción de gráficas, respuesta a las preguntas formuladas y, finalmente, la elaboración del informe o reporte de la práctica.

En general, el **informe de cada práctica** debe constar de tres partes fundamentales: una, donde se expone la problemática abordada en la práctica y su objetivo; otra, donde se recogen los resultados de las mediciones realizadas, se explica cómo se realizó el cálculo de la incertidumbre de dichos resultados, se presentan, en los casos que corresponda, los gráficos y se responden las preguntas formuladas; la última parte del informe consiste en unas breves conclusiones donde se da una valoración de los resultados obtenidos y del procedimiento empleado y se proponen variantes para mejorar el trabajo.

4.2.1 Transformaciones entre energía potencial gravitatoria y elástica.

Materiales e instrumentos: resorte; varias cargas de masas conocidas para colgar del extremo del resorte, regla graduada en milímetros, soporte universal, dos dobles nueces con gancho, hilo y un pedazo de alambre o clip.

La expresión de la energía potencial debida a la interacción entre dos cuerpos depende de la expresión de la fuerza de interacción entre ellos. Dos fuerzas que intervienen frecuentemente en los fenómenos estudiados por la ciencia y la ingeniería y con las que también nos relacionamos en la vida diaria, son la elástica y la de gravedad. Por eso tiene particular interés profundizar en el estudio de ellas.

La expresión habitual de la fuerza elástica es:

$$F_E = -kx$$

y la de la energía potencial asociada a ella:

$$E_{PE} = \frac{1}{2}kx^2$$

Por su parte, si el cuerpo que interacciona con la Tierra está cerca de su superficie, la fuerza de gravedad puede considerarse:

$$F_g = mg$$

y la energía potencial asociada:

$$E_{Pg} = mgy$$

Ambas fuerzas, elástica y gravitatoria, **son conservativas**, por lo que la energía mecánica total E_M de un sistema sometido solo a la acción de ellas, se conserva:

$$E_M = E_C + E_{PE} + E_{Pg} = \text{constante}$$

El sistema considerado en esta práctica es el formado por la Tierra, un resorte y un cuerpo que cuelga de él. La resistencia del aire al movimiento del cuerpo y la masa del resorte se desprecian.

Cuando el cuerpo oscila colgado del resorte, se producen transformaciones entre la energía cinética, la energía potencial elástica y la energía potencial gravitatoria del sistema, pero la variación de la energía mecánica total es cero:

$$\Delta E_{M} = \Delta E_{C} + \Delta E_{PE} + \Delta E_{Pg} = 0$$

En las posiciones superior e inferior de la trayectoria del cuerpo, su velocidad es cero y, por tanto, no posee energía cinética. Por eso, si se consideran las variaciones de energía del sistema específicamente entre esas dos posiciones del cuerpo, la ecuación anterior queda:

$$\Delta E_{PE} + \Delta E_{Pg} = 0$$

O lo que es lo mismo:

$$\Delta E_{PE} = -\Delta E_{Pg}$$

Así, al pasar el cuerpo de su posición superior a la inferior, ocurre una disminución de la energía potencial gravitatoria del sistema, pero la energía potencial elástica aumenta en igual cantidad. Y a la inversa, cuando el cuerpo pasa de su posición inferior a la superior, disminuye la energía potencial elástica, pero la energía potencial gravitatoria aumenta en la misma cantidad.

De este modo, el cambio total de energía mecánica es nulo.

El objetivo fundamental de esta práctica es comprobar que para un cuerpo que oscila colgado de un resorte, las variaciones de energía potencial gravitatoria (ΔE_{Pg}) y elástica (ΔE_{PE}) entre sus dos posiciones extremas son de igual magnitud y signos contrarios.

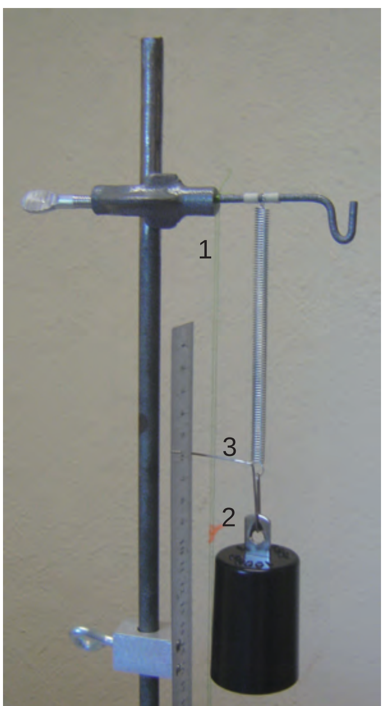
1. Para poder determinar la variación de la energía potencial elástica ΔE_{PE} se requiere primeramente investigar las características del resorte, en particular, cómo depende la fuerza que él ejerce de su deformación. Sitúa la regla junto al resorte, a fin de medir su estiramiento y luego, sucesivamente cuelga de su extremo diferentes cargas. Confecciona una tabla de tres columnas: masa (*m*), estiramiento (*x*) y fuerza elástica (F_E). En papel milimetrado, o utilizando una hoja de cálculo, como por ejemplo Excel, construye el gráfico de F_E(x) y determina la constante elástica del resorte.

masa (*m*)	estiramiento (*x*)	fuerza elástica (F_E)

2. Si el gráfico de $F_E(x)$ es una línea recta que pasa por el origen, significa que la expresión de la fuerza elástica es la habitual, $F_E = -kx$, y la de la energía potencial asociada a ella: $E_{PE} = \frac{1}{2} kx^2$. Pero si el gráfico es una recta que tiene un intercepto F_0 con el eje de las fuerzas, entonces la expresión de la energía potencial es algo más compleja:

$$E_{PE} = F_0 x + \frac{1}{2} kx^2$$

¿Cómo argumentarías la expresión anterior? (Sugerencia: $W_{FE} = -\Delta E_P$. Por otra parte, el trabajo de una fuerza viene dado por el área comprendida entre el gráfico de $F(x)$ y el eje de las abscisas).



3. Cuelga una carga del resorte, elévala mediante la mano varios centímetros y luego suéltala. Por medio de la regla debes determinar la posición del extremo del resorte en tres situaciones: a) sin estirar, la cual asumirás como origen de coordenada para medir el alargamiento del resorte; b) la posición que tiene al elevar la carga que cuelga de él (x_1) y c) la posición hasta la cual desciende luego de soltar la carga (x_2). Esta última posición es la más difícil de determinar, pues el cuerpo estará en movimiento. Ello se facilita del siguiente modo. Con ayuda de las dobles nueces

con gancho se disponen dos hilos verticalmente (1) y entre ellos se engancha otro pedazo de hilo (2), como se muestra en la figura. El alambre o clip (3) se utiliza para colgar la carga y a la vez para señalar la posición del extremo del resorte en la escala de la regla. Al dejar caer la carga la porción de hilo es arrastrada, dejando indicada la posición a la que deciende el extremo del resorte.

x	E_{PE}	E_{Pg}

ΔE_{PE}	ΔE_{Pg}

4. Calcula la disminución de energía potencial gravitatoria y el aumento de energía potencial elástica del sistema cuando el cuerpo pasa del extremo superior al inferior y compara entre sí los valores obtenidos.

5. Utiliza la ley de conservación de la energía para predecir la velocidad del cuerpo al pasar por la posición de equilibrio.

4.2.2. Conservación de la energía mecánica.

Materiales e instrumentos: hilo y esfera para formar un péndulo, soporte universal, doble nuez con gancho, navaja, prensa metálica, escuadra, regla graduada en milímetros, balanza, hoja de papel blanco y hoja de papel carbón.

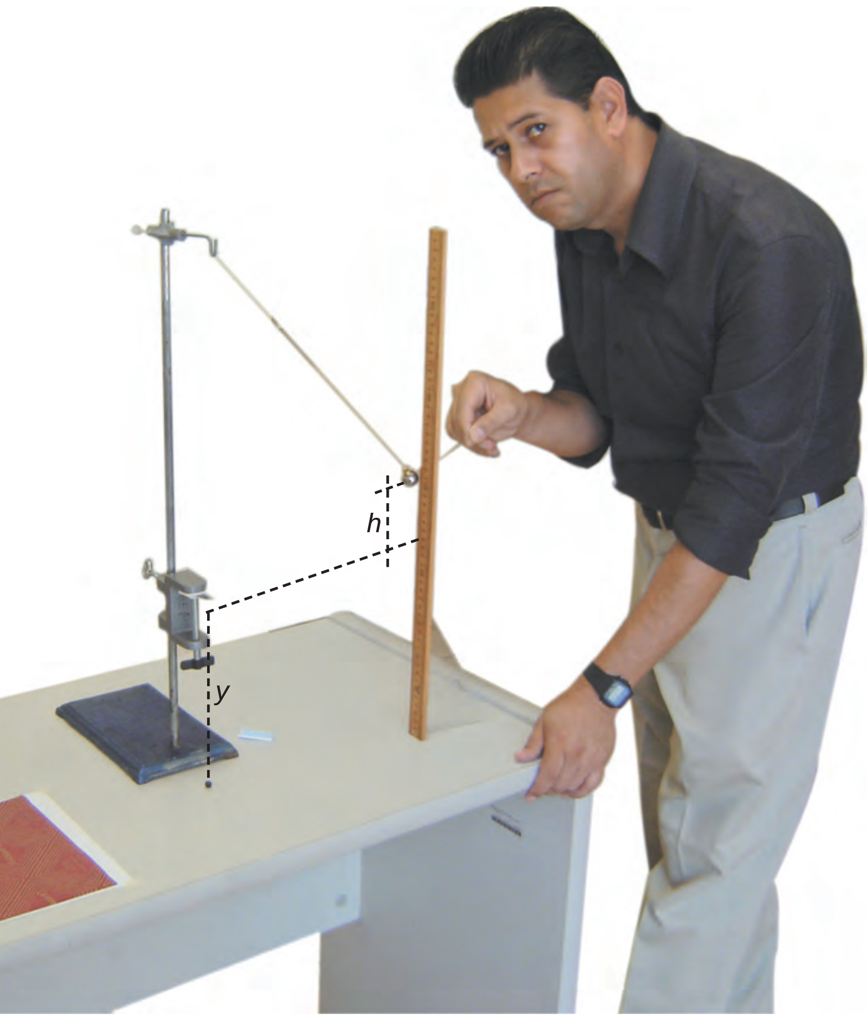
Como ya conoces, el péndulo ha tenido notable interés en la ciencia y en general en la vida. Resulta que también puede ser utilizado para estudiar las transformaciones de energía que tienen lugar durante su movimiento y comprobar la ley de conservación de la energía mecánica.

Considera un **péndulo simple** formado por un hilo y una esfera que cuelga de él. Si la resistencia del aire es despreciable, las únicas fuerzas que actúan sobre la esfera son la de gravedad y la tensión del hilo. La fuerza de gravedad es, como sabes, **conservativa**. Por su parte, la tensión del hilo es perpendicular a la trayectoria circular

que describe la esfera y por eso no realiza trabajo sobre ella. Esto significa que la energía mecánica total E_M del péndulo se conserva durante su movimiento.

$$E_M = E_C + E_P = \text{constante}$$

El objetivo de la práctica es comprobar la ley de conservación de la energía mecánica durante el movimiento de un péndulo simple.



1. Mide la masa de la esfera y anota el resultado y su incertidumbre.

m	$u(m)$	$u(m)/m$

Luego monta la instalación de modo que la esfera quede unos 20 cm sobre la superficie de la mesa. Debes cuidar que el filo de la navaja roce al hilo en un punto muy próximo a la esfera, pero antes envuelve la navaja en un pedazo de papel para que no vaya a cortar el hilo mientras preparas la instalación.

Si desvías el péndulo elevando la esfera hasta una altura *h* por encima de su posición de equilibrio y luego lo sueltas, entonces la navaja cortará al hilo.

La ecuación de conservación de la energía mecánica para el movimiento de la esfera entre las posiciones 1 y 2 es:

$$E_{M2} = E_{M1}$$

$$E_{C2} + E_{P2} = E_{C1} + E_{P1}$$

Como en la posición 1 la esfera se encuentra en reposo, $E_{C1} = 0$. Por otra parte, si se escoge como nivel cero de energía potencial gravitatoria la situación en que la esfera se encuentra en la posición de equilibrio, entonces $E_{P2} = 0$. De modo que en este caso la ecuación de conservación de la energía mecánica queda, simplemente:

$$E_{C2} = E_{P1}$$

2. Determina la altura *h* sobre la posición de equilibrio desde la cual soltarás la esfera (debe ser alrededor de 10 cm) y anota el resultado y su incertidumbre.

h	*u(h)*	*u(h)/h*

Calcula la energía potencial $E_{P1} = mgh$ y su incertidumbre. Para evaluar esta última considera que la incertidumbre relativa total es:

$$\frac{u(E_{P1})}{E_{P1}} = \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{u(g)}{g}\right)^2}$$

Si utilizas como valor de la aceleración de la gravedad, 9.79 N/kg, puedes despreciar la incertidumbre relativa de este valor frente a las incertidumbres relativas de *m* y *h*, por lo que se tiene:

$$\frac{u(E_{P1})}{E_{P1}} = \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(h)}{h}\right)^2}$$

E_{P1}	$u(E_{P1})/E_{P1}$	$u(E_{P1})$

3. La energía cinética de la esfera al pasar por la posición 2 es más difícil de determinar. La ecuación es $Ec_2 = ½\, mv^2$, siendo *v* la velocidad de la esfera cuando pasa por dicha posición. Pero la velocidad *v* debe ser medida indirectamente.

Si tienes en cuenta que después que la navaja corte el hilo la esfera describirá un movimiento parabólico, entonces puedes hallar *v* a partir de la altura *y* desde la cual cae la esfera sobre la mesa y de su alcance *x*. La ecuación es:

$$v = x\sqrt{\frac{g}{2y}}$$

Deduce la ecuación anterior a partir de las ecuaciones para las componentes horizontal y vertical del movimiento parabólico de la esfera.

Utilizando la expresión anterior, la energía cinética queda:

$$E_{C2} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{mx^2g}{4y}$$

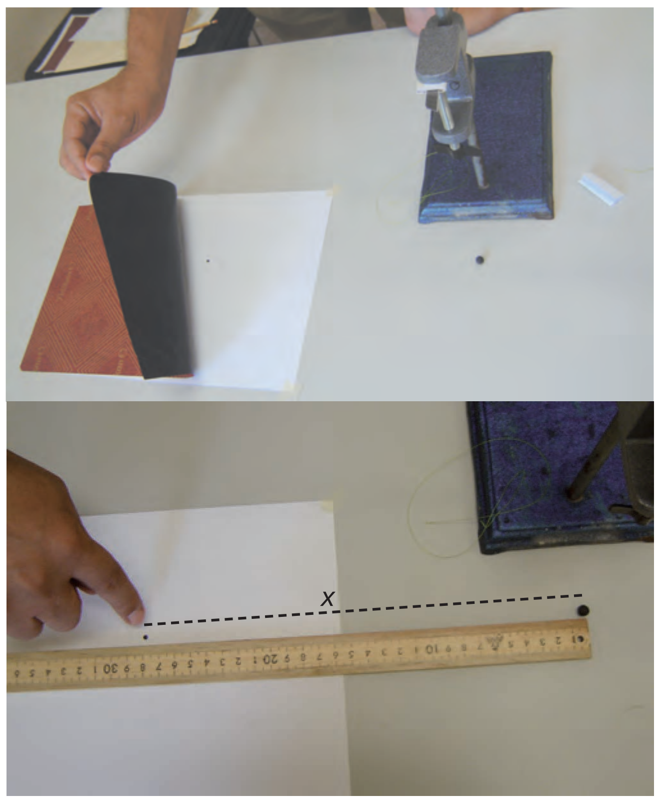
4. Con la esfera en la posición de equilibrio, mide la altura *y* a la cual se encuentra su parte inferior sobre la superficie de la mesa. A continuación determina la proyección de la esfera sobre la mesa y señálala de algún modo, pues a partir de ella medirás el alcance *x*.

y	*u(y)*	*u(y)/y*

Ahora coloca la hoja de papel blanco con el papel carbón encima en la zona que caerá la esfera, de tal modo que cuando la navaja corte el hilo caiga sobre el papel dejando una marca en él.

Realiza la experiencia unas tres veces y observa que la esfera no siempre cae en el mismo lugar. Esto se debe a efectos aleatorios, incontrolables. En esta experiencia puedes considerar que la incertidumbre en la determinación del alcance debida a efectos aleatorios es de 0.5 cm.

x	$u(x)$	$u(x)/x$



Calcula $E_{C2} = \dfrac{mx^2g}{4y}$ y su incertidumbre.

Nota que la incertidumbre de E_{C2} está determinada por las incertidumbres de las siguientes magnitudes: m, x, g, y. Sin embargo, en esta experiencia la incertidumbre relativa de x es mucho mayor que la de las otras magnitudes, por lo que la incertidumbre relativa de E_{C2} puede considerarse determinada solamente por la de x:

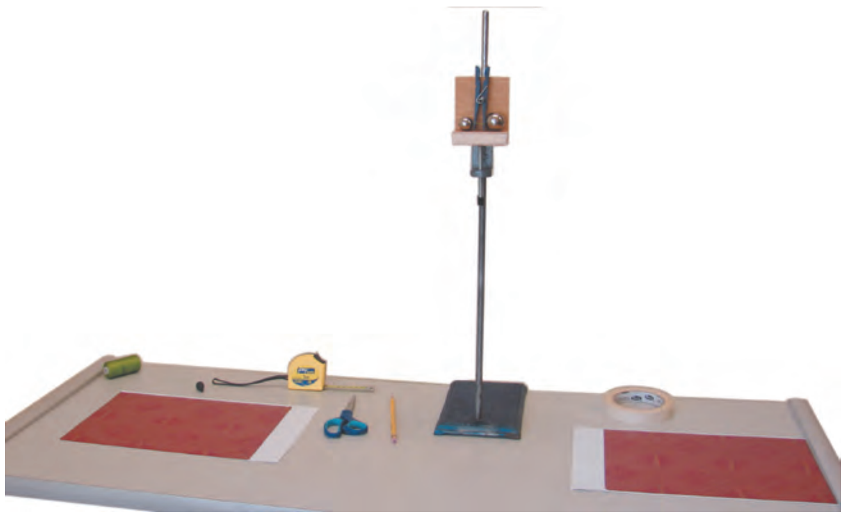
$$\frac{u\left(E_{C2}\right)}{E_{C2}} = \frac{2u\left(x\right)}{x}$$

E_{P2}	$u(E_{P2})/E_{P2}$	$u(E_{P2})$

5. Compara entre sí los valores obtenidos para la energía potencial E_{P1} y la energía cinética E_{C2}. ¿Qué otros factores no mencionados hasta ahora pudieran influir en la diferencia entre los valores obtenidos para E_{P1} y E_{C2}?

4.2.3. Conservación de la cantidad de movimiento I.

Materiales e instrumentos: dos canicas de diferentes masas, una conocida y la otra desconocida, pinza de tender ropa, hilo, dispositivo para sostener la pinza de ropa, soporte universal, prensa metálica, pieza para apoyar el dispositivo con la pinza, tijera o navaja, cinta métrica, balanza, dos hojas de papel blanco y dos de papel carbón.



La ley de conservación de la cantidad de movimiento es una de las leyes fundamentales de la Física. Junto a la de conservación de la energía ha hecho posible el análisis de innumerables fenómenos, e incluso el descubrimiento de partículas subatómicas que en un momento dado eran desconocidas.

La ley afirma que la cantidad de movimiento total de un sistema de partículas se conserva si el sistema está **aislado**, o lo que es equivalente, si la suma de las fuerzas externas aplicadas sobre él es nula. En rigor, es imposible que se cumpla esta condición, pero en determinadas circunstancias las situaciones consideradas se aproximan mucho a ella.

El sistema considerado en esta práctica está formado por dos canicas situadas sobre una superficie horizontal, las cuales se hacen interactuar entre sí por mediación de una pinza de tender ropa, semejando un “choque” de tipo explosivo. Obviamente este sistema no está aislado, sin embargo, en el pequeño intervalo que dura la interacción puede ser considerado como tal. Durante ella, la fuerza de gravedad sobre las canicas es compensada por la reacción normal de la superficie en que se apoyan. Por su parte, las fuerzas de rozamiento apenas influyen en el movimiento de las canicas. De modo que **durante** la interacción el sistema puede asumirse como aislado.

Con ayuda del soporte universal, se sitúa la pinza de ropa a cierta altura de la superficie de la mesa y a cada lado de ella una canica, como muestra la figura. Luego de la interacción, las canicas realizan un movimiento parabólico.

El objetivo de esta práctica es utilizar la ley de conservación de la cantidad de movimiento, a fin de predecir la masa de una canica conocida la masa de la otra. La coincidencia del resultado predicho con el obtenido por medio de una balanza, confirma el cumplimiento de la ley y también de las ecuaciones del movimiento parabólico.

Si designamos por v_1 y v_2 las velocidades de las canicas en el instante que finaliza la interacción entre ellas, entonces la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento puede escribirse:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

De aquí que:

$$m_2 = -m_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

O, considerando solo los valores absolutos de v_1 y v_2, simplemente:

$$m_2 = m_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

De la ecuación se ve que si se conoce la masa de una de las monedas (m_1), entonces es posible determinar la masa de la otra (m_2) midiendo sus velocidades, v_1 y v_2, en el instante que dejan de hacer contacto con la pinza de tender. La dificultad estriba en determinar esas velocidades. Para ello tendremos en cuenta lo siguiente.

Durante el movimiento de las canicas en el aire, la componente horizontal de la velocidad puede considerarse constante, ya que la resistencia del aire es despreciable. Por consiguiente, los alcances de las canicas se relacionan con las velocidades que tienen al dejar de hacer contacto con la pinza de ropa del siguiente modo:

$$x_1 = v_1 t$$

$$x_2 = v_2 t$$

El tiempo de vuelo *t* es el mismo para ambas canicas, pues solo está determinado por la altura desde la cual salen. Por eso, si dividen las ecuaciones anteriores una entre la otra se tiene:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2}$$

En consecuencia, la ecuación que relaciona las masas de las canicas hallada anteriormente, $m_2 = m_1 (v_1/v_2)$, puede escribirse:

$$m_2 = m_1\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$$

Ésta es la ecuación que permitirá hallar la masa desconocida.

1. Ata los extremos por donde habitualmente se manipula la pinza de ropa y sitúa la pinza como se muestra en la figura, cuidando que las canicas queden bien alineadas. Coloca una hoja de papel blanco con una de papel carbón encima, en la zona en que caerá cada canica, de tal modo que al impactar sobre la hoja dejen una marca. Es posible que necesites realizar un ensayo previo de la experiencia a fin de precisar la zona en que caerán las canicas. Corta el hilo que sujeta los brazos de la pinza.

2. Mide el alcance de cada canica y, a partir de ellos y de la masa de una de las canicas, determina la masa de la otra.

m_1	x_1	x_2	m_2

3. Repite la experiencia y los cálculos dos o tres veces más. ¿Obtienes el mismo resultado? Si la respuesta fuese negativa, explica la razón.

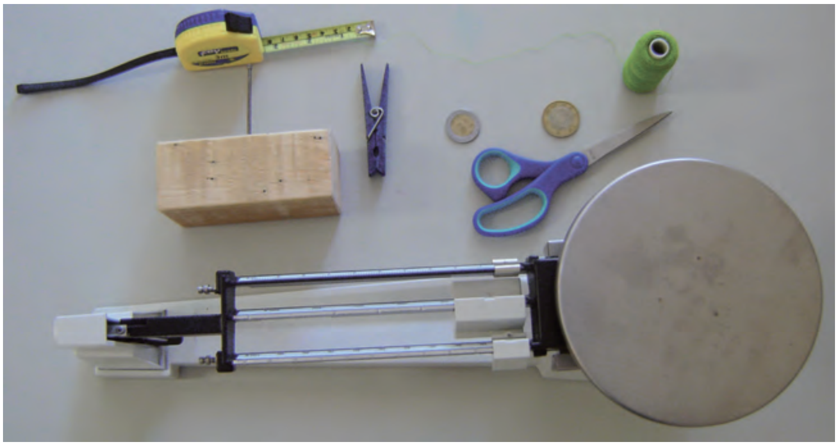
x_1	x_2	m_2

4. Compara el resultado anterior con el obtenido mediante una balanza.

m_1	m_2

4.2.4. Conservación de la cantidad de movimiento II.

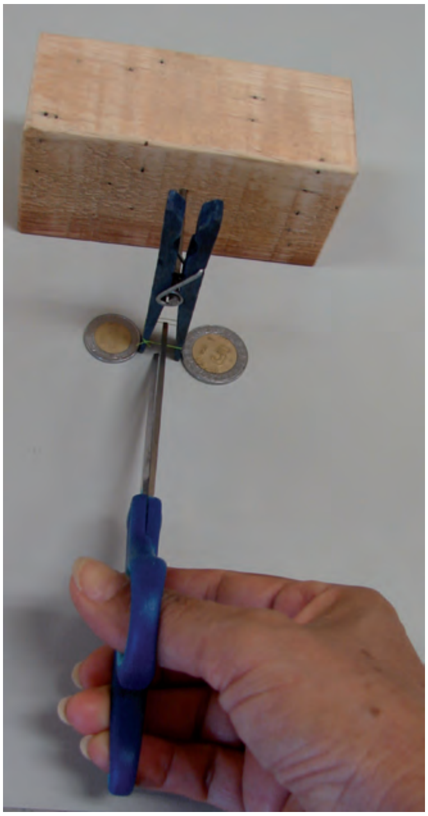
Materiales e instrumentos: dos monedas de diferentes denominaciones, por ejemplo, una de un peso y otra de 5 pesos, pinza de tender ropa, hilo, dispositivo para sostener la pinza de ropa, tijera o navaja, cinta métrica y balanza.



Esta práctica constituye una variante de la anterior. En este caso el sistema considerado está formado por dos monedas situadas sobre una superficie horizontal, las cuales se hacen interactuar entre sí por mediación de la pinza de tender ropa. Luego de la interacción las monedas deslizan sobre la superficie hasta detenerse.

En rigor, el sistema de las dos monedas no está aislado, pero en el pequeño intervalo que dura la interacción puede considerarse como tal. La fuerza de gravedad sobre las monedas todo el tiempo es compensada por la reacción normal de la mesa. En cuanto a las fuerzas de rozamiento, aunque no están compensadas y a la larga son importantes, resulta que en el intervalo que dura la interacción, ejercen una influencia sobre el movimiento de las monedas que comparada con la debida a la fuerza de interacción es insignificante. Por consiguiente, asumiremos que el sistema está aislado.

El objetivo de esta práctica es utilizar la ley de conservación de la cantidad de movimiento, a fin de predecir la masa de una moneda conocida la masa de la otra. La coincidencia del resultado predicho con el obtenido por medio de una balanza, confirma el cumplimiento de la ley y también de la ecuación para el movimiento de las monedas sobre la superficie de la mesa.



Si designamos por v_1 y v_2 las velocidades de las monedas en el instante que finaliza la interacción entre ellas, entonces la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento puede escribirse:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

De aquí que:

$$m_2 = -m_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

O, considerando solo los valores absolutos de v_1 y v_2, simplemente:

$$m_2 = m_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

De la ecuación se ve que si se conoce la masa de una de las monedas (m_1), entonces es posible determinar la masa de la otra (m_2) midiendo sus velocidades, v_1 y v_2, en el instante que dejan de hacer contacto con la pinza de tender. La dificultad estriba en determinar estas velocidades.

Para ello nos valdremos del hecho que las velocidades de las monedas se relacionan con las distancias recorridas hasta detenerse del siguiente modo:

$$v = \sqrt{2\mu g d}$$

En efecto, consideremos una moneda que desliza hasta detenerse sobre una superficie horizontal. Según el teorema del trabajo y la energía cinética, el trabajo de la fuerza neta (en este caso, igual a la fuerza de rozamiento) es igual a la variación de su energía cinética:

$$W_f = \Delta E_C$$

De ahí que:

$$\mu m g d = \frac{1}{2} m v^2$$

donde v es la velocidad de la moneda al comenzar a deslizar, m su masa y μ el coeficiente de rozamiento cinético entre la moneda y la superficie.

Resolviendo la ecuación anterior para v se obtiene:

$$v = \sqrt{2\mu g d}$$

En el caso que analizamos, d sería la distancia recorrida por la moneda desde la posición en que deja de hacer contacto con la pinza hasta la posición en que se detiene.

Utilicemos ahora el resultado anterior en la ecuación que relaciona las masas de las monedas.

$$m_2 = m_1 \frac{\sqrt{2\mu g d_1}}{\sqrt{2\mu g d_2}} = m_5 \sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$$

De modo que la ecuación que permitirá hallar la masa desconocida es:

$$m_2 = m_1\sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$$

1. Ata los extremos por donde habitualmente se manipula la pinza de ropa. En dependencia de la extensión de la superficie en que se moverán las monedas y la rigidez de la pinza, podrás unir más o menos los extremos. Sitúa la pinza como se muestra en la figura, cuidando que las monedas queden bien alineadas. Corta el hilo con ayuda de una tijera o una navaja.

2. Mide las distancias recorridas por cada moneda y, a partir de ellas y de la masa de una de las monedas, determina la masa de la otra moneda.

m_1	d_1	d_2	m_2

3. Repite la experiencia y los cálculos dos o tres veces más. ¿Obtienes el mismo resultado? Si la respuesta fuese negativa, explica la razón.

m_1	d_1	d_2	m_2

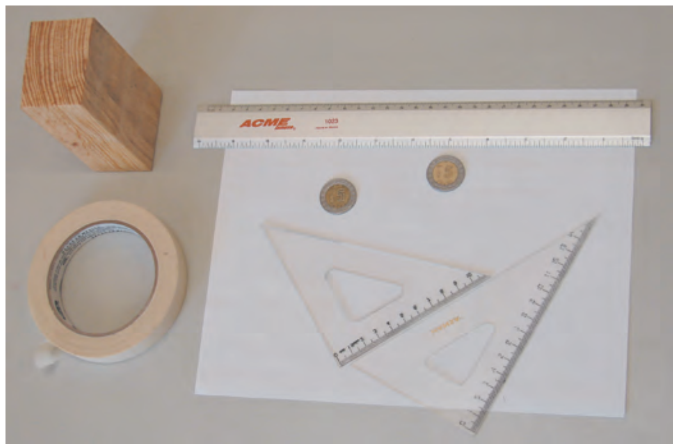
4. Procura los resultados obtenidos por otros equipos. Utilizando todos los resultados de que dispongas, halla el valor medio y la desviación estándar.

5. Compara el resultado anterior con el obtenido mediante una balanza.

m_1	m_2

4.2.5. Choque en dos dimensiones.

Materiales e instrumentos: dos monedas de igual denominación; regla graduada; hoja de papel blanco, bloque para formar un plano inclinado con la regla y escuadras.



La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial. Por eso en el choque de dos cuerpos que se mueven en un plano (**choque bidimensional**), como por ejemplo en el caso de dos bolas de billar, lo que se conserva es el vector cantidad de movimiento y no simplemente el valor de ésta:

$$\vec{P}_0 = \vec{P}$$

donde $\vec{P}_0$ y $\vec{P}$ son las sumas vectoriales de las cantidades de movimiento de los cuerpos antes del choque y después de él, es decir:

$$\vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \longrightarrow \quad (1)$$

El hecho de que la conservación se refiera a magnitudes vectoriales implica, además, que si se elige un sistema de coordenadas ***X-Y*** y se descomponen los vectores cantidades de movimiento de los cuerpos según los ejes de coordenadas, entonces las sumas de las componentes según cada eje son iguales antes y después del choque, o sea:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Para el eje } \boldsymbol{X}: & p_{01x} + p_{02x} = p_{1x} + p_{2x} \\ \text{Para el eje } \boldsymbol{Y}: & p_{01y} + p_{02y} = p_{1y} + p_{2y} \end{array}\right\} \quad (2)$$

La ecuación 1 es la **expresión vectorial** de la ley de conservación de la cantidad de movimiento para el choque entre dos cuerpos y las ecuaciones 2 representan la **expresión escalar** de la ley.

El objetivo de la práctica es verificar la ecuación vectorial y las ecuaciones escalares de la ley de conservación de la cantidad de movimiento en el caso de un choque bidimensional de dos cuerpos.

En calidad de cuerpos que chocan se utilizarán dos monedas de igual denominación. Una de ellas se hará incidir con cierta velocidad sobre otra que estará en reposo sobre la hoja de papel. Después del choque las monedas se mueven en diferentes direcciones.

La dificultad en este caso consiste en medir las velocidades de las monedas para poder determinar después sus cantidades de movimiento. Para ello nos valdremos de la ecuación ya utilizada en la práctica anterior que relaciona la velocidad inicial de la moneda con la distancia que recorre hasta deternerse:

$$v = \sqrt{2\mu g d}$$

La cantidad $\sqrt{2\mu g}$ es la misma para cualquiera de las monedas, por eso la designaremos simplemente por *k*, con lo cual queda:

$$v = k\sqrt{d}$$

donde *k* es una constante de proporcionalidad.

Por consiguiente, la cantidad de movimiento de la moneda al comenzar a deslizar es $p = mv = mk\sqrt{d}$. Como las masas de las monedas son iguales, designaremos al producto *mk* por una nueva constante *K*, de modo que la magnitud de la cantidad de movimiento de la moneda queda:

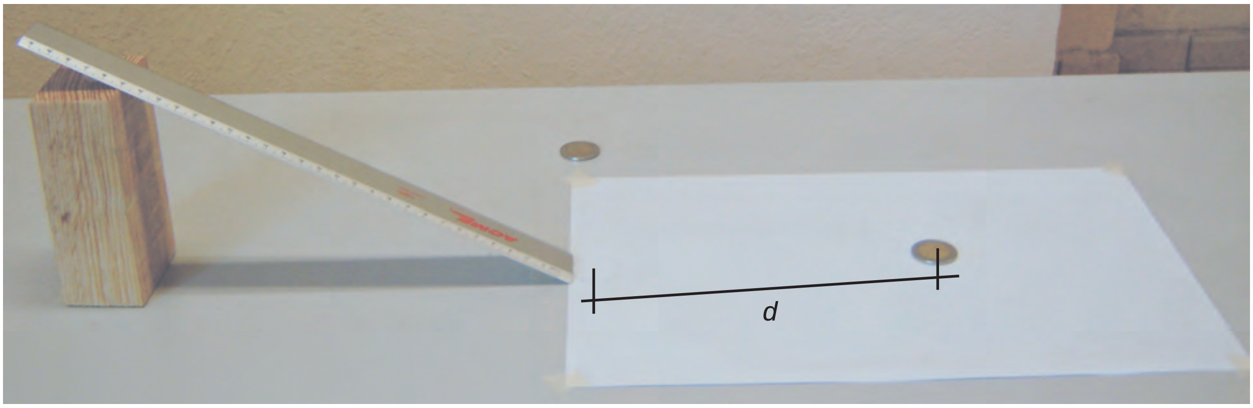
$$p = K\sqrt{d}$$

Ésta será la expresión que utilizaremos para hallar las magnitudes de las cantidades de movimiento de las monedas.

1. A fin de determinar la cantidad de movimiento de la moneda incidente, arma un plano inclinado apoyando la regla sobre el bloque. Elige la altura desde la cual dejarás caer la moneda para provocar el choque con la otra.

Deja caer varias veces la moneda desde la altura elegida, cuidando que siempre deslice apoyada sobre el mismo lado y marca las posiciones donde se detiene. Estas posiciones se distribuyen en una zona, ¿cómo se explica esto? Traza un punto hacia el centro de dicha zona y mide la distancia promedio recorrida por la moneda sobre el papel hasta detenerse. Presta atención a que esta distancia debe ser medida desde la posición que tiene la moneda una vez que deja el plano inclinado y ha quedado apoyada por completo en el papel. También traza una línea recta que indique la dirección del movimiento de la moneda sobre el papel.

Utilizando la ecuación $p = K\sqrt{d}$ determina la cantidad de movimiento de la moneda al dejar el plano inclinado. Puesto que el valor de K no lo conoces, expresarás el resultado como un número multiplicado por K, por ejemplo, $p_{01} = 2.64K$



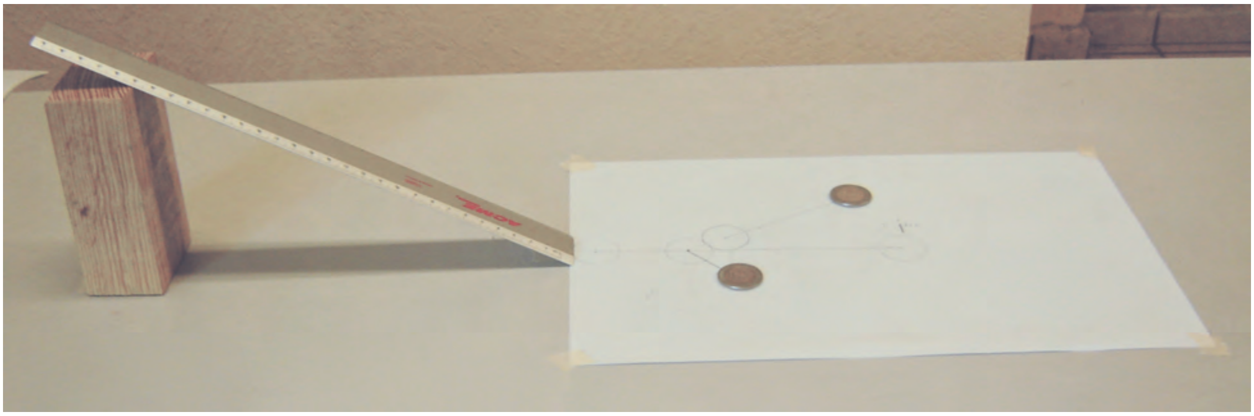
2. Deja caer varias veces la otra moneda por el plano inclinado desde la misma altura que en el caso anterior y comprueba si la distancia promedio recorrida hasta detenerse es similar que para la otra moneda. Si difiere mucho, prueba con otra moneda. ¿Qué objetivo persigue esta comprobación?

Coloca la segunda moneda varios centímetros delante del extremo inferior del plano inclinado y hacia un lado de la dirección del movimiento de la moneda incidente, a fin de producir un choque oblicuo. Marca con un círculo la posición de esta segunda moneda.

Realiza la experiencia dejando caer la moneda incidente desde la altura del plano elegida. Esto permite conocer de antemano la cantidad de movimiento de la moneda incidente p_{01} en el instante de chocar con la otra.

Señala con círculos las posiciones en que se detuvieron las monedas y también determina la posición de la moneda incidente al hacer contacto con la otra.

Los círculos trazados en el papel indican las posiciones de las monedas justamente antes de chocar y después que se han detenido. Traza líneas entre los centros de los círculos, de tal modo que queden indicadas las direcciones del movimiento de las monedas después del choque.



3. Mide las distancias d_1 y d_2 recorridas por las monedas después del choque y a partir de ellas determina las magnitudes de las cantidades de movimiento de las monedas justamente después del choque, p_1 y p_2. Nuevamente expresarás los resultados como números multiplicados por K. Puesto que las magnitudes de las tres cantidades de movimiento han sido expresadas en la forma $p = 2.64K$, ello significa que K puede interpretarse como una unidad de medida de dichas cantidades de movimiento.

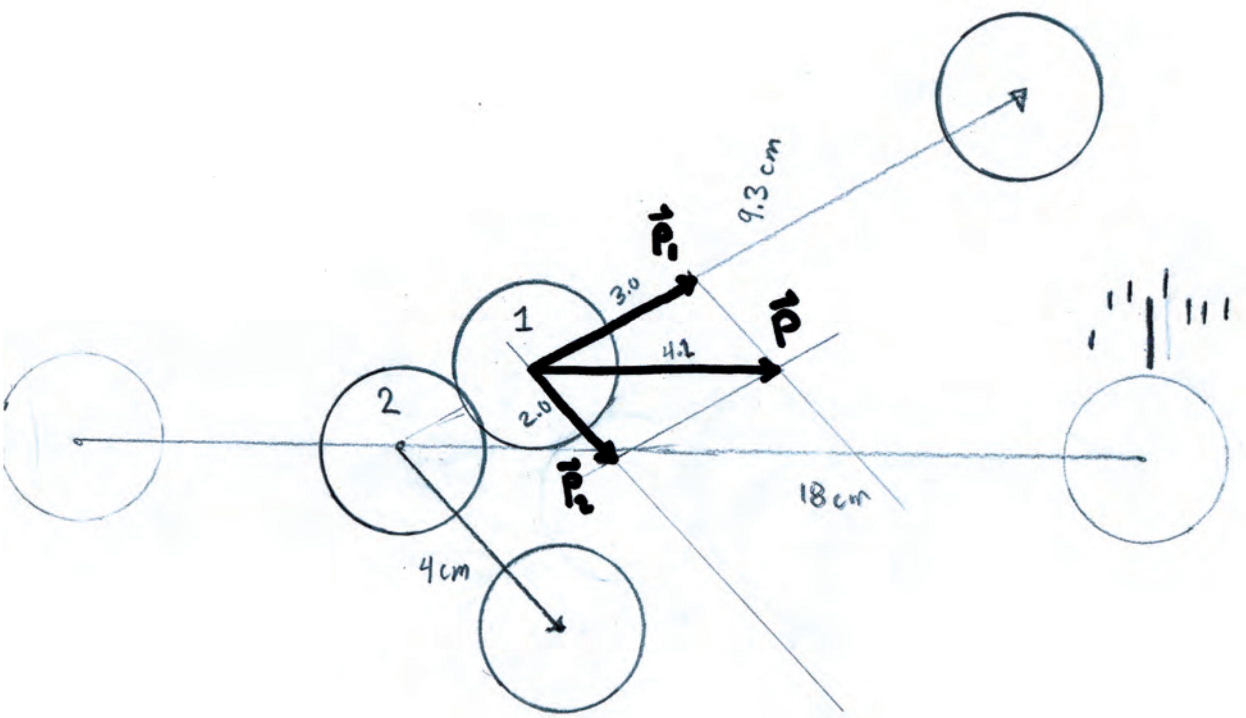
d		p_{01}	
d_1		p_1	
d_2		p_2	

4. Ahora representarás los vectores cantidad de movimiento geométricamente, por medio de flechas. Una escala conveniente para hacer la representación es $1K = 1\text{cm}$.

A partir de un punto sobre la línea que indica la dirección de la moneda incidente y según la escala escogida, traza los vectores $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$. A continuación, utilizando la regla del paralelogramo halla el vector suma $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$, es decir, la cantidad de movimiento total después del choque. ¿Coincide la dirección de la cantidad de movimiento total después del choque con la dirección de la cantidad de movimiento antes del choque $\vec{p}_{01}$?

Determina la magnitud de la cantidad de movimiento total después del choque y compárala con la de la cantidad de movimiento $\vec{p}_{01}$.

¿Se conserva el vector cantidad de movimiento?



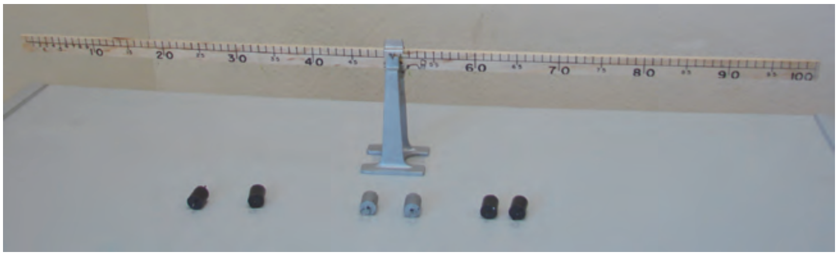
5. En el punto anterior has analizado el cumplimiento de la expresión vectorial de la ley de conservación. Ahora examinarás el cumplimiento de su expresión escalar. Para ello dibuja un sistema de coordenadas **X-Y** con origen en el punto a partir del cual trazaste los vectores cantidad de movimiento y de tal modo que el eje X esté en la dirección de la moneda incidente.

¿Cuál es la componente según ***Y*** de la cantidad de movimiento inicial $\vec{p}_{01}$? Halla las componentes de la cantidades de movimiento según ***Y*** y comprueba que la suma de ellas es igual antes que después del choque. Repite la operación para el eje **X**.

6. ¿Se conserva la energía mecánica en este choque? En caso de que no se conserve, ¿a dónde va a parar la energía mecánica perdida? Argumenta tus respuestas.

4.2.6. Equilibrio de rotación: Palanca.

Materiales e instrumentos: regla homogénea graduada en milímetros, con aditamento para suspenderla por su parte media, soporte universal, doble nuez, varilla de 10-15 cm, juego de pesas e hilo.



La palanca es una de las **máquinas simples** fundamentales. Forma parte de infinidad de máquinas y herramientas utilizadas en diversas ramas de la ingeniería y la vida cotidiana. La balanza, por ejemplo, instrumento que se utiliza desde hace ya más de 5 000 años y que hoy resulta indispensable en la ciencia, la tecnología y el comercio, en cualquiera de sus variantes mecánicas es una palanca. Incluso otras máquinas simples, como la polea, la rueda con eje y el torno, pueden ser interpretadas como tipos de palanca.

Una de las funciones principales de la palanca es obtener fuerzas (“salida”) mucho mayores que las que pueden ejercerse directamente (“entrada”). Dice la leyenda que refiriéndose a esto Arquímedes expresó: “Denme un punto de apoyo y moveré el Mundo”.

El funcionamiento de la palanca puede ser explicado a partir de la condición de equilibrio de rotación.

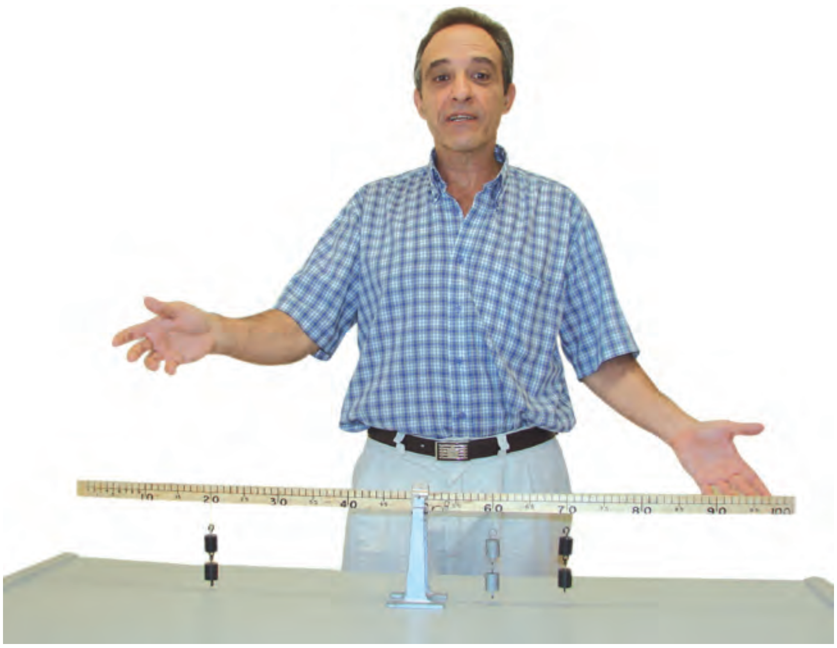
El objetivo de esta práctica consiste en analizar la condición de equilibrio de rotación en una palanca.

En calidad de palanca se utilizará una regla que se suspende por su parte media con ayuda de un soporte universal. Las fuerzas son aplicadas mediante pesas que se cuelgan de la regla utilizando hilos. Cuando la palanca está en reposo se cumple la condición de equilibrio de rotación:

$$b_1F_1 = b_2F_2$$

1. Monta la instalación y asegúrate que la regla quede equilibrada en posición horizontal. Para ajustar el equilibrio puedes colgar de la regla un pedazo de alambre y deslizarlo hacia un lado u otro, según convenga.

2. De uno de los brazos de la palanca, cerca del punto de apoyo, cuelga dos pesas y luego equilibra la palanca colgando del otro brazo una sola pesa.



¿De qué tipo o clase de palanca se trata en este caso?

Mide los brazos de cada una de las dos fuerzas aplicadas y anota los resultados y sus incertidumbres. Determina las fuerzas ejercidas por las pesas sobre la palanca y sus incertidumbres. Para calcular estas últimas, advierte que como las fuerzas se calculan mediante la ecuación $F = mg$, entonces las incertidumbres en la determinación de ellas dependen de las incertidumbres en los valores de m y g:

$$\frac{u(F)}{F} = \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(g)}{g}\right)^2}$$

No obstante, si consideras $g = 9.79$ N/kg, la incertidumbre de la fuerza debida a g puede despreciarse frente a la debida a m, por lo que queda:

$$\frac{u(F)}{F}=\frac{u(m)}{m}$$

La incertidumbre en las masas de las pesas utilizadas en esta práctica, puedes considerarla $u(m)$ = 1 g.

m	$u(m)$	$u(m)/m$

F	$u(F)/F$	$u(F)$

Calcula los momentos de cada una de las fuerzas respecto al punto de apoyo y expresa los resultados acompañados de sus incertidumbres. Compara los valores de dichos momentos entre sí.

M	$u(M)/M$	$u(M)$

3. Ahora retira la pesa que equilibra a las otras dos y equilibra la palanca aplicando una fuerza con un dedo en algún punto del mismo brazo en que están las dos pesas. ¿De qué tipo o clase de palanca se trata en este caso? ¿Cuál será la magnitud de la fuerza ejercida por el dedo? Expresa el resultado acompañado de su incertidumbre.

MECÁNICA 2
Bachillerato Universitario

Se terminó de imprimir en el mes de enero de 2012
en los talleres gráficos de ***Servicios Editoriales Once Ríos***
S.A. de C.V., Río Usumacinta No. 821, Col. Industrial
Bravo, Tel. 712-29-50

La edición consta de 5,000 ejemplares